

[www.salampnu.com](http://www.salampnu.com)

## سایت مرجع دانشجوی پیام نور

- ✓ نمونه سوالات پیام نور : بیش از ۱۱۰ هزار نمونه سوال همراه با پاسخنامه
- تستی و تشریحی
- ✓ کتاب ، جزوه و خلاصه دروس
- ✓ برنامه امتحانات
- ✓ منابع و لیست دروس هر ترم
- ✓ دانلود کاملاً رایگان بیش از ۱۴۰ هزار فایل مختص دانشجویان پیام نور

[www.salampnu.com](http://www.salampnu.com)



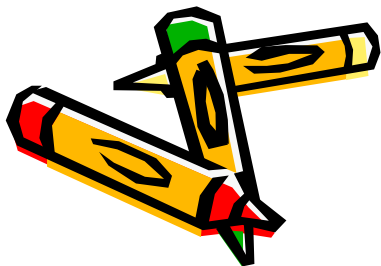
# اپتیک : نورشناسی

(۳ واحد)

تهیه کننده :

پرویز پرورش

- براساس کتاب " اپتیک "
- تالیف فرانک پدروتی و لنو پدروتی
- ترجمه دکتر محمد ابراهیم ابوکاظمی
- انتشارات پیام نور، چاپ اول، ۱۳۸۲





# فهرست

فصل 1: مبانی نور هندسی

فصل 2: حرکت موجی و موجهای الکترومغناطیسی

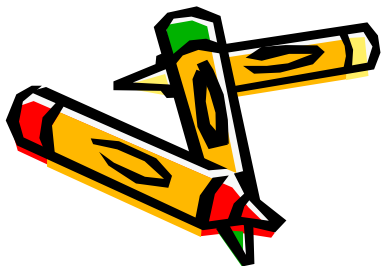
فصل 3: تداخل نور

فصل 4: همدوسی

فصل 5: قطبش نور

فصل 6: پراش فرانیهوفر

فصل 7: پراش فرنل





## فصل 1: مبانی نور هندسی



1-1 مقدمه

2-1 اصل هویگنس

3-1 اصل فرما

4-1 اصل برگشت پذیری

5-1 بازتاب در آینه تخت

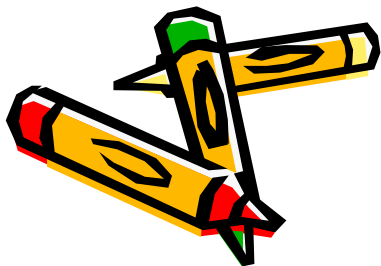
6-1 شکست در سطح تخت

7-1 بازتاب در سطح کروی

8-1 شکست در سطح

9-1 کروی عدسیهای نازک

10-1 گرایش و توان شکست





# فصل 2: حرکت موجی و موجهای الکترومغناطیسی



1-2 مقدمه

2-2 معادله موج یک بعدی

3-2 موج هماهنگ

4-2 اعداد مختلط

5-2 نمایش موج هماهنگ

با عدد مختلط

6-2 موجهای تخت

7-2 موجهای کروی

8-2 موجهای الکترومغناطیسی

9-2 اثر دوپلر

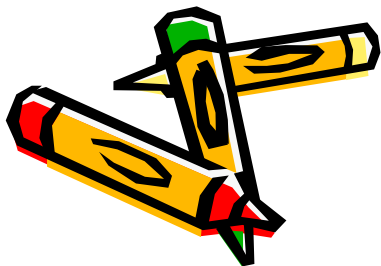
10-2 اثر برهم‌نهی

11-2 برهم‌نهی موجهای هم بسامد

12-2 چشمه های همدوس و کتره ای

13-2 موجهای ایستاده

14-2 سرعت فاز و سرعت گروه





## فصل 3: تداخل نور

1-3 تداخل دو باریکه ای

2-3 آزمایش دو شکاف

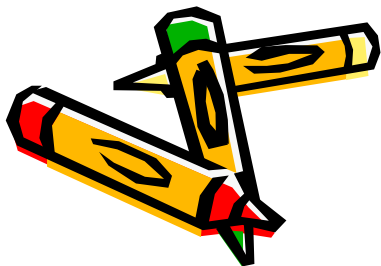
یانگ

3-3 تداخل دو شکاف با چشمه های مجازی

4-3 تداخل در لایه های دی الکتریک

5-3 فریزهای هم ضخامت

6-3 حلقه های نیوتون





## فصل 4: همدوسی

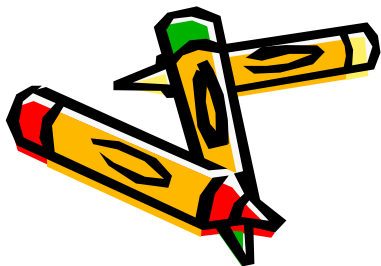
1-4 آنالیز فوریه

2-4 آنالیز فوریه برای قطار موج هماهنگ متناهی

3-4 همدوسی زمانی و پهنای خط طبیعی

4-4 همدوسی فضایی

5-4 پهنای همدوسی فضایی





## فصل 5: قطبش نور



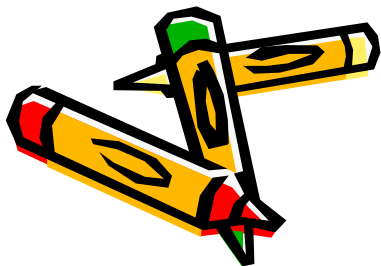
1-5 قطبش به روش جذب گزینشی

2-5 قطبش به روش بازتاب از سطح دي الكتريك

3-5 قطبش به روش پراکندگی

4-5 قطبش دو شکستی

5-5 شکست دوگانه







## فصل 6: پراش فرانیهوفر



1-6 پراش در تک شکاف

2-6 پخش باریکه

3-6 روزنه های راست گوشه و دایره ای

4-6 تفکیک

5-6 پراش دو شکاف

6-6 پراش چند شکاف





## فصل 7: پراش فرنل



7-7 پراش فرنل در روزنه های

با تقارن راستگوشه

8-7 ماریچ کورنو

9-7 کاربرد ماریچ کورنو

10-7 اصل باینه

1-7 انتگرال پراش فرنل-کیر شهف

2-7 معیار پراش فرنل

3-7 ضریب انحراف

4-7 پراش فرنل در روزنه دایره ای

5-7 تغییر فاز نور پراشیده

6-7 تیغه منطقه ای فرنل





## معرفی طرح درس



باتوجه به تعداد ساعتهای این درس که 24 ساعت در هر نیمسال تحصیلی است، بودجه بندی کتاب می تواند بنا بر برنامه تنظیمی در هر مرکز، توسط استاد تعیین و اجرا شود. چنانچه کتاب در 6 هفته و هر جلسه 4 ساعت تدریس شود برنامه زیر پیشنهاد می شود:

هفته اول: فصل 1، مبانی نور هندسی

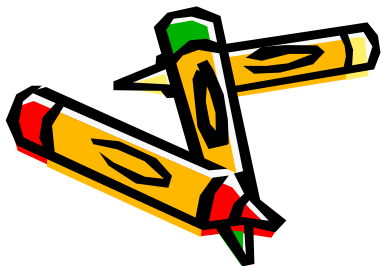
هفته دوم: فصل 2، حرکت موجی و موجهای الکترومغناطیسی

هفته سوم: فصل 3، تداخل نور؛ فصل 4: همدوسی تا پایان بخش 4-2

هفته چهارم: فصل 4، از بخش 3-4 تا پایان فصل 5، قطبش

هفته پنجم: فصل 6، پراش

هفته ششم: فصل 7، پراش فرنل





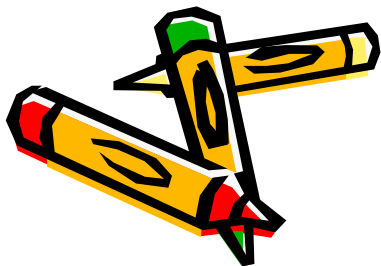
## اهداف درس در رشته فیزیک



این کتاب مطابق برنامه مصوب شورای عالی برنامه ریزی وزارت علوم، تحقیقات و فناوری، برای درس اپتیک رشته کارشناسی فیزیک تهیه شده است، مطالب آن متناسب با نیازهای دانشجویان دانشگاه پیام نور تهیه شده است.

در این درس دانشجویان با دو بخش عمده نورشناسی هندسی و نورشناسی موجی آشنا می شوند و کاربردهای آنها را فرا می گیرند. در نورشناسی موجی مفاهیم و قوانین الکترومغناطیس در مورد پدیده های مرتبط با نور مری به عنوان بخشی از طیف امواج الکترومغناطیسی به کار گرفته می شود.

پدیده های قطبش، تداخل و پراش نور به تفصیل بحث می شود.





## جایگاه درس در مجموعه درسهای رشته فیزیک



این درس جزو دروس اختصاصی رشته فیزیک است و به میزان 3 واحد در نظر گرفته شده است.

پیش نیاز این درس ، فیزیک پایه 1، 2 و 3 و ریاضی عمومی 1 و 2 است.





## فصل 1: مبانی نور هندسی



1-1 مقدمه

2-1 اصل هویگنس

3-1 اصل فرما

4-1 اصل برگشت پذیری

5-1 بازتاب در آینه تخت

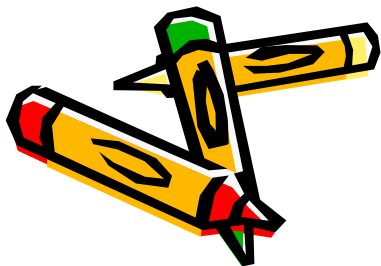
6-1 شکست در سطح تخت

7-1 بازتاب در سطح کروی

8-1 شکست در سطح

9-1 کروی عدسیهای نازک

10-1 گرایش و توان شکست





# 1- مبانی نور هندسی



## خلاصه فصل:

در این فصل با نکات زیر آشنا می شویم:

- اصل هویگنس
- اصل فرما
- اصل برگشت پذیری
- قوانین بازتاب و شکست در سطوح مختلف
- قوانین آینه ها و عدسی ها





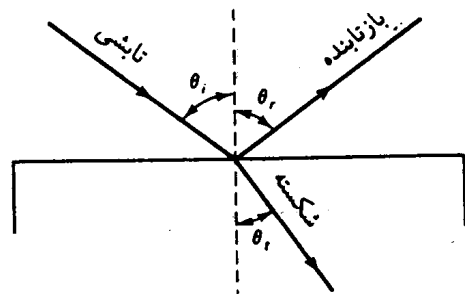
# 1-1 مقدمه



- نورشناسی هندسی ← طول موج « ابعاد دستگاه نوری
- نورشناسی فیزیکی ← ویژگی موجی نور قابل گذشت نیست.
- نور هندسی = حد نور فیزیکی وقتی طول موج به سمت صفر میل کند.

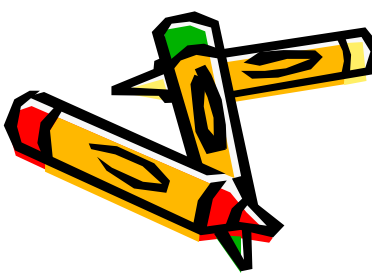
قانون بازتاب

قانون شکست (قانون اسنل)



$$\theta_r = \theta_i$$
$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = \text{ثابت}$$

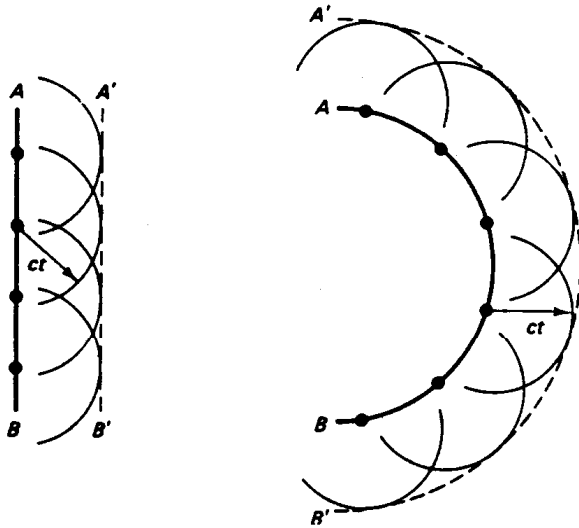
شکل ۱-۱ نمایش قانونهای بازتاب و شکست در فصل مشترک تخت دو محیط





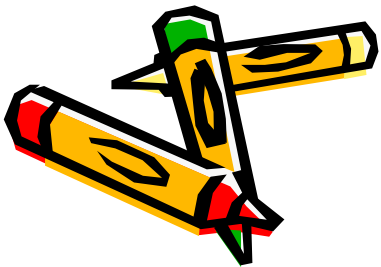


## 2-1 اصل هویگنس



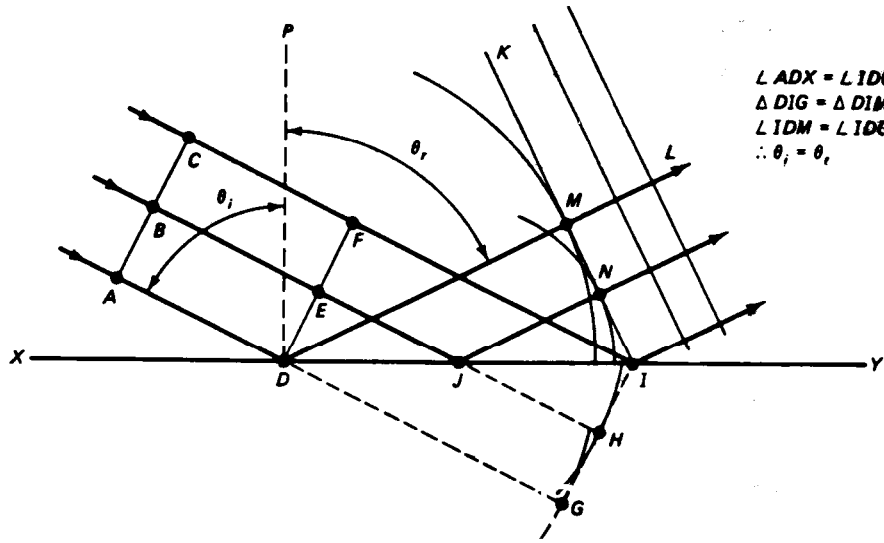
شکل ۱ - ۲ نمایش اصل هویگنس برای موجهای تخت و کروی

هر نقطه ای از یک جبهه موج را می توان به عنوان چشمه ثانویه موجهای کروی جدیدی در نظر گرفت که با سرعت نور در محیط منتشر می شوند، و پوشی که بر موجهای ثانویه مماس می شود جبهه موج بعدی است.





# ادامه اصل هویگنس

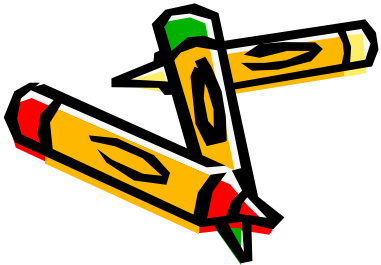


$$\begin{aligned} \angle ADX &= \angle IDG \\ \triangle DIG &= \triangle DIM \\ \angle IDM &= \angle IDS \\ \therefore \theta_r &= \theta_i \end{aligned}$$

طرز ترسیم هویگنس برای  
اثبات قانون بازتاب

$$\theta_i = \theta_r$$

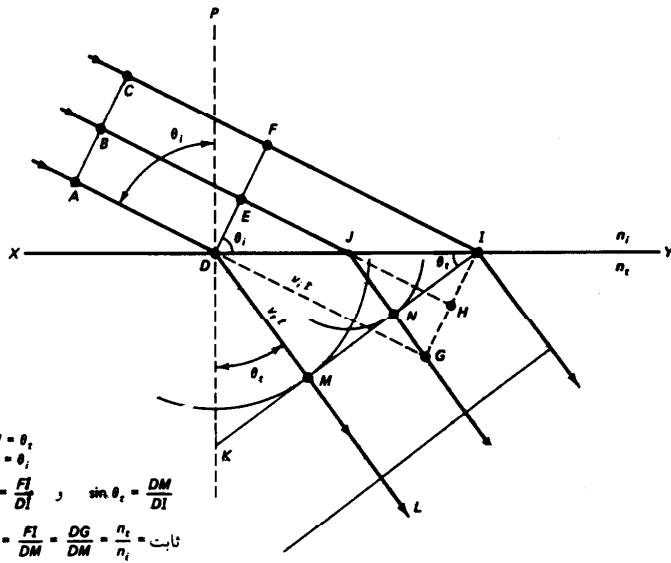
شکل ۱ - ۳ اثبات قانون بازتاب به کمک ترسیم هویگنس





# ادامه اصل هویگنس

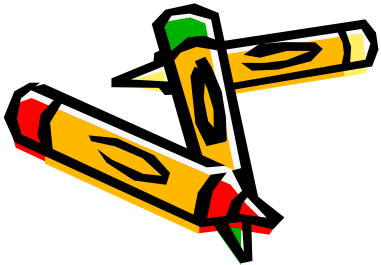
طرز ترسیم هویگنس برای اثبات  
قانون شکست



$$DM = v_t t = v_t \left( \frac{DG}{v_i} \right) = \left( \frac{n_i}{n_t} \right) DG$$

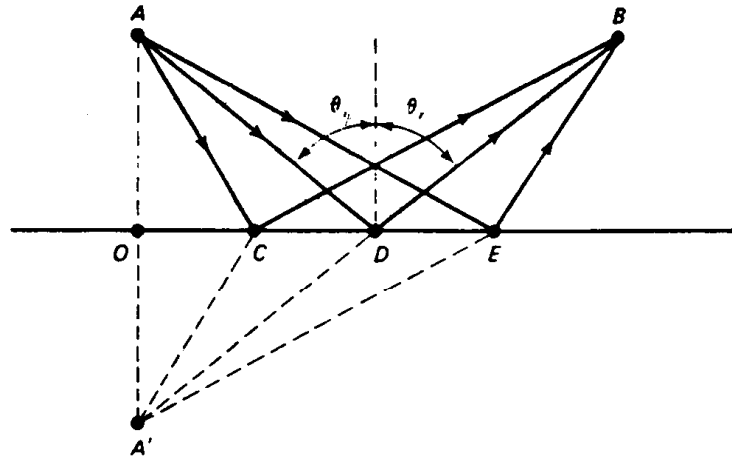
$$n_i \sin \theta_i = n_t \sin \theta_t$$

شکل ۱-۴ اثبات قانون شکست به کمک ترسیم هویگنس





## 3-1 اصل فرما



شکل ۱ - ۵ اثبات قانون بازتاب به کمک اصل هرو

نظر هرو اسکندرانی :

نور در انتشار میان دو نقطه کوتاه ترین راه را می پیماید.

$$\theta_i = \theta_r$$

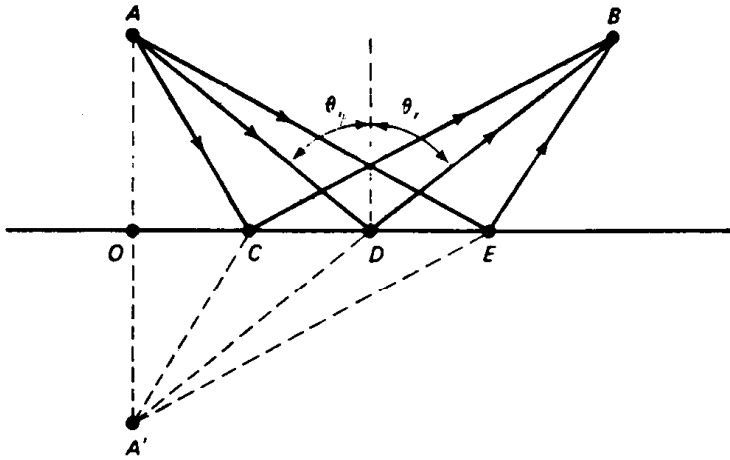




# ادامه اصل فرما

## نظر فرما :

پرتو نور فاصله میان دو نقطه را در کمترین زمان می پیماید.



شکل ۱ - ۵ اثبات قانون بازتاب به کمک اصل هرو

$$t = \frac{AO}{v_i} + \frac{OB}{v_t}$$

$$t = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{v_i} + \frac{\sqrt{b^2 + (c-x)^2}}{v_t}$$

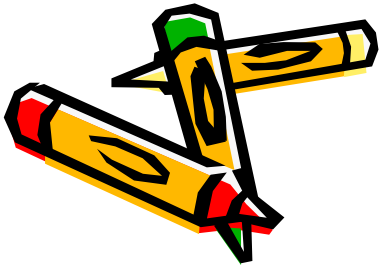
$$\frac{dt}{dx} = 0$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{x}{v_i \sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{c-x}{v_t \sqrt{b^2 + (c-x)^2}}$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{\sin \theta_i}{v_i} - \frac{\sin \theta_t}{v_t} = 0$$

$$v_t \sin \theta_i = v_i \sin \theta_t, v = \frac{c}{n}$$

$$n_i \sin \theta_i = n_t \sin \theta_t$$



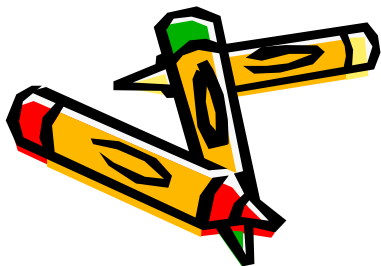


## ادامه اصل فرما



### اصل فرما:

مسیر واقعی هر پرتو نور در فاصله میان دو نقطه معین از یک دستگاه نوری چنان است که راه نوری آن، در تقریب اول، با دیگر مسیرهای نزدیک به مسیر واقعی برابر است.





## 4-1 اصل برگشت پذیری

### اصل برگشت پذیری:

در هر دستگاه نوری اگر جهت تابش یک پرتو معکوس شود ، مسیر نور تغییر نمی کند بلکه فقط جهت انتشار نور معکوس خواهد شد .

$$t = \frac{AO}{v_i} + \frac{OB}{v_t}$$

$$t = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{v_i} + \frac{\sqrt{b^2 + (c - x)^2}}{v_t}$$

$$\frac{dt}{dx} = 0$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{x}{v_i \sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{c - x}{v_t \sqrt{b^2 + (c - x)^2}}$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{\sin \theta_i}{v_i} - \frac{\sin \theta_t}{v_t} = 0$$

$$v_t \sin \theta_i = v_i \sin \theta_t, v = \frac{c}{n}$$

$$n_i \sin \theta_i = n_t \sin \theta_t$$



OPTICS

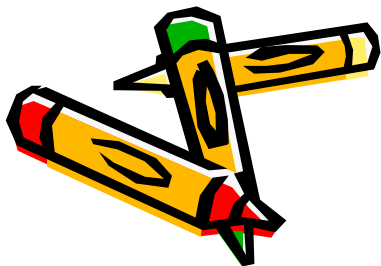




## 5-1 بازتاب در آینه تخت



- بازتاب آینه ای: از سطح های کاملاً صاف
- بازتاب پخشی: از سطح های دانه دانه ای و ناصاف

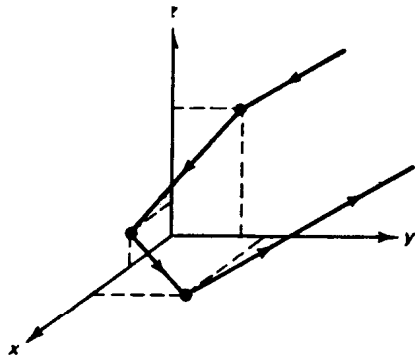




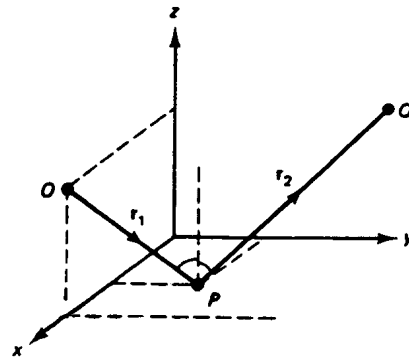


# ادامه بازتاب در آینه تخت

بازتاب آینه ای:



(ب)

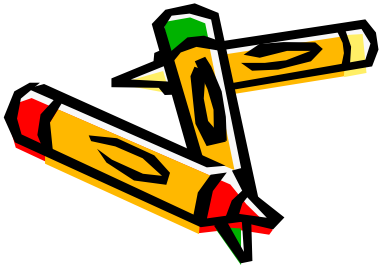


(الف)

شکل ۱-۷ نمایش هندسی پرتو بازتابیده از سطح تخت

$$\hat{r}_1 = (x, y, z) \rightarrow r_2 = (x, y, -z)$$

$$\hat{r}_1 = (x, y, z) \rightarrow r_2 = (-x, -y, -z)$$





# 6-1 شکست در سطح تخت

بازتاب آینه ای:

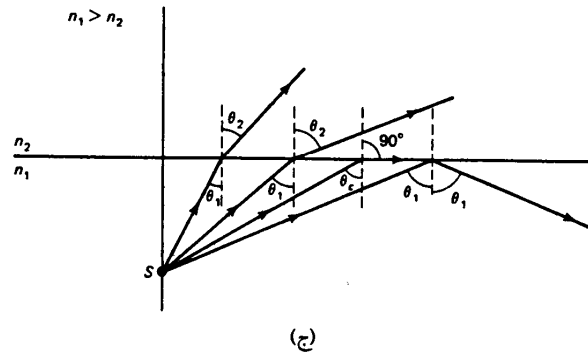
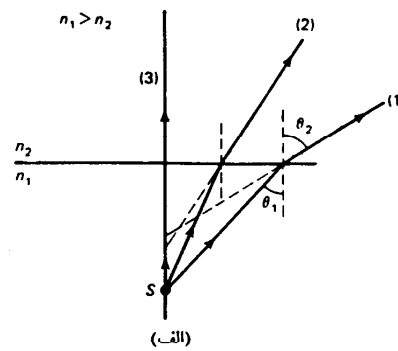
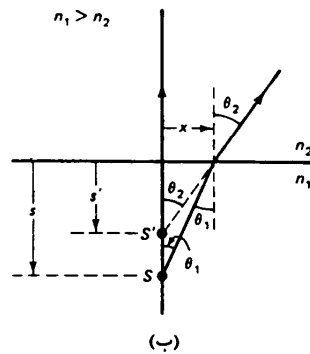
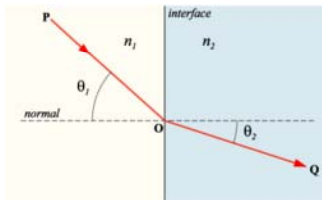
$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$$

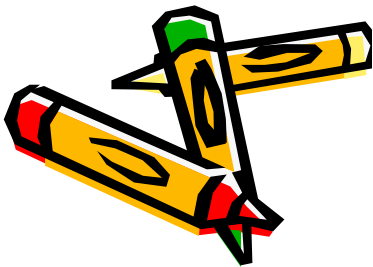
$$n_1 \tan \theta_1 \approx n_2 \tan \theta_2$$

$$n_1 \left( \frac{x}{s} \right) = n_2 \left( \frac{x}{s'} \right)$$

$$s' = \left( \frac{n_2}{n_1} \right) s \quad \text{عمق ظاهري}$$



شکل ۱ - ۹ نمایش هندسی پرتوهای شکسته شده در فصل مشترک تخت





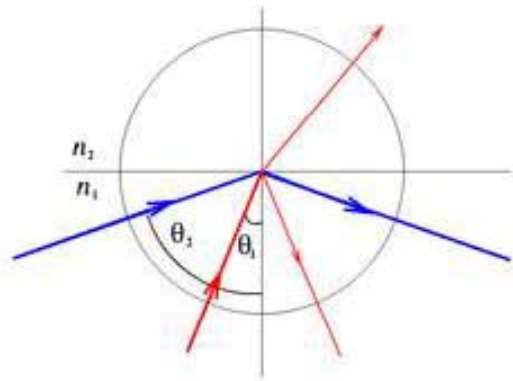
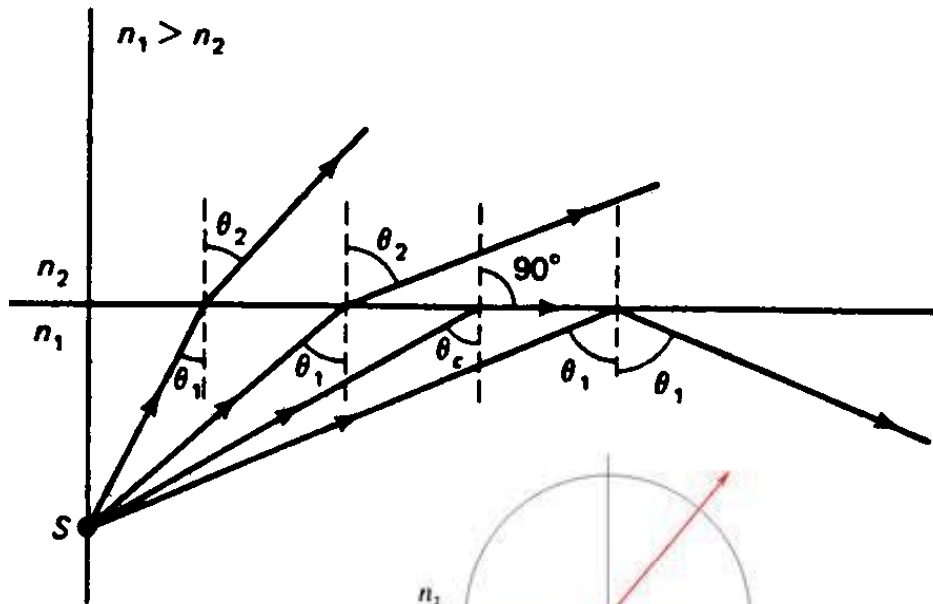
# ادامه شکست در سطح تخت

بازتاب کلی داخلی:

$$\sin \theta_c = \left( \frac{n_2}{n_1} \right) \sin 90^\circ = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\theta_c = \sin^{-1} \left( \frac{n_2}{n_1} \right)$$

شرط بازتاب کلی داخلی  $\theta_1 > \theta_c, n_1 > n_2$



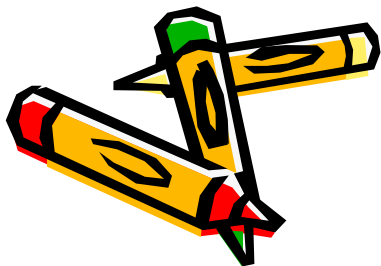
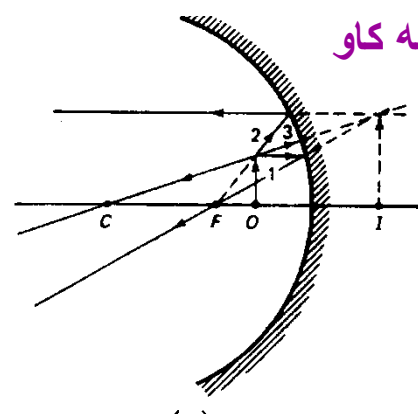
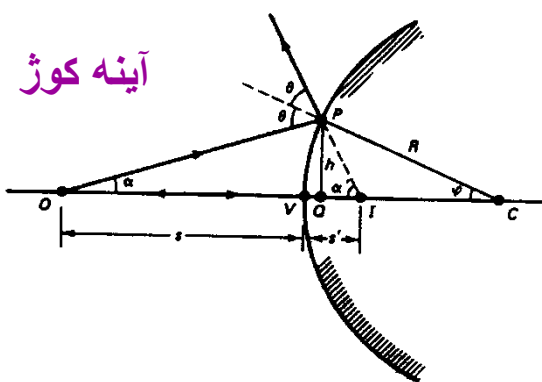


## 7-1 بازتاب در سطح کروی



انواع آینه های کروی:

- کاو (یا مقعر): مرکز انحنای  $C$  در سمت جسم  $O$ .
- کوژ (یا محدب): معکوس حالت فوق.

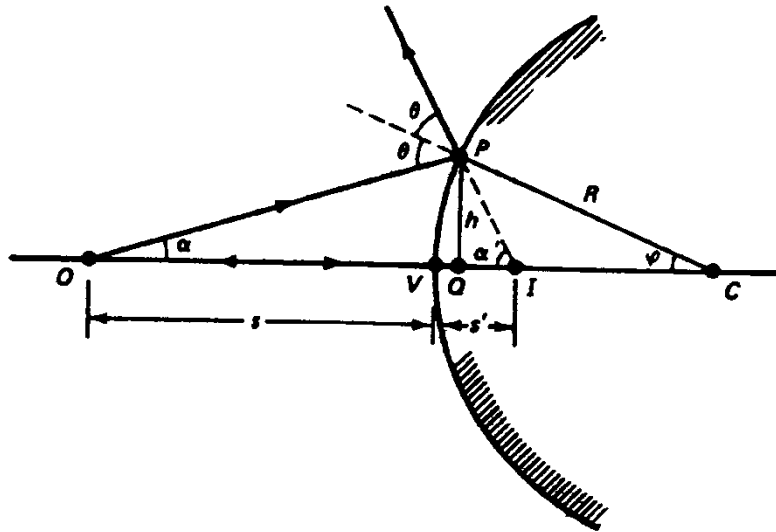




# ادامه بازتاب در سطح کروی



نورشناسی هندسی یا گاوسی



$$\theta = \alpha + \varphi$$

$$2\theta = \alpha + \alpha'$$

$$\alpha - \alpha' = -2\varphi$$

$$\frac{h}{s} - \frac{h}{s'} = -2\frac{h}{R}$$

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -\frac{2}{R}$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = -\frac{2}{R}$$





## ادامه بازتاب در سطح کروی

قرارداد علامتها: با فرض انتشار نور از چپ به راست

1. جسم حقیقی  $\leftarrow$  سمت چپ  $v$     فاصله  $S$  مثبت  $\leftarrow$
2. تصویر حقیقی  $\leftarrow$  سمت راست  $v$     فاصله  $S'$  منفی  $\leftarrow$
3. آینه کوژ     $c$  سمت راست  $v$     شعاع  $R$  مثبت
4. آینه کاو     $c$  سمت چپ  $v$     شعاع  $R$  منفی





# ادامه بازتاب در سطح کروی

فاصله کانونی

$$f = -\frac{R}{2}$$

معادله آینه ها

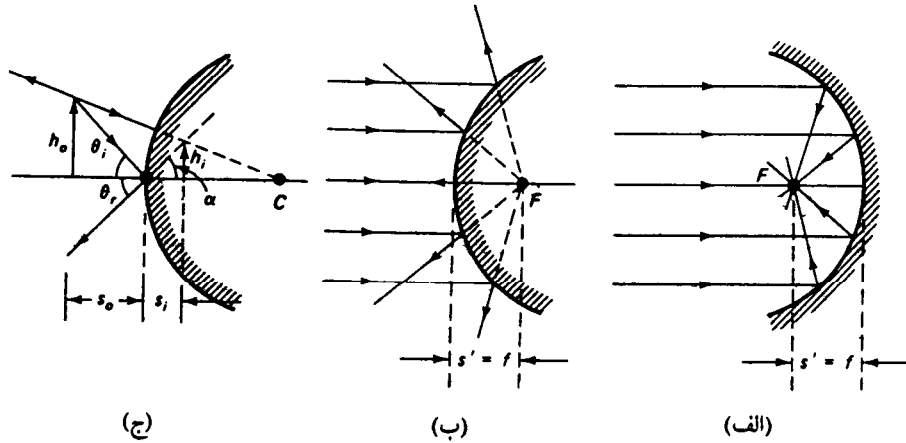
$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{h_o}{s_o} = \frac{h_i}{s_i}$$

$$m = \frac{h_i}{h_o} = \frac{s_i}{s_o}$$

$$m = -\frac{s_i}{s_o}$$

بزرگنمایی عرضی

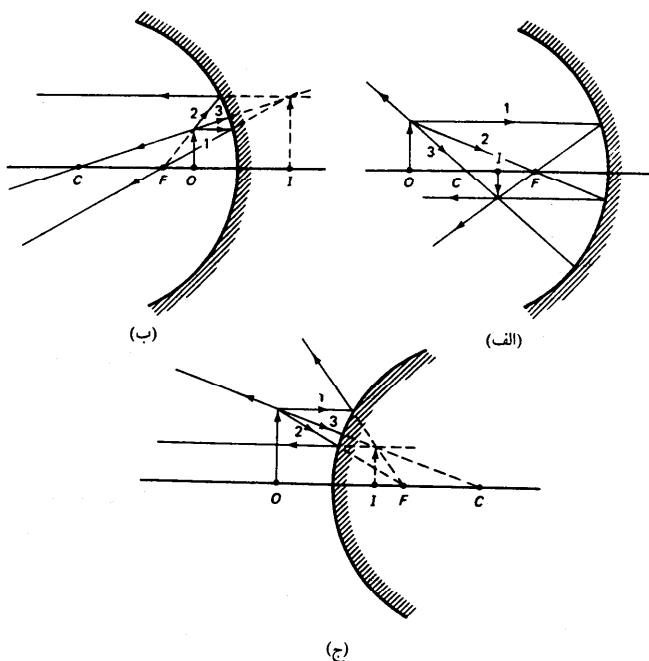


شکل ۱-۱۱ کانون در آینه‌های کروی کاو (الف) و کوژ (ب). تعیین بزرگنمایی در آینه کروی (ج)



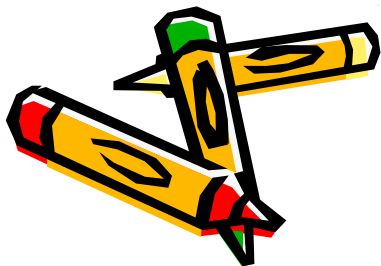


## ادامه بازتاب در سطح کروی



نمونه ها و روش تشکیل  
تصویر در آینه های کروی

شکل ۱- ۱۲ نمودار پرتوها برای آینه های کروی. (الف) تصویر حقیقی در آینه کار. (ب) تصویر مجازی در آینه کار. (ج) تصویر مجازی در آینه کوز

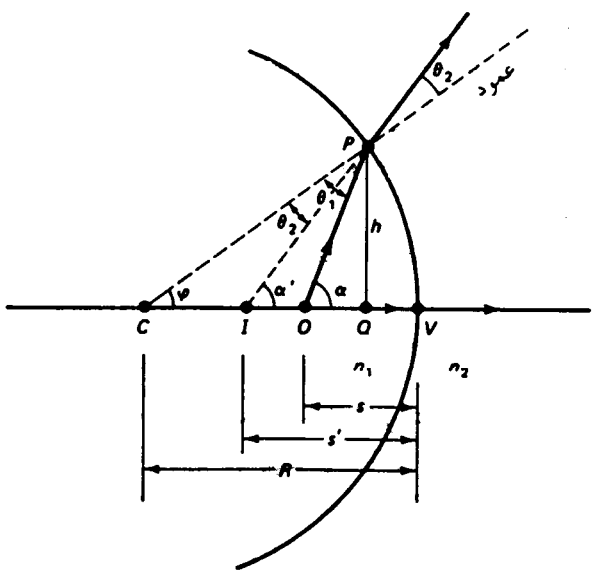






دانشگاه پیام نور

# 8-1 شکست در سطح کروی



شکل ۱-۱۳ شکست در سطح کروی در حالت  $n_2 > n_1$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$n_1 (\alpha - \varphi) = n_2 (\alpha' - \varphi)$$

$$n_1 \left[ \frac{h}{s} - \frac{h}{R} \right] = n_2 \left[ \frac{h}{s'} - \frac{h}{R} \right]$$

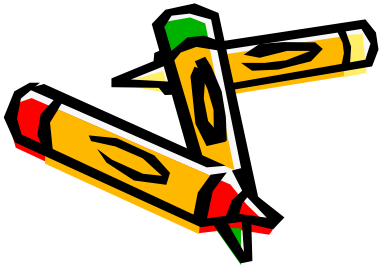
$$\frac{n_1}{s} - \frac{n_2}{s'} = \frac{n_1 - n_2}{R}$$

$$\frac{n_1}{s} + \frac{n_2}{s'} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$s' = - \left[ \frac{n_2}{n_1} \right] s$$

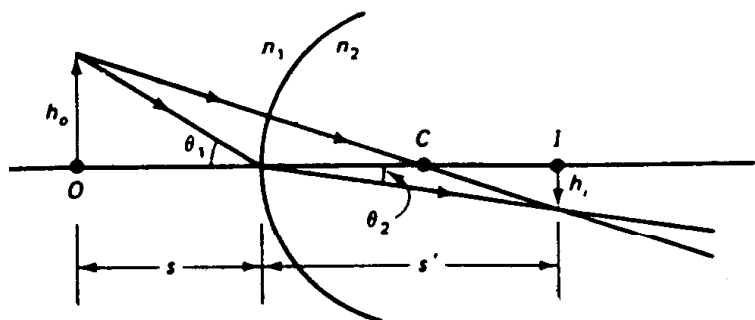
معادله کلی شکست

برای سطح تخت با R مساوی بینهایت





# ادامه شکست در سطح کروی



شکل ۱-۱۴ تعیین بزرگنمایی در سطح شکست کروی

$$n_1 \left[ \frac{h_o}{s} \right] = n_2 \left[ \frac{h_i}{s'} \right]$$

$$n_1 \theta_1 = n_2 \theta_2$$

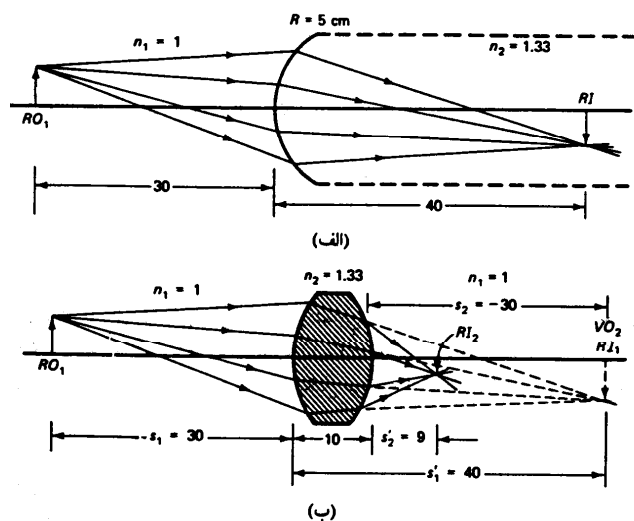
$$m = - \frac{n_1 s'}{n_2 s}$$

بزرگنمایی عرضی





# 9-1 عدسیهای نازک



شکل ۱-۱۵ نمونه‌ای از شکست در سطحهای کروی. (الف) شکست در یک سطح کروی منفرد. (ب) شکست در یک عدسی کلفت (شاخصهای ۱ و ۲ شکست در سطحهای اول و دوم را نشان می‌دهند).

محاسبه فرمول عدسیهای نازک

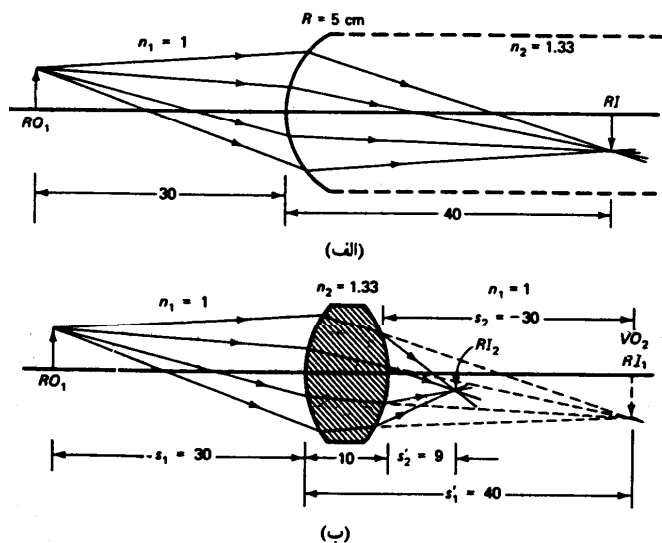
$$\frac{n_1}{s_1} + \frac{n_2}{s'_2} = \frac{n_2 - n_1}{R_1} \quad \text{در سطح اول}$$

$$\frac{n_2}{s_2} + \frac{n_1}{s'_1} = \frac{n_1 - n_2}{R_2} \quad \text{در سطح دوم}$$





# ادامه عدسیهای نازک

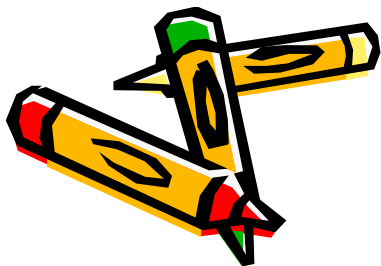


$$s_2 = t - s'_1$$

$$s_2 = -s'_1$$

$$\frac{n_1}{s_1} + \frac{n_1}{s'_2} = (n_2 - n_1) \left[ \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]$$

شکل ۱-۱۵ نمونه‌ای از شکست در سطحهای کروی. (الف) شکست در یک سطح کروی منفرد. (ب) شکست در یک عدسی کلفت (شاخصهای ۱ و ۲ شکست در سطحهای اول و دوم را نشان می‌دهند).





## ادامه عدسیهای نازک

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{n_2 - n_1}{n_1} \left[ \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]$$

$$\frac{1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{n_1} \left[ \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

فرمول عدسی سازها

معادله عدسی نازک

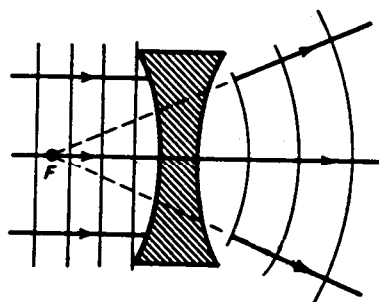




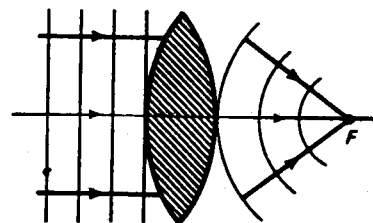
## ادامه عدسیهای نازک



فاصله کانونی در عدسی همگرا مثبت و در عدسی واگرا منفی در نظر گرفته می شود.

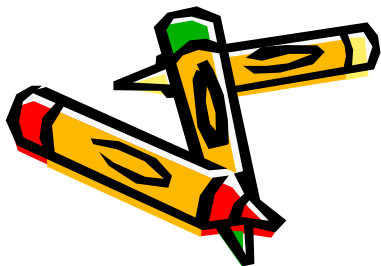


(ب)  $f < 0$



(الف)  $f > 0$

شکل ۱- ۱۶ تأثیر عدسی همگرا و (ب) عدسی واگرا بر جبهه‌های موج تخت



OPTICS

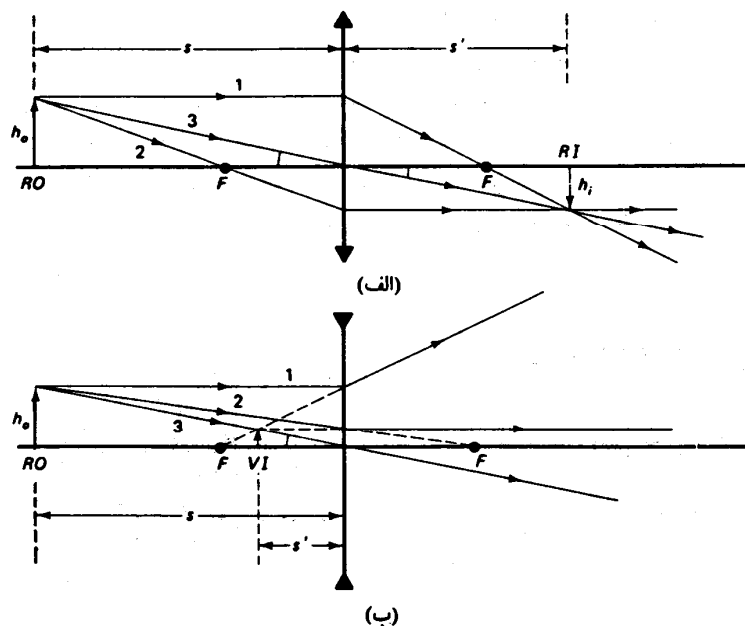




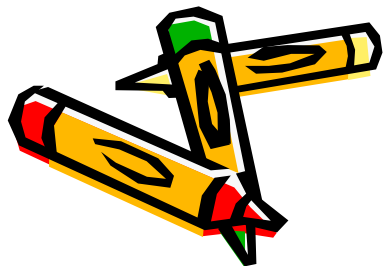
# ادامه عدسیهای نازک



نمونه های رسم پرتو در عدسی های همگرا و واگرا



شکل ۱ - ۱۷ نمودار پرتوها برای تشکیل تصویر در (الف) عدسی همگرا و (ب) عدسی واگرا

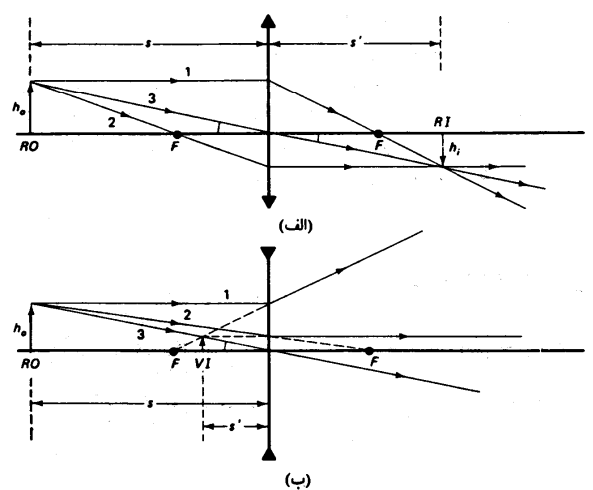




# ادامه عدسیهای نازک



محاسبه بزرگنمایی در عدسی های نازک



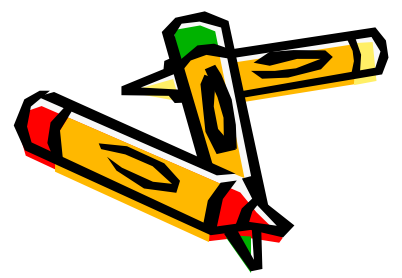
شکل ۱- ۱۷ نمودار پرتوها برای تشکیل تصویر در (الف) عدسی همگرا و (ب) عدسی واگرا

$$\frac{h_o}{s} = \frac{h_i}{s'}$$

$$m = \frac{h_i}{h_o} = \frac{s'}{s}$$

$$m = -\frac{s'}{s}$$

بزرگنمایی



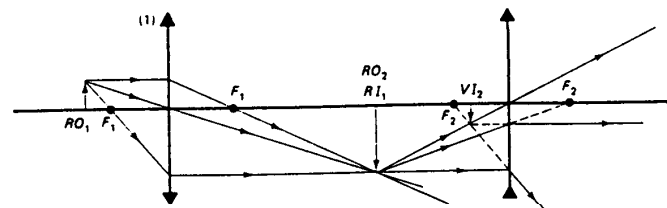




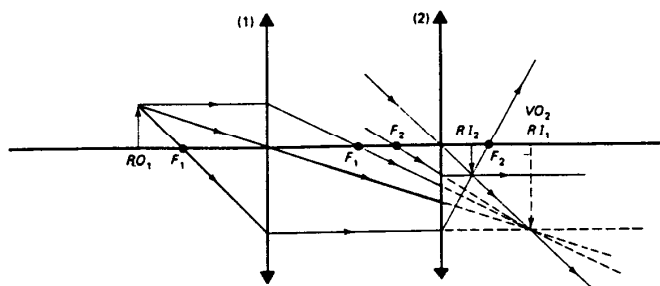
# ادامه عدسیهای نازک



## روش ترسیم پرتو ها در ترکیب عدسی ها



(الف)



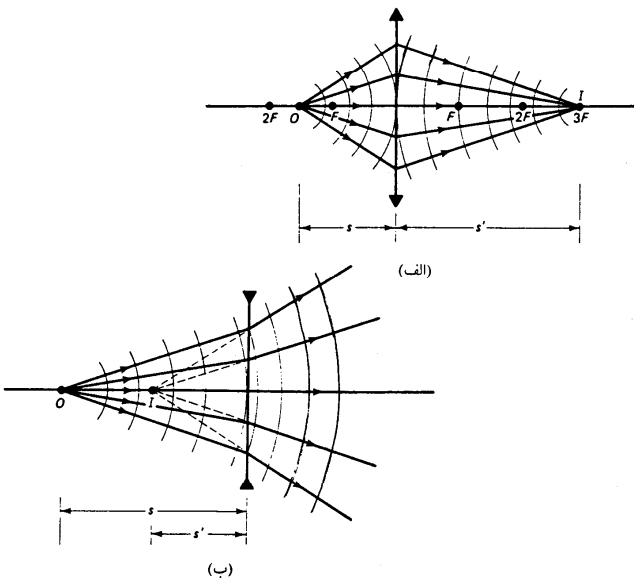
(ب)

شکل ۱- ۱۸ (الف) تشکیل تصویر مجازی  $VI_2$  در دستگاهی که شامل دو عدسی همگرا (۱) و واگرا (۲) است. (ب) تشکیل تصویری حقیقی  $RI_2$  در دستگاهی که شامل دو عدسی همگراست. تصویر واسطه  $RI_1$  در اینجا به عنوان یک جسم مجازی  $VO_2$  برای عدسی دوم عمل می‌کند.





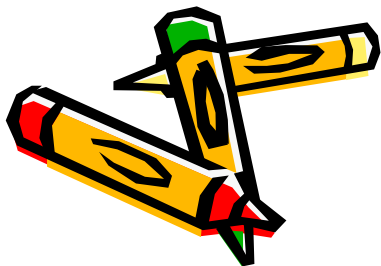
# 10-1 گرایش و توان شکست



شکل ۱- ۱۹ تغییر انحنای جبهه‌های موج بر اثر شکست در عدسی (الف) همگرا و (ب) واگرا

پرتوهای نزدیک شونده: همگرا

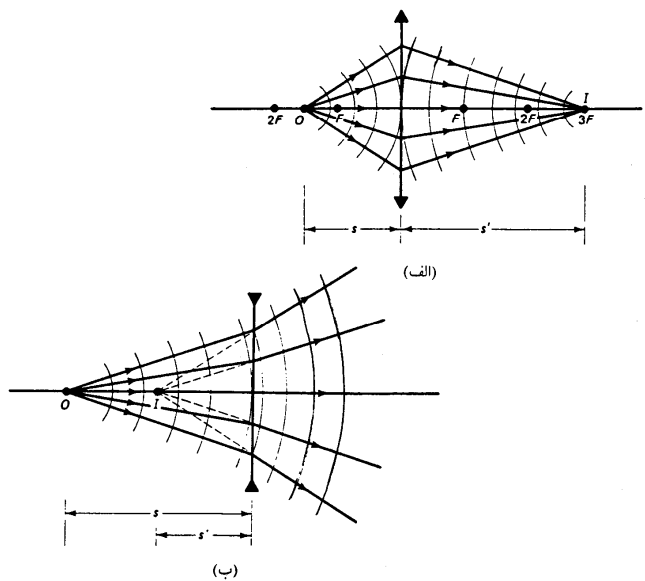
پرتوهای دور شونده: واگرا



OPTICS



# 10-1 گرایش و توان شکست



شکل ۱- ۱۹ تغییر انحنای جبهه‌های موج بر اثر شکست در عدسی (الف) همگرا و (ب) واگرا

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$V = \frac{1}{s}$$

$$V' = \frac{1}{s'}$$

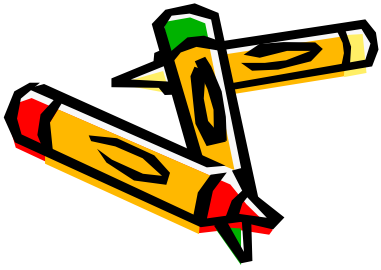
$$P = \frac{1}{f}$$

فرمول عدسیهای نازک

انحنا یا گرایش پرتو های ناشی از جسم نقطه ای  $O$

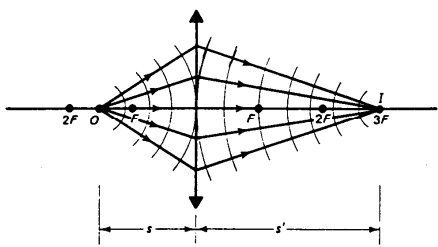
انحنا یا گرایش جبهه های موج خروجی از عدسی

توان شکست عدسی

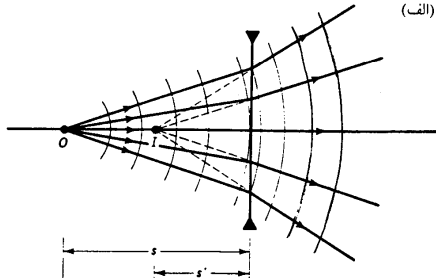




# 10-1 گرایش و توان شکست



(الف)



(ب)

شکل ۱-۱۹ تغییر انحنای جبهه‌های موج بر اثر شکست در عدسی (الف) همگرا و (ب) واگرا

$$V + V' = P$$

$$P = 5D$$

$$n_1V + n_2V = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

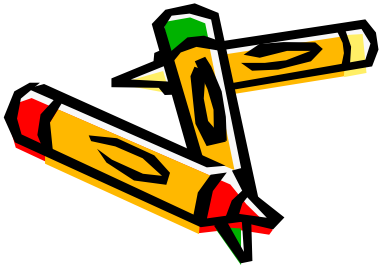
$$\frac{n_2 - n_1}{R}$$

صورت دیگر فرمول عدسیهای نازک

توان شکست یک عدسی نازک به فاصله کانونی 20 cm

صورت دیگر معادله شکستدر سطوح کروی

توان شکست سطح





## ادامه گرایش و توان شکست



$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_1} = \frac{1}{f_1}$$

$$\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{f_2}$$

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f}$$

تعیین فاصله کانونی ترکیب دو عدسی نازک به  
فواصل کانونی  $f_1$  و  $f_2$  .





## ادامه گرایش و توان شکست



تعیین فاصله کانونی ترکیب چند عدسی نازک  
به فواصل کانونی  $f_1$  ،  $f_2$  ،  $f_3$  و ...

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3} + \dots$$

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots$$

اصلاح عیوب چشم با استفاده از عدسی واگرا (تزدیک بین) و واگرا (دوربین).





# فصل 2: حرکت موجی و موجهای الکترومغناطیسی



1-2 مقدمه

2-2 معادله موج یک بعدی

3-2 موج هماهنگ

4-2 اعداد مختلط

5-2 نمایش موج هماهنگ

با عدد مختلط

6-2 موجهای تخت

7-2 موجهای کروی

8-2 موجهای الکترومغناطیسی

9-2 اثر دوپلر

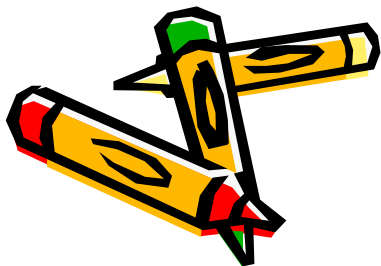
10-2 اثر برهم‌نهی

11-2 برهم‌نهی موجهای هم بسامد

12-2 چشمه‌های همدوس و کتره‌ای

13-2 موجهای ایستاده

14-2 سرعت فاز و سرعت گروه



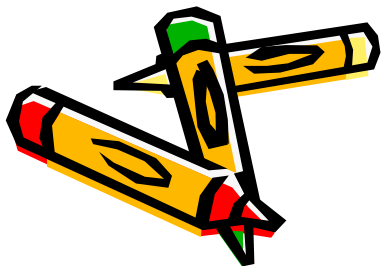


## 2- حرکت موجی و موجهای

### الکترومغناطیسی

#### خلاصه فصل:

- در این فصل با مفاهیم زیر آشنا خواهیم شد،
- معادله موج به صورتهای غیر مختلط و مختلط و موج هماهنگ
- معادله و ویژگیهای موج تخت
- معادله و ویژگیهای موج کروی
- ویژگیهای امواج الکترومغناطیسی
- اثر دوپلر و کاربرد آن
- اصل برهمندی و کاربرد آن در مطالعه موجهای هم بسامد
- انواع چشمه های همدوس و ناهمدوس
- امواج ایستاده و مفاهیم سرعت فاز و سرعت گروه







# 1-2 معادله موج یک بعدی

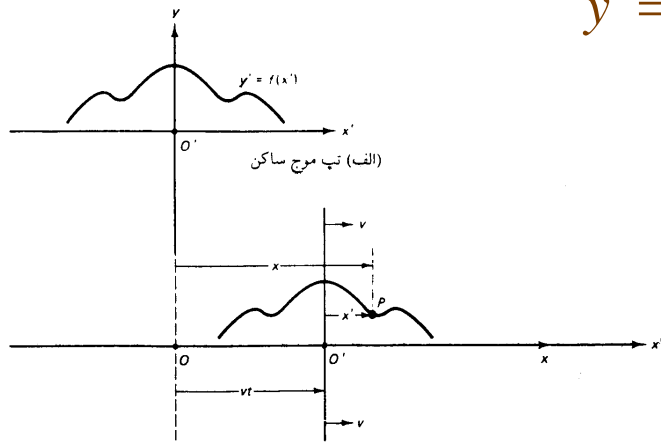
تعیین متداولترین شکل موج پیش رونده و معادله دیفرانسیل آن:

انتخاب تپ موجی یک بعدی به شکل دلخواه  $y' = f(x')$  و ثابت نسبت به دستگاه  $O'(x', y')$

دستگاه  $O'$  همراه با تپ موج با سرعت  $v$  نسبت به دستگاه  $O(x, y)$  در راستای  $x$  حرکت می کند.

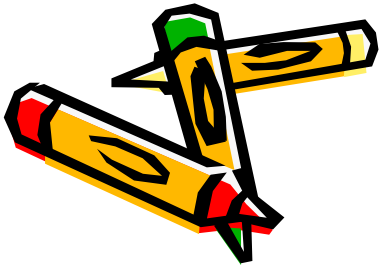
$$y = y' = f(x') = f(x - vt)$$

$$y = f(x \pm vt)$$



(ب) تپ موج رونده با سرعت ثابت

شکل ۱ - ۲ الف) تپ موج ساکن نسبت به  $O'$ ، ب) تپ موج در حال حرکت (با سرعت ثابت) نسبت به  $O$





## ادامه معادله موج یک بعدی



شکلهای مختلف تابع  $f$

$$y = A \sin(\chi - vt)$$

$$y = A(\chi + vt)^2$$

$$y = e^{(\chi - vt)}$$





## ادامه معادله موج یک بعدی

روش یافتن معادله دیفرانسیل جزئی موجهای دوره ای

$$y = f(\chi')$$

$$\chi' = \chi \pm vt$$

$$\frac{\partial \chi'}{\partial \chi} = 1$$

$$\frac{\partial \chi'}{\partial t} = \pm v$$





# ادامه معادله موج یک بعدی



$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x'}$$

مشتق مکانی تابع  $y$

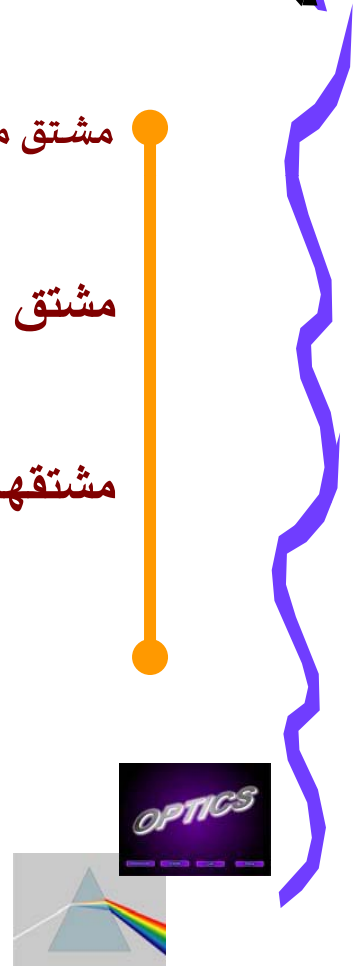
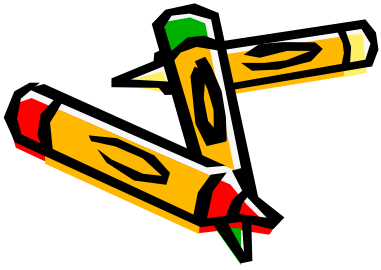
$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial y}{\partial x} \right] = \frac{\partial(\partial y / \partial x)}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x'} \left[ \frac{\partial f}{\partial x'} \right] = \frac{\partial^2 f}{\partial x'^2}$$

مشتق مکانی دوم

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial t} = \pm v \frac{\partial f}{\partial x'}$$

مشتقهای زمانی

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial y}{\partial t} \right] = \frac{\partial(\partial y / \partial t)}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x'} \left[ \pm v \frac{\partial f}{\partial x'} \right] (\pm v) = v^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x'^2}$$

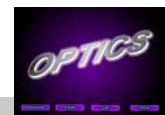




## ادامه معادله موج یک بعدی

از ترکیب مشتق‌های دوم مکانی و زمانی ، معادله دیفرانسیل موج یک بعدی حاصل می شود.

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$





# 2-3 موج هماهنگ



$$y = A \sin [k (\chi \pm vt)]$$

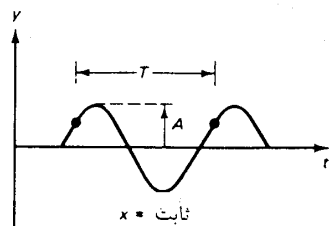
موج هماهنگ

$$A \sin k [(\chi + \lambda) + vt] = A \sin [k (\chi + vt) + 2\pi]$$

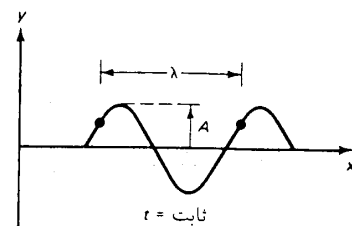
$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

ثابت انتشار یا عدد موج

$$A \sin k [\chi + v(t + T)] = A \sin [k (\chi + vt) + 2\pi]$$

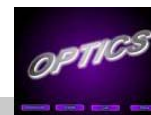
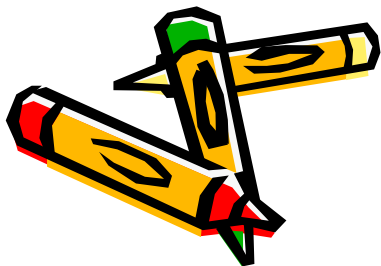


(ب)



(الف)

شکل ۲-۲ گسترده‌گی تابع موجی سینوسی در فضا و زمان: (الف) موج سینوسی در زمان مشخص، (ب) موج سینوسی در مکان مشخص





# 2-3 موج هماهنگ

باز تولید شکل موج با افزودن  $T$  به هر مقدار  $t$

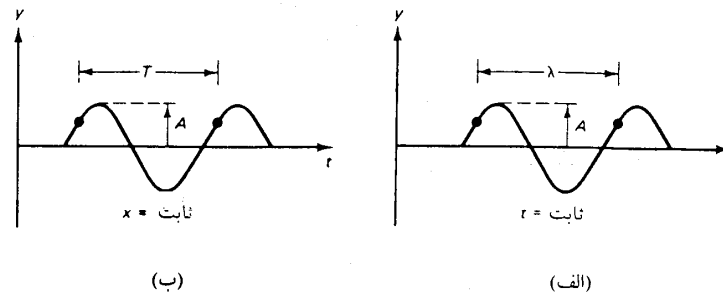
$$A \sin k [\chi + v(t + T)] = A \sin [k(\chi + vt) + 2\pi]$$

$$v = f \lambda$$

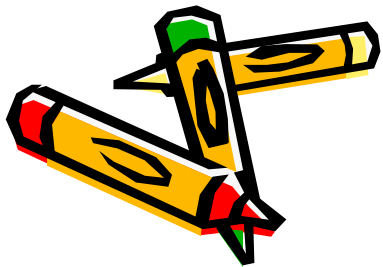
$$f = \frac{1}{T}$$

رابطه میان سرعت موج، بسامد و طول موج

رابطه میان بسامد و دوره



شکل ۲-۲ گسترده‌ی تابع موجی سینوسی در فضا و زمان: (الف) موج سینوسی در زمان مشخص، (ب) موج سینوسی در مکان مشخص





## ادامه موج هماهنگ



صورت‌های هم‌ارز موج‌های هماهنگ

$$y = A_{\cos}^{\sin} [k(\chi \pm vt)]$$

$$y = A_{\cos}^{\sin} \left[ 2\pi \left[ \frac{\chi}{\lambda} \pm \frac{t}{T} \right] \right]$$

$$y = A_{\cos}^{\sin} [(k\chi \pm \omega t)]$$







# ادامه موج هماهنگ



$$\varphi = k(\chi \pm vt)$$

$$d\varphi = 0 = k(d\chi \pm vdt)$$

$$\frac{d\chi}{dt} = \pm v$$

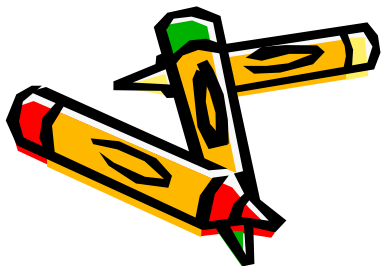
فاز حرکت

با فرض ثابت بودن فاز

$v$  سرعت فاز است،

علامت آن به ازای  $\varphi = k(\chi + vt)$  منفی

و به ازای  $\varphi = k(\chi - vt)$  مثبت





# ادامه موج هماهنگ



افزایش "مقدار فاز"  $\varphi_0$  برای ایجاد سازگاری معادله موج با هر گونه شرایط ،

$$y = A \sin [k(\chi \pm vt) + \varphi_0]$$

$$y = A \sin \varphi_0 = y_0$$

با شرایط مرزی اولیه  
در  $x=0$  و  $y=0$

$$\varphi_0 = \sin^{-1} \left[ \frac{y_0}{A} \right]$$

فاز اولیه





# 2-4 اعداد مختلط



$$|Z| = a + ib$$

$$|Z|^2 = a^2 + b^2$$

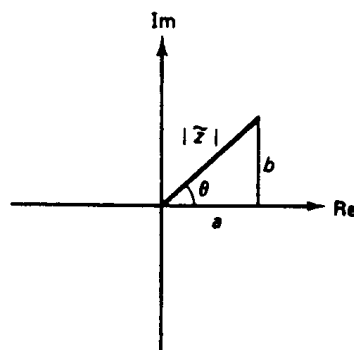
$$a = |Z| \cos \theta, b = |Z| \sin \theta$$

$$Z = |Z| (\cos \theta + i \sin \theta)$$

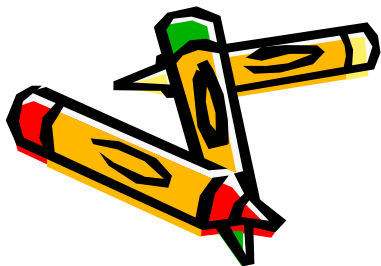
مجموع دو بخش حقیقی و موهومی

با استفاده از قضیه فیثاغورث

صورت دیگر عدد مختلط



شکل ۲-۳ نمایش عدد مختلط در راستای محورهای حقیقی (Re) و موهومی (Im)





## ادامه اعداد مختلط



$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$$

$$z = |z| e^{i\theta}$$

$$\theta = \operatorname{tg}^{-1} \left[ \frac{b}{a} \right]$$

$$z^* = a - ib = |z| e^{-i\theta}$$

$$zz^* = [|z| e^{i\theta}] [|z| e^{-i\theta}] = |z|^2$$

بنا بر فرمول اویلر

همیوغ مختلط Z



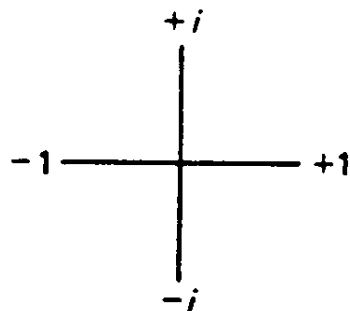


# ادامه اعداد مختلط



حالت‌های خاص  $e^{i\theta}$  با استفاده از فرمول اویلر

$\theta$	$e^{i\theta}$
$0^\circ$	1
$90^\circ$	$i$
$180^\circ$	-1
$270^\circ$	$-i$



شکل ۲-۴ نمایش  $e^{i\theta}$  در چند حالت خاص





## 5-2 نمایش موج هماهنگ

با عدد مختلط

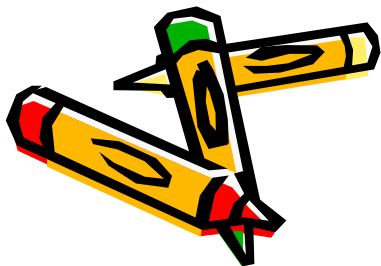


نمایش موج هماهنگ به کمک فرمول اویلر و بخشهای حقیقی و موهومی آن

$$y = A e^{i(\kappa\chi - \omega t)}$$

$$\text{Re}(y) = A \cos(\kappa\chi - \omega t)$$

$$\text{Im}(y) = A \sin(\kappa\chi - \omega t)$$





## 2-6 موجهای تخت



تعمیم موج تخت برای نشان دادن انتشار موج در هر راستا،

$$\psi = A \sin(kx - \omega t)$$

موج رونده در راستای  $kx$

$$\psi = A \sin kx$$

گسترش فضایی موج در زمان  $t=0$

$$\psi = A \sin(kr \cos \theta)$$

معادله موج در شرایط  $x=r \cos \theta$

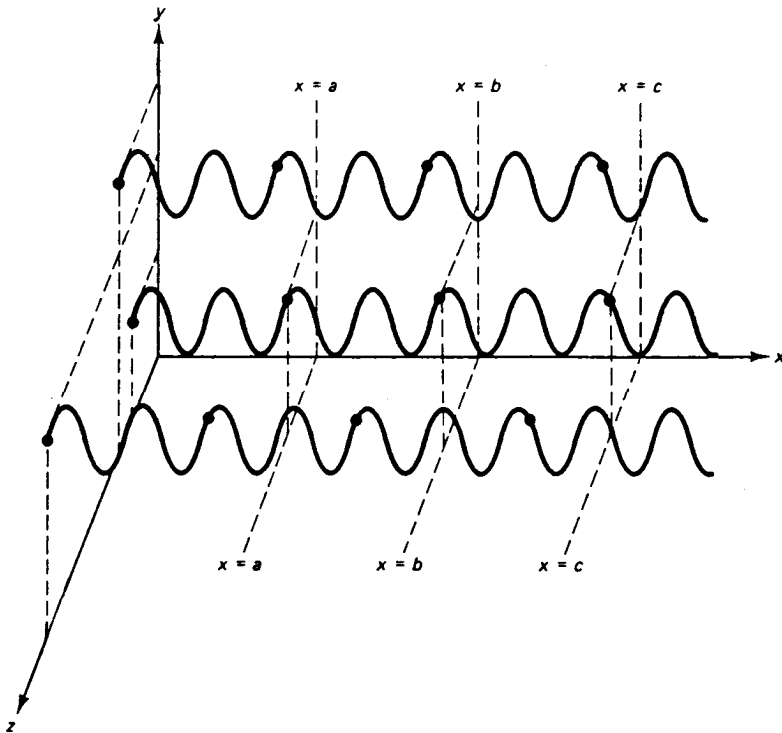
$$\psi = A \sin [k \cdot r - \omega t]$$

با در نظر گرفتن ثابت انتشار  $k$  و  $kr \cos \theta = k \cdot r$





# ادامه موجهای تخت



نمایش موجهای تخت و جبهه های موج

شکل ۲ - ۵ موجهای تخت در راستای محور  $x$ . سطوح با فاز ثابت، صفحات  $x = \text{const}$  هستند. موجها در نقطه‌هایی که نشان داده شده‌اند از صفحه‌های  $x = a$ ،  $x = b$ ، و  $x = c$  عبور می‌کنند.







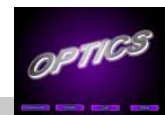
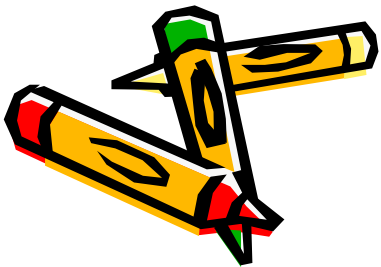
## ادامه موجهای تخت

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = xk_x + yk_y + zk_z$$

$$\psi = Ae^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$$

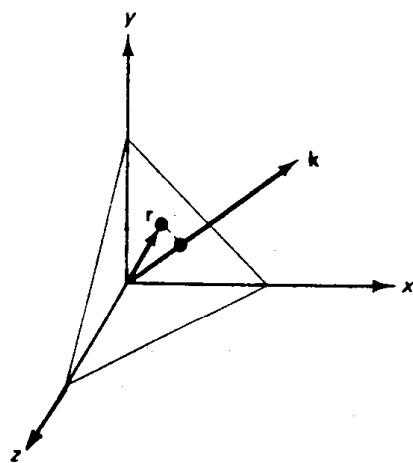
معادله دیفرانسیل جزئی مربوط به موج سه بعدی

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

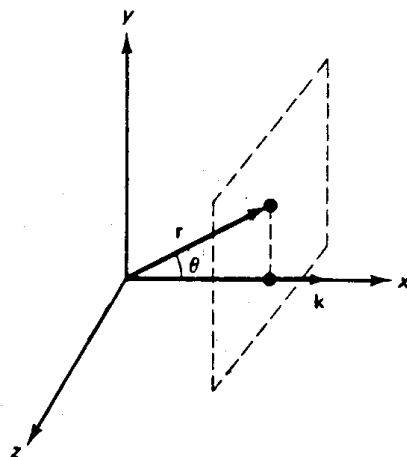




# ادامه موجهای تخت



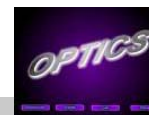
(ب)



(الف)

## جهتهای حرکت موج تخت

شکل ۲ - ۶ موج تخت می تواند در هر راستایی در حرکت باشد. جهت انتشار موج تخت که با بردار  $k$  مشخص می شود، در حالت (الف) در راستای محور  $z$  در حالت (ب) در راستایی دلخواه است.



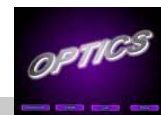


## ادامه موجهای تخت

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

شکل فشرده معادله موج





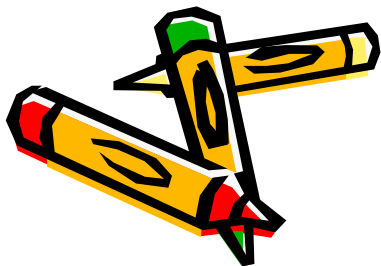
## 7-2 موجهای کروی



موج تخت اصلاح شده، قابل استفاده برای موج کروی.

دامنه تقسیم بر  $r$ .

$$\psi = \left[ \frac{A}{r} \right] e^{i(\kappa \cdot r - \omega t)}$$



OPTICS

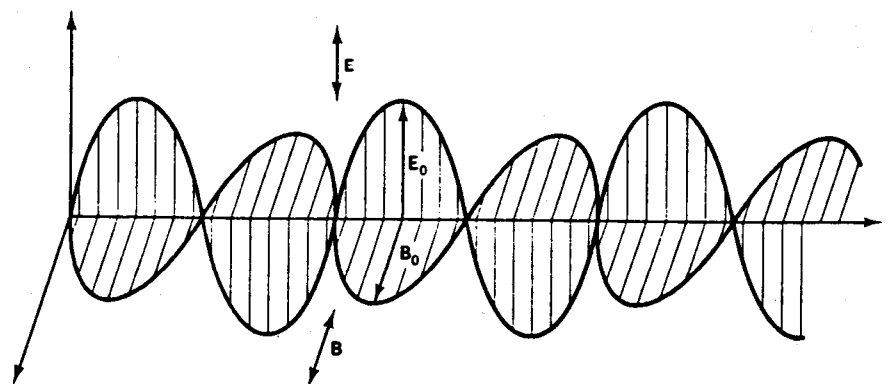


## ادامه موجهای الکترومغناطیسی



انتشار موج الکترومغناطیسی

عمود بودن بردارهای میدان الکتریکی، میدان مغناطیسی و بردار انتشار



شکل ۲-۷ موج تخت الکترومغناطیسی. میدان الکتریکی  $\vec{E}$ ، میدان مغناطیسی  $\vec{B}$ ، و بردار انتشار  $\vec{k}$  در همه جا بر همدیگر عمودند.





## 8-2 موجهای الکترومغناطیسی



کمیت  $\psi$  در مورد امواج الکترومغناطیسی (معرف نور)، به معنی میدانهای الکتریکی یا مغناطیسی است.

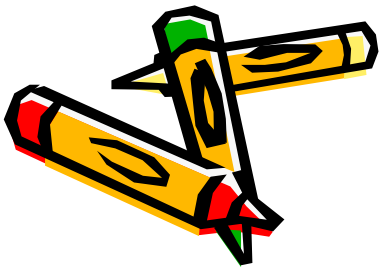
$$E = E_0 e^{i(k \cdot r - \omega t)}$$

$$B = B_0 e^{i(k \cdot r - \omega t)}$$

$$E = cB$$

میدان الکتریکی

میدان مغناطیسی





## ادامه موجهای الکترومغناطیسی



$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

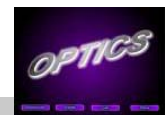
$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{(\text{A} \cdot \text{s})^2}$$

$$\epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} \frac{(\text{C} \cdot \text{s})^2}{\text{kg} \cdot \text{m}^3}$$

سرعت نور

تراوایی خلاء

گذر دهی خلاء





## ادامه موجهای الکترومغناطیسی



$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

چگالی انرژی میدان الکتریکی در فضای آزاد

$$u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

چگالی انرژی میدان مغناطیسی در فضای آزاد

$$u = u_E + u_B = 2u_E = 2u_B$$

$$u = \epsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu_0}$$

چگالی انرژی کل







## ادامه موجهای الکترومغناطیسی

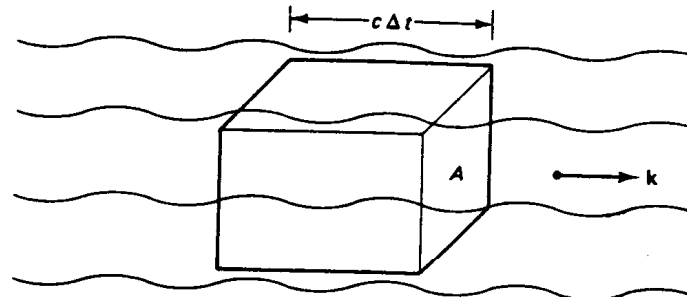


$$power = \frac{energy}{\Delta t} = \frac{u\Delta t}{\Delta t} = \frac{u(Ac\Delta t)}{\Delta t} = ucA$$

$$u = \sqrt{u}\sqrt{u} = \left[ \sqrt{\epsilon_0} E \right] \left[ \frac{B}{\sqrt{\mu_0}} \right] = \frac{\epsilon_0}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} EB = \epsilon_0 c EB$$

$$S = \epsilon_0 c^2 EB$$

$$S = \epsilon_0 c^2 \mathbf{E} \times \mathbf{B}$$



شکل ۲-۸ جریان انرژی موج الکترومغناطیسی در مدت زمان  $\Delta t$ ، انرژی محصور در حجم مکعب مستطیل از سطح  $A$  عبور می‌کند.

بردار پوینتینگ





## ادامه موجهای الکترومغناطیسی



شدت تابش  $E_e$  = متوسط زمانی توان گذرنده از واحد سطح

$$E_e = \langle S \rangle = \varepsilon_0 c^2 \langle E_o B_o \sin^2(k \cdot r \pm \omega t) \rangle$$

$$E_e = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c^2 E_o B_o$$

$$E_e = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_o^2$$

$$E_e = \frac{1}{2} \left[ \frac{c}{\mu_0} \right] B_o^2$$

عبارتهای شدت تابش برای حرکت  
موج الکترومغناطیسی در فضای آزاد



OPTICS





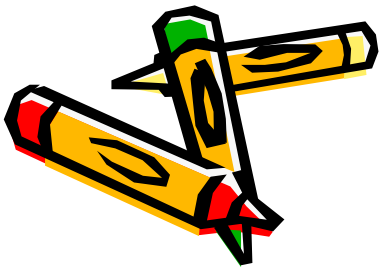
## 2-9 اثر دوپلر



نتیجه محاسبه اثر دوپلر با استفاده از نظریه نسبیت خاص

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}}$$

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = 1 - \frac{v}{c}$$





## 10-2 اصل برهم‌نهی



محاسبه جابه جایی بر ایند با استفاده از اصل برهم‌نهی

$$\psi = \psi_1 + \psi_2$$

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

$$\psi = a\psi_1 + b\psi_2$$

$$E = E_1 + E_2$$

$$B = B_1 + B_2$$

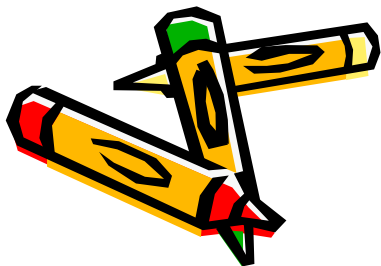




## ادامه اصل برهم‌نهی



- این روش قابل استفاده برای نور ناقطبیده.
- در نور ناقطبیده، میدان  $E$  با دو مولفه عمود بر هم نشان داده می شود.
- بروز اثرات غیر خطی در برهمکنش نور با ماده ، هنگام خیلی بزرگ بودن دامنه.
- لیزر.
- اپتیک غیر خطی.





## 11-2 برهم‌نهی موجهای هم بسامد



ترکیب دو موج هماهنگ هم بسامد،

$$E = E_o \sin(k.r + \omega t + \varphi_o)$$

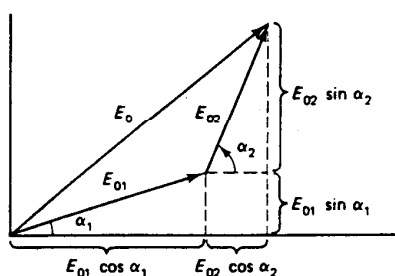
$$E = E_o \sin(\omega t + \alpha)$$

$$\alpha = k.r + \varphi_o$$

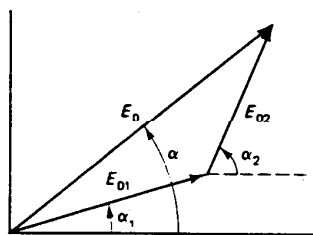
$$\alpha_2 - \alpha_1 = k.(r_2 - r_1) + (\varphi_{o2} - \varphi_{o1})$$

$$E_1 = E_{o1} \sin(\omega t + \alpha_1)$$

$$E_2 = E_{o2} \sin(\omega t + \alpha_2)$$

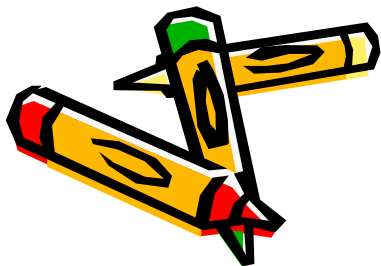


(ب)



(الف)

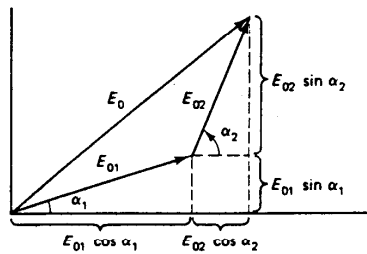
شکل ۲-۹ نمودارهای فازور برای برهم‌نهی دو موج هماهنگ. (الف) جمع‌زنی دو موج هماهنگ. (ب) مؤلفه‌های فازور



OPTICS

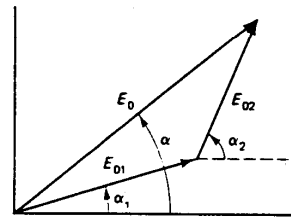


# ادامه برهم‌نهی موجهای هم‌بسامد



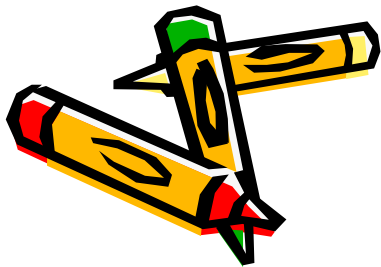
(ب)

شکل ۲-۹ نمودارهای فازور برای برهم‌نهی دو موج هماهنگ. (الف) جمع‌زنی دو موج هماهنگ. (ب) مؤلفه‌های فازور



(الف)

$$E_R = (E_{o1} \cos \alpha_1 + E_{o2} \cos \alpha_2) \sin \omega t + (E_{o1} \sin \alpha_1 + E_{o2} \sin \alpha_2) \cos \omega t$$
$$E_o \cos \alpha = E_{o1} \cos \alpha_1 + E_{o2} \cos \alpha_2$$
$$E_o \sin \alpha = E_{o1} \sin \alpha_1 + E_{o2} \sin \alpha_2$$





## ادامه برهم‌نهی موجهای هم‌بسامد



ادامه محاسبات

$$E_R = E_o \cos \alpha \sin \omega t + E_o \sin \alpha \cos \omega t$$

$$E_R = E_o \sin(\omega t + \alpha)$$







# ادامه برهم‌نهی موجهای هم بسامد

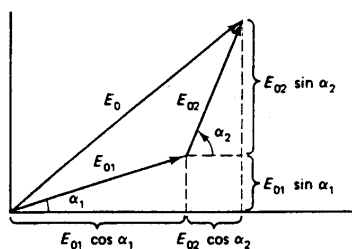


## نتیجه محاسبات:

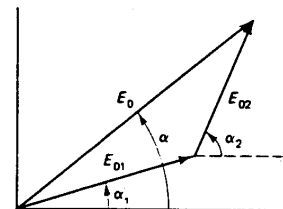
موج برآیند  $E_R$ ، موج هماهنگ دیگری با همان بسامد  $\omega$  و با دامنه و فاز  $E_o$  و  $\alpha$  است که رابطه شان با موجهای هماهنگ ترکیب شونده را می توان از نمودار فازور شکل زیر به دست آورد،

$$E_o^2 = E_{o1}^2 + E_{o2}^2 + 2E_{o1}E_{o2} \cos(\alpha_2 - \alpha_1)$$

$$tg \alpha = \frac{E_{o1} \sin \alpha_1 + E_{o2} \sin \alpha_2}{E_{o1} \cos \alpha_1 + E_{o2} \cos \alpha_2}$$

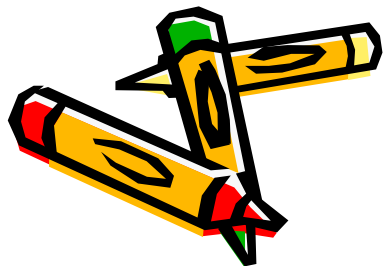


(ب)



(الف)

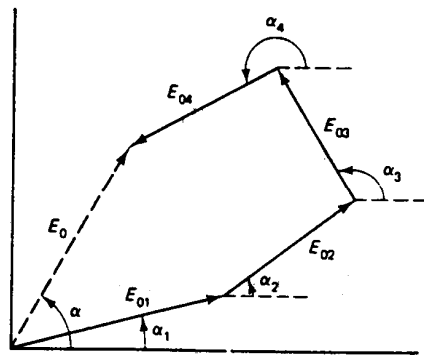
شکل ۲-۹ نمودارهای فازور برای برهم‌نهی دو موج هماهنگ. (الف) جمع‌زنی دو موج هماهنگ. (ب) مؤلفه‌های فازور





# ادامه برهم‌نهی موجهای هم‌بسامد

تعمیم روش ترسیمی تعیین برآیند برای هر تعداد از موجهای ترکیب شونده:

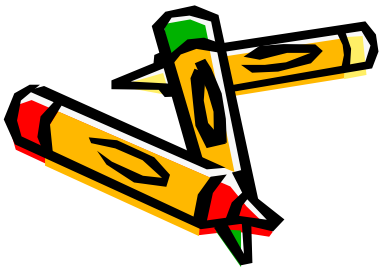


$$E_o^2 = \left[ \sum_{i=1}^N E_{oi} \sin \alpha_i \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^N E_{oi} \cos \alpha_i \right]^2$$

$$tg \alpha = \frac{\sum_{i=1}^N E_{oi} \sin \alpha_i}{\sum_{i=1}^N E_{oi} \cos \alpha_i}$$

$$E_o^2 = \sum_{i=1}^N E_{oi}^2 + 2 \sum_{j>i}^N \sum_{i=1}^N E_{oi} E_j \cos(\alpha_j - \alpha_i)$$

شکل ۲-۱۰ نمودار فازور برای جمع‌زنی چهار موج هماهنگ هم‌بسامد. نتیجه برهم‌نهی، موج برآیندی با همان بسامد و با دامنه و فاز  $E_o$  است





## 2-12 چشمه های همدوس و کتره ای



### تشخیص دو حالت مهم برهمه‌نی

1. حالت  $N$  چشمه هم بسامد و هم دامنه با فازهای کتره ای (که  $N$  عدد بزرگی است)،
2. حالت  $N$  چشمه همدوس با بسامد ها و دامنه های یکسان

$$E_o^2 = \sum_{i=1}^N E_{oi}^2 = NE_{o1}^2$$

$$E_o^2 = \sum_{i=1}^N E_{oi}^2 + 2 \sum_{j>i}^N \sum_{i=1}^N E_{oi} E_{oj}$$

در نتیجه صفر شدن جملات کسینوس





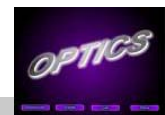
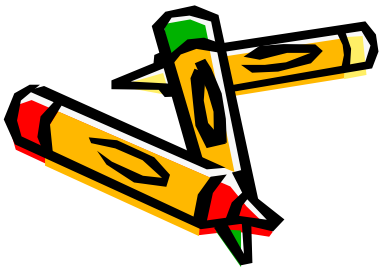
## ادامه چشمه های همدوس و کتره ای



$$E_o^2 = \left[ \sum_{i=1}^N E_{oi} \right]^2 = (NE_{oi})^2 = N^2 E_{o1}^2$$

نتیجه:

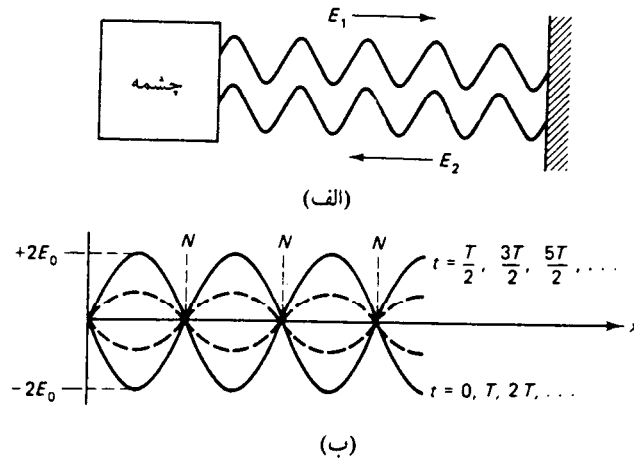
شدت برایند  $N$  چشمه یکسان و همدوس (که به طور همفاز تابش می کنند) برابر است با  $N^2$  برابر شدت هر یک از چشمه ها.





# 2-13 موجهای ایستاده

حالت مهم دیگر برهم‌نهی: موجی به طور همزمان در دو جهت مخالف در یک محیط در حرکت است.



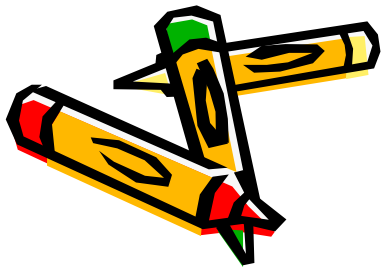
شکل ۲-۱۱ موجهای ایستاده. (الف) موج ایستاده معمولاً وقتی تشکیل می‌شود که موج اصلی و بازتاب آن در یک محیط در حال انتشار باشند. (ب) جابه‌جایی برابری موج ایستاده در لحظات مختلف. جابه‌جایی گره‌ها (N) همیشه برابر صفر است.

$$E_1 = E_o \sin(kx - \omega t)$$

$$E_2 = E_o \sin(kx + \omega t)$$

$$E_R = E_1 + E_2 = \text{موج برابری:}$$

$$E_o [\sin(kx + \omega t) + \sin(kx - \omega t)]$$





دانشگاه پیام نور

## ادامه موجهای ایستاده



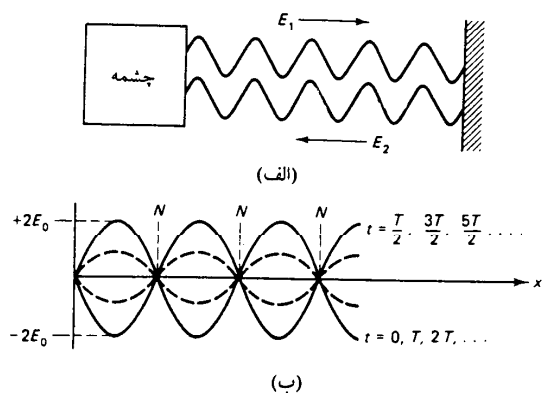
با تغییر متغیر:

$$\alpha = kx + \omega t$$

$$\beta = kx - \omega t$$

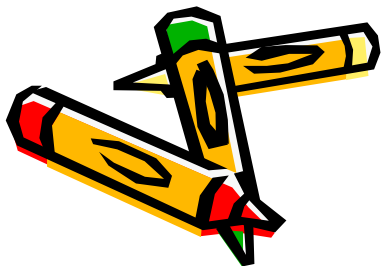
$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

نمایشگر یک موج ایستاده:



شکل ۲-۱۱ موجهای ایستاده. (الف) موج ایستاده معمولاً وقتی تشکیل می شود که موج اصلی و بازتاب آن در یک محیط در حال انتشار باشند. (ب) جابه جایی برابند موج ایستاده در لحظات مختلف. جابه جایی گره ها ( $N$ ) همیشه برابر صفر است.

$$E_R = (2E_o \sin kx) \cos \omega t$$





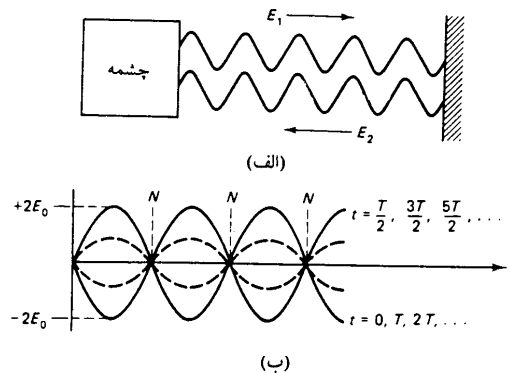
# ادامه موجهای ایستاده



مکانهای دارای دامنه صفر:

$$\sin kx = 0 \Rightarrow kx = \frac{2\pi x}{\lambda} = m\pi, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$x = m \left[ \frac{\lambda}{2} \right] = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, \dots$$



شکل ۲-۱۱ موجهای ایستاده. (الف) موج ایستاده معمولاً وقتی تشکیل می‌شود که موج اصلی و بازتاب آن در یک محیط در حال انتشار باشند. (ب) جابه‌جایی برآیند موج ایستاده در لحظات مختلف. جابه‌جایی گره‌ها ( $N$ ) همیشه برابر صفر است.





# ادامه موجهای ایستاده

شرایط پیشینه شدن دامنه:

در نقاطی که در آنها  $\cos \omega t = \pm 1$

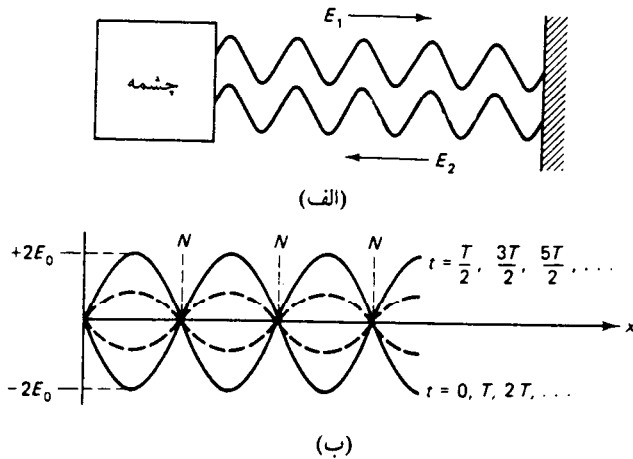
$$\omega t = 2\pi ft = \left[ \frac{2\pi}{T} \right] t = m\pi$$

$$t = m \left[ \frac{T}{2} \right] = 0, \frac{T}{2}, T, \frac{3T}{2}, \dots$$

$$t = \frac{T}{4}, \frac{3T}{4}, \dots$$

$$\cos \omega t = 0$$

$$\cos \omega t = \pm 1$$



شکل ۲ - ۱۱ موجهای ایستاده. (الف) موج ایستاده معمولاً وقتی تشکیل می شود که موج اصلی و بازتاب آن در یک محیط در حال انتشار باشند. (ب) جابه جایی برابند موج ایستاده در لحظات مختلف. جابه جایی گره ها (N) همیشه برابر صفر است.







## 14-2 سرعت فاز و سرعت گروه



ترکیب دو موج با دامنه های یکسان و بسامدها و عددهای موج متفاوت

$$E_1 = E_o \cos(\kappa_1 \chi - \omega_1 t)$$

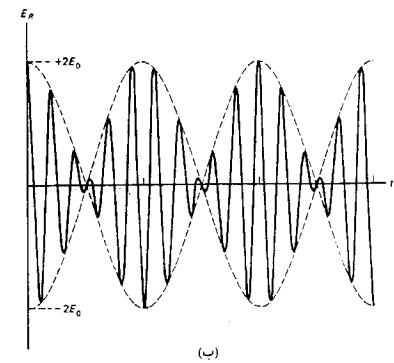
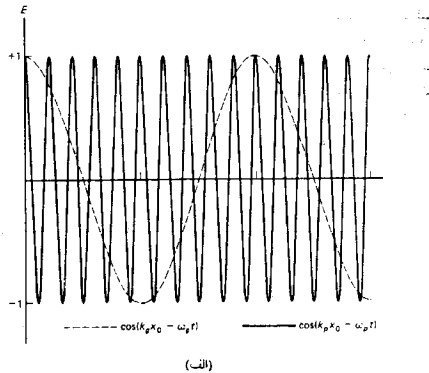
$$E_2 = E_o \cos(\kappa_2 \chi - \omega_2 t)$$

$$E_R = E_1 + E_2 = E_o [\cos(\kappa_1 \chi - \omega_1 t) + \cos(\kappa_2 \chi - \omega_2 t)]$$





# ادامه سرعت فاز و سرعت گروه



شکل ۲-۱۲ (الف) نمایش جداگانه تابعهای سینوسی معادله (۶۶-۲) در نقطه  $x = x_0$ .  
 (ب) موج مدوله شده معرف حاصلضرب (۶۶-۲) در  $x = x_0$ .

استفاده از اتحاد مثلثاتی زیر:

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$\alpha = k_1 x - \omega_1 t, \beta = k_2 x - \omega_2 t$$

$$E_R = 2E_0 \cos \left[ \frac{(k_1 + k_2)}{2} x - \frac{(\omega_1 + \omega_2)}{2} t \right] \times$$

$$\cos \left[ \frac{(k_1 - k_2)}{2} x - \frac{(\omega_1 - \omega_2)}{2} t \right]$$





# ادامه سرعت فاز و سرعت گروه

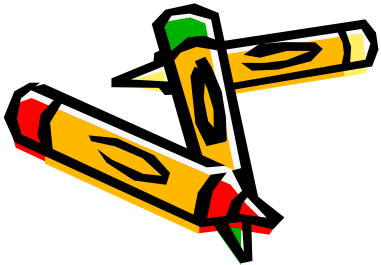


با استفاده از پارامترهای جدید

$$\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} = \omega_p, \quad \frac{k_1 + k_2}{2} = k_p$$

$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} = \omega_g, \quad \frac{k_1 - k_2}{2} = k_g$$

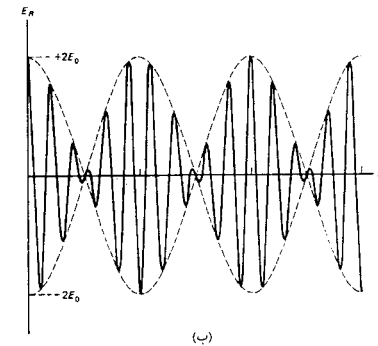
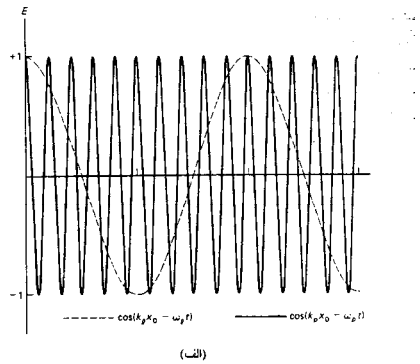
$$E_R = 2E_o \cos(k_p x - \omega_p t) \cos(k_g x - \omega_g t)$$



OPTICS



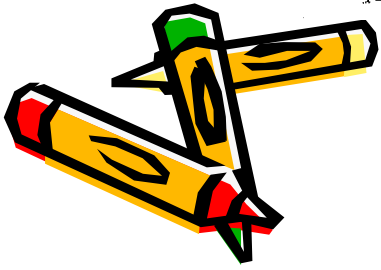
# ادامه سرعت فاز و سرعت گروه



شکل ۲-۱۲ (الف) نمایش جداگانه تابعهای سینوسی معادله (۶۶-۲) در نقطه  $x = x_0$   
 (ب) موج مدوله شده معرف حاصلضرب (۶۶-۲) در  $x = x_0$

- موج کم بسامد پوش موج پر بسامد است.
- موج برآیند معرف پدیده زنش است.
- انرژی انتقالی با بسامد زنش  $\omega_p$  و به صورت طپشی است.
- مانند شکل بسامد زنش دو برابر بسامد پوش مدوله ساز است.

$$\omega_b = 2\omega_g = 2 \left[ \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \right] = \omega_1 - \omega_2$$

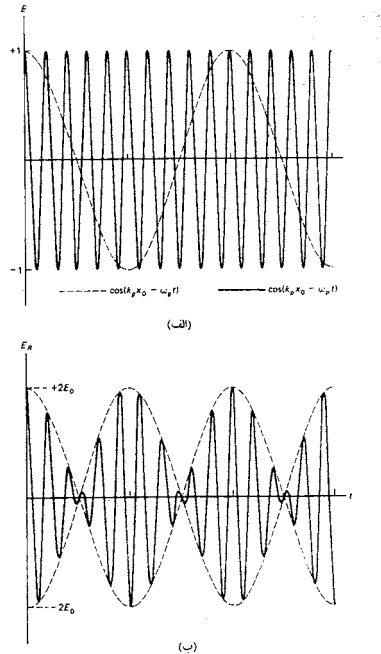




# ادامه سرعت فاز و سرعت گروه



محاسبه سرعت موج با بسامد بیشتر  
و سرعت پوش با بسامد کمتر



شکل ۲-۱۲ (الف) نمایش جداگانه تابعهای کسینوسی معادله (۶۶-۲) در نقطه  $x = x_0$   
(ب) موج مدوله‌شده معرف حاصلضرب (۶۶-۲) در  $x = x_0$

$$v = f \lambda = \frac{\omega}{k}$$

سرعت موج

$$v_p = \frac{\omega_p}{k_p} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{k_1 + k_2} = \frac{\omega}{k}$$

سرعت فاز

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d}{dk} (\kappa v_p)$$

سرعت گروه





# ادامه سرعت فاز و سرعت گروه



روابط بین سرعت فاز و سرعت گروه

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d}{dk} (kv_p)$$

$$v_g = v_p + k \left[ \frac{dv_p}{dk} \right]$$





## ادامه سرعت فاز و سرعت گروه



اگر محیط پاشنده نباشد  $\frac{dv_p}{dk} = 0$  سرعت فاز و گروه با هم مساویست.  
این همان حالت انتشار نور در خلا است (که در آن  $v_p = v_g = c$ ).  
در محیطهای پاشنده:  $v_p = \frac{c}{n}$  و چون  $n = n(k)$  پس:

$$\frac{dv_p}{dk} = \frac{d}{dk} \left[ \frac{c}{n} \right] = \frac{-c}{n^2} \left[ \frac{dn}{dk} \right]$$

$$v_g = v_p \left[ 1 - \frac{\kappa}{n} \left[ \frac{dn}{dk} \right] \right]$$





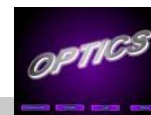
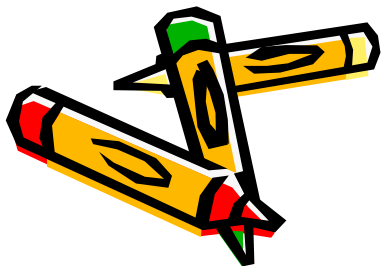
# ادامه سرعت فاز و سرعت گروه



با استفاده از  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  و  $dk = -\left(\frac{2\pi}{\lambda^2}\right)d\lambda$  نتیجه می شود:

$$v_g = v_p \left[ 1 - \frac{\lambda}{n} \left[ \frac{dn}{d\lambda} \right] \right]$$

در نواحی با پاشندگی عادی داریم  $\frac{dn}{d\lambda} < 0$  ، و در نتیجه  $v_g < v_p$  .







## ادامه سرعت فاز و سرعت گروه



### در مکانیک موجی:

خود الکترون را با بسته موج جایگزیده نمایش می دهند،  
سرعت قابل اندازه گیری الکترون همان سرعت بسته موج،  
یا سرعت گروه موجهای سازنده بسته موج است.





## فصل 3: تداخل نور

1-3 تداخل دو باریکه ای

2-3 آزمایش دو شکاف

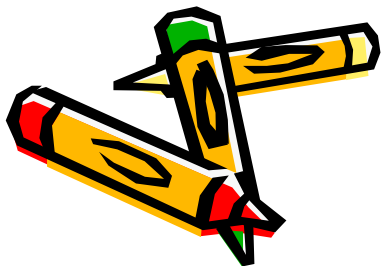
یانگ

3-3 تداخل دو شکاف با چشمه های مجازی

4-3 تداخل در لایه های دی الکتریک

5-3 فریزهای هم ضخامت

6-3 حلقه های نیوتون





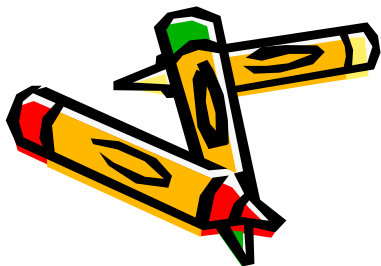
## فصل 3: تداخل نور



### خلاصه فصل:

در این فصل با مفاهیم زیر آشنا می شویم،

- مبانی تداخل نور،
- روشهای مبتنی بر تقسیم سطح موج مانند روش دو شکاف یانگ و ... ،
- روشهای مبتنی بر تقسیم دامنه موج مانند روش آینه فرنل و ...،
- تداخل در لایه های نازک،
- فریزهای هم ضخامت،
- و حلقه های نیوتن.





## 1-3 تداخل دو باریکه

دو موج حاصل از یک چشمه با پیمودن راههای مختلف با راستاهای مختلف ( $k_1 \neq k_2$ ) ولی بسامدهای یکسان به هم می رسند ، پس می توان نوشت:

$$E_1 = E_{o1} \cos(\kappa_1.r - \omega t + \varepsilon_1)$$

$$E_2 = E_{o2} \cos(\kappa_2.r - \omega t + \varepsilon_2)$$

$$E_p = E_1 + E_2$$

$$I = \varepsilon_o c \langle E^2 \rangle$$

تعریف شدت تابش به صورت میانگین زمانی مربع دامنه موج





# ادامه تداخل دو باریکه



محاسبه شدت موج برآیند

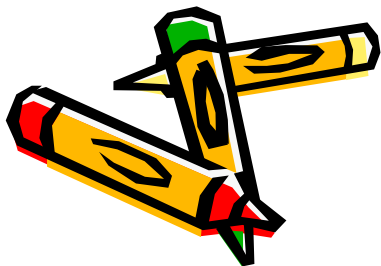
$$I = \epsilon_0 c \langle E^2 \rangle = \epsilon_0 c \langle [E_1 + E_2] \cdot [E_1 + E_2] \rangle$$

$$I = \epsilon_0 c \langle E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 \cdot E_2 \rangle$$

$$I = I_1 + I_2 + I_{12}$$

جمله تداخلی

شدت موجهای تداخل کننده





## ادامه تداخل دو باریکه



ادامه محاسبه

$$I_{12} = 2\varepsilon_0 c \langle E_1 \cdot E_2 \rangle$$

$$E_1 \cdot E_2 = E_{o1} \cdot E_{o2} \cos [\kappa_1 \cdot r - \omega t + \varepsilon_1]$$

$$\cos [\kappa_2 \cdot r - \omega t + \varepsilon_2]$$





## ادامه تداخل دو باریکه

ادامه محاسبات با استفاده از تغییر متغیر

$$\alpha \equiv \kappa_1 \cdot r + \varepsilon_1$$

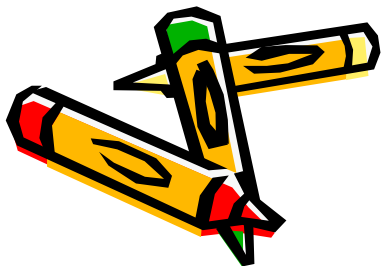
$$\beta \equiv \kappa_2 \cdot r + \varepsilon_2$$

$$E_1 \cdot E_2 = E_{o1} \cdot E_{o2} \cos(\alpha - \omega t) \cos(\beta - \omega t)$$

$$\langle E_1 \cdot E_2 \rangle = E_{o1} \cdot E_{o2} \left[ \cos \alpha \cos \beta \langle \cos^2 \omega t \rangle \right] +$$

$$\sin \alpha \sin \beta \langle \sin^2 \omega t \rangle +$$

$$(\cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta) \langle \sin \omega t \cos \omega t \rangle$$





# ادامه تداخل دو باریکه



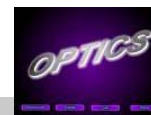
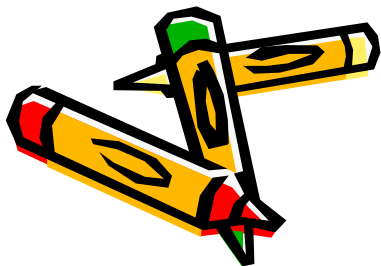
ادامه محاسبات

$$\langle \sin \omega t \cos \omega t \rangle = 0, \langle \cos^2 \omega t \rangle = \frac{1}{2}, \langle \sin^2 \omega t \rangle = \frac{1}{2}$$

$$\langle E_1 \cdot E_2 \rangle = \frac{1}{2} E_{o1} \cdot E_{o2} \cos(\alpha - \beta)$$

$$\langle E_1 \cdot E_2 \rangle = \frac{1}{2} E_{o1} \cdot E_{o2} \cos \left[ \underbrace{[\kappa_1 - \kappa_2] \cdot r + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)} \right]$$

اختلاف فاز میان  $E_1$  و  $E_2$







# ادامه تداخل دو باریکه



$$\delta = (\kappa_1 - \kappa_2).r + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$$

$$I_{12} = \varepsilon_0 c E_{o1} \cdot E_{o2} \cos \delta$$

$$I_1 = \varepsilon_0 c \langle E_1^2 \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_{o1}^2$$

$$I_2 = \varepsilon_0 c \langle E_2^2 \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_{o2}^2$$

اختلاف فاز

جمله های شدت





## ادامه تداخل دو باریکه



$$I_{12} = 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta$$

ادامه محاسبات

عبارت نهایی شدت برآیند





# ادامه تداخل دو باریکه



تداخل سازنده:  $\cos \delta > 0$

تداخل ویرانگر:  $\cos \delta < 0$

موج متقابلا ناهمدوس: تغییر کتره ای اختلاف فاز اولیه

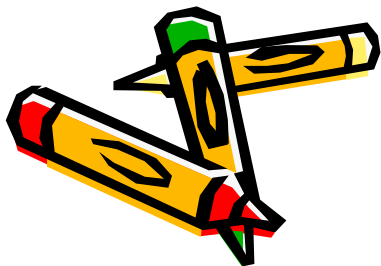
$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$

شدت بیشینه  $(\cos \delta = 1)$

$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

شدت کمینه  $(\cos \delta = -1)$

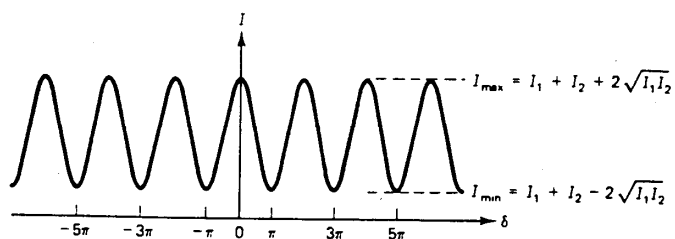
این وضعیت هنگامی اتفاق می افتد که  $\delta = (2m + 1)\pi$



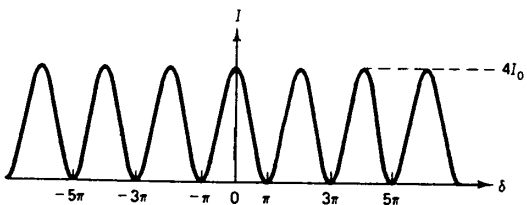


دانشگاه پیام نور

## ادامه تداخل دو باریکه



(الف)



(ب)

شکل ۳-۱ شدت فریضه‌های تداخلی به صورت تابعی از فاز، در شکل (ب)، که  $I_1 = I_2$  و شدت زمینه برابر  $I_{\min} = 0$  است، فریضه متمایزترینند.

در این حالت تولید فریضه‌های دوره ای نشان داده می شود.

در این حالت فریضه نمایان تر است.





# ادامه تداخل دو باریکه



هنگامی که  $I_1 = I_2 = I_0$  باشد، تداخل به کلی ویرانگر است و شدت کمینه به صفر می رسد، در نتیجه:

$$I_{\max} = 4I_0 \text{ و } I_{\min} = 0$$

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

تمایز یا نمایانی فریزها





## ادامه تداخل دو باریکه

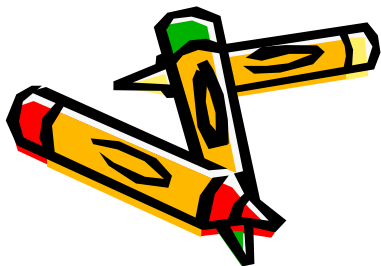
در حالتی که باریکه های تداخلی دامنه یکسان دارند

$$I = I_0 + I_0 + 2\sqrt{I_0^2} \cos \delta = 2I_0(1 + \cos \delta)$$

$$1 + \cos \delta = 2 \cos^2 \left[ \frac{\delta}{2} \right]$$

$$I = 4I_0 \cos^2 \left[ \frac{\delta}{2} \right]$$

در فاصله یک یا چند دوره فضایی برای شدت متوسط نقش فریزها داریم  $I_{av} = 2I_0$  و اصل پایستگی انرژی در کل نواحی برقرار است.



OPTICS





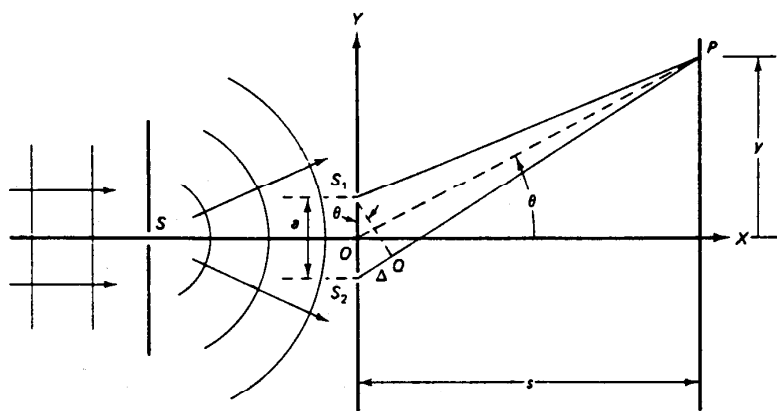
# 2-3 آزمایش دو شکاف یانگ



انجام آزمایش در سال 1802 میلادی توسط تامس یانگ

شرط هم فاز بودن موجهای رسیده به نقطه P

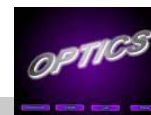
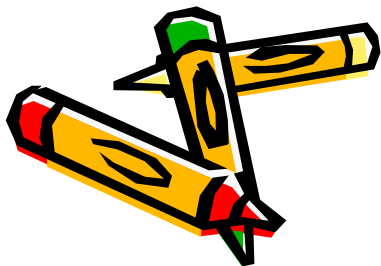
$$s_2p - s_1p = m\lambda$$



شکل ۲-۳ طرح ساده‌ای از آزمایش دو شکاف یانگ. روزنه‌های  $S_1$  و  $S_2$  معمولاً به صورت شکافهایی هستند، که در اینجا بر صفحه کاغذ عمودند.

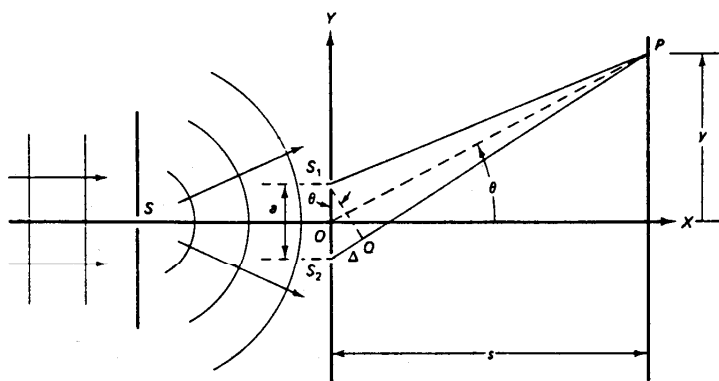
شرط تداخل ویرانگر

$$s_2p - s_1p = \left[ m + \frac{1}{2} \right] \lambda$$





# ادامه آزمایش دو شکاف یانگ



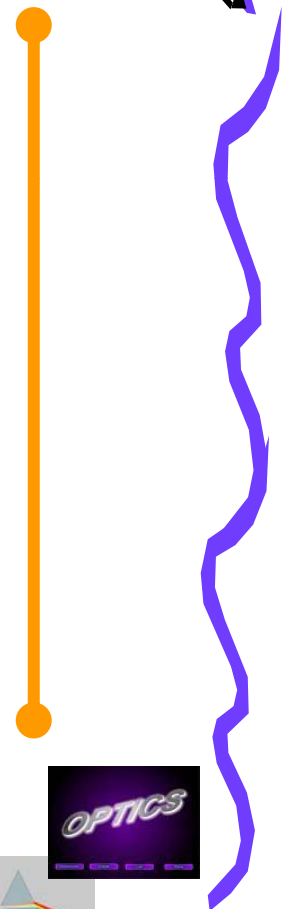
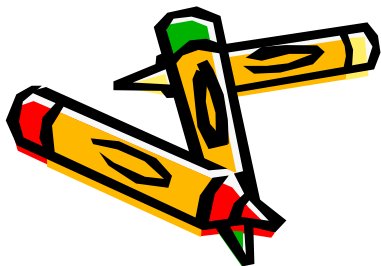
شکل ۳-۲ طرح ساده‌ای از آزمایش دو شکاف یانگ. روزنه‌های S<sub>1</sub> و S<sub>2</sub> معمولاً به صورت شکافهایی هستند، که در اینجا بر صفحه کاغذ عمودند.

شرط تداخل سازنده در نقطه P

$$s_2p - s_1p = \Delta = m\lambda = a \sin \theta$$

شرط تداخل ویرانگر در نقطه P

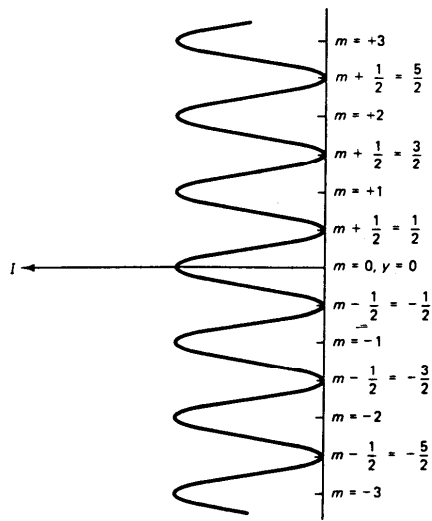
$$\Delta = \left[ m + \frac{1}{2} \right] \lambda = a \sin \theta$$







# ادامه آزمایش دو شکاف یانگ



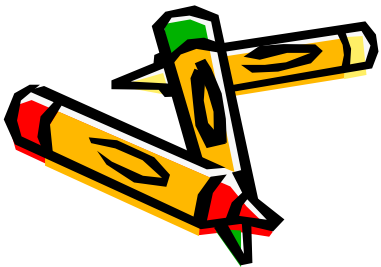
رابطه بین اختلاف راه و اختلاف فاز

$$\delta = \left[ \frac{2\pi}{\lambda} \right] \Delta$$

شدت نور روی پرده مشاهده

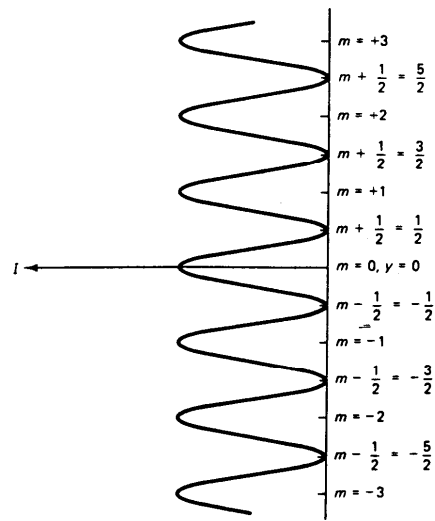
$$I = 4I_0 \cos^2 \left[ \frac{\pi \Delta}{\lambda} \right] = 4I_0 \cos^2 \left[ \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} \right]$$

شکل ۳-۳ تغییرات شدت برحسب فاصله از محور اپتیکی در نقش تداخلی دو شکاف. مرتبه فریضا با مقادیر درست  $m$ ، که معرف شدتهای بیشینه هستند، مشخص می‌شود.





# ادامه آزمایش دو شکاف یانگ



شکل ۳-۳ تغییرات شدت برحسب فاصله از محور اپتیکی در نقش تداخلی دو شکاف. مرتبه فریزها با مقادیر درست  $m$ ، که معرف شدتهای بیشینه هستند، مشخص می‌شود.

با تقریب  $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \frac{y}{s}$

$$I = 4I_0 \cos^2 \left[ \frac{\pi a y}{\lambda s} \right]$$

$\sin \theta \approx \tan \theta \approx \frac{y}{s}$

مواضع فریزهای روشن

$$y_m = \frac{m\lambda s}{a}, m = 0, 1, 2, \dots$$

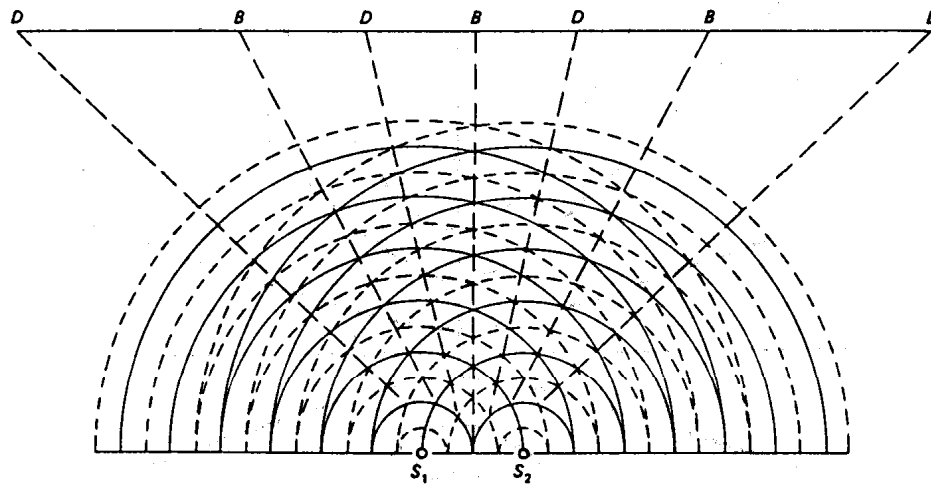
فاصله میان فریزها

$$y_{m+1} - y_m = \Delta y = \frac{\lambda s}{a}$$





## ادامه آزمایش دو شکاف یانگ

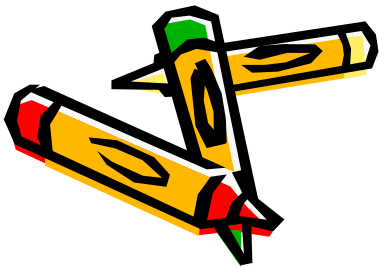


شکل ۳-۴ فریزهای تداخلی روشن ( $B$ ) و تاریک ( $D$ ) متوالی ناشی از دو چشمه هم‌دوس در راستاهایی که قله‌های  $S_1$  (با خطوط پیوسته) با قله‌های  $S_2$  برخورد می‌کنند، با فریزهای روشن  $B$  روبه‌رو می‌شویم. در راستاهایی که قله‌ها با قعرها (یا خط‌چین) برخورد می‌کنند، با فریزهای تاریک  $D$  روبه‌رو می‌شویم.

دو چشمه نقطه ای هم‌دوس

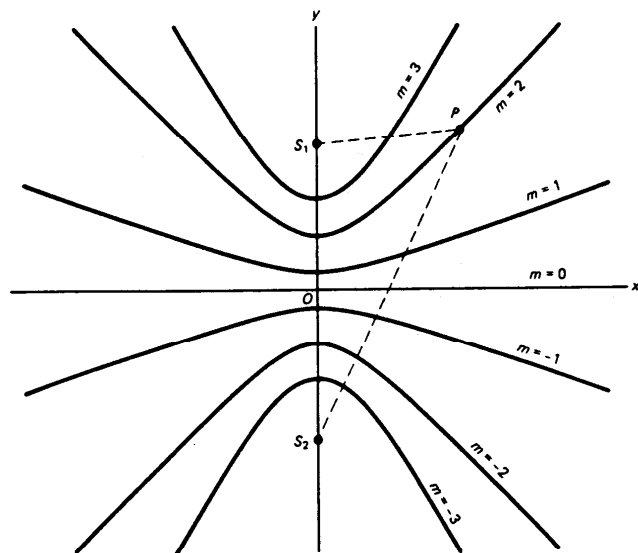
شرط تشکیل فریزهای روشن

$$s_2 p - s_1 p = m \lambda$$



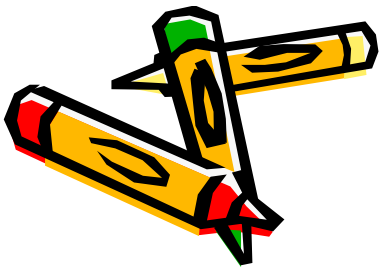


## ادامه آزمایش دو شکاف یانگ



شکل ۳-۵ سطح فریزهای روشن ناشی از دو چشمه نقطه‌ای هم‌دوس. اختلاف فاصله‌های  $S_1$  و  $S_2$  از هر نقطه فریزی  $P$  برابر با مضرب درستی از طول موج است. سطح فریزها را می‌توان با دوران این نقش حول محور لایه وجود آورد.

- مقاطع برخورد چند فریز روشن با صفحه.
- سطوح هذلولی اند.
- فریزهای ناجایگزیده: به دلیل گستردگی شان در فضای اطراف چشمه.





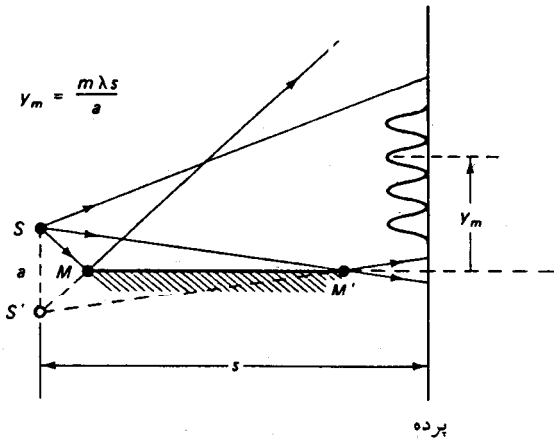
## 3-3 تداخل دو شکاف با چشمه های مجازی

روش آینه لوید:

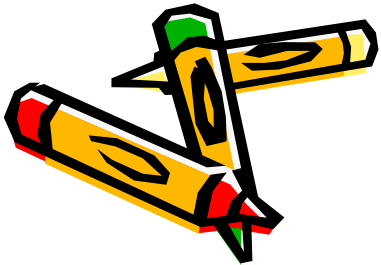
تشکیل فریزهای تداخلی بر اثر برهم‌نهی نور حاصل از چشمه واقعی  $S$  و نور ناشی از بازتابش که گویی از چشمه مجازی  $S'$  در زیر سطح آینه آمده است، تشکیل می‌شوند.

$a$  دو برابر فاصله چشمه  $S$  از آینه تخت است.

فریز تشکیل شده در محل برخورد آینه با پرده تاریک است.



شکل ۳-۶ تداخل با استفاده از آینه لوید. چشمه‌های هم‌دوس عبارت‌اند از چشمه نقطه‌ای  $S$  و تصویر مجازی آن  $S'$





## ادامه تداخل دو شکاف با چشمه های مجازی

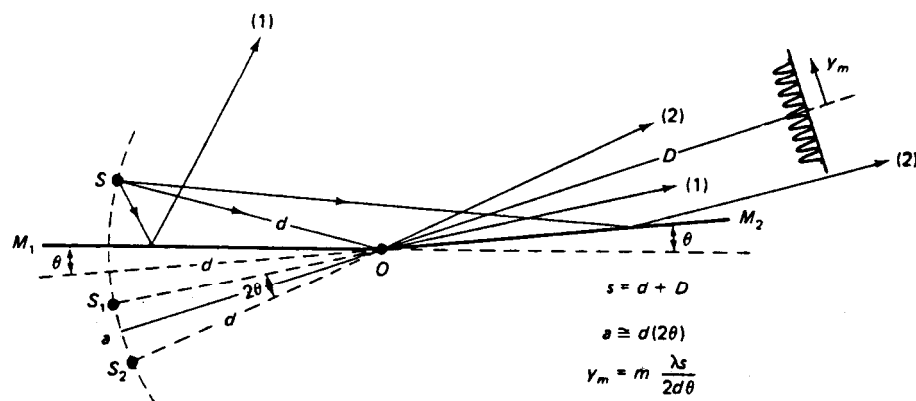


روش آینه های فرنل:

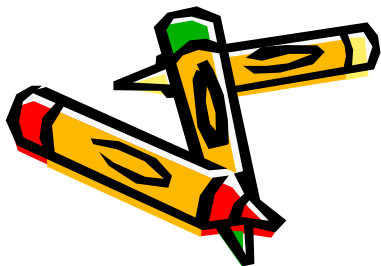
زاویه بین دو آینه بسیار کوچک است.

تداخل عملا ناشی از دو چشمه مجازی

$S$  و  $S'$  است.



شکل ۳-۷ تداخل با استفاده از آینه های فرنل. چشمه های همدوس در اینجا، دو تصویر مجازی چشمه  $S$  هستند که در دو آینه تخت  $M_1$  و  $M_2$  تشکیل می شوند. نور نمی تواند به طور مستقیم از  $S$  به پرده برسد.





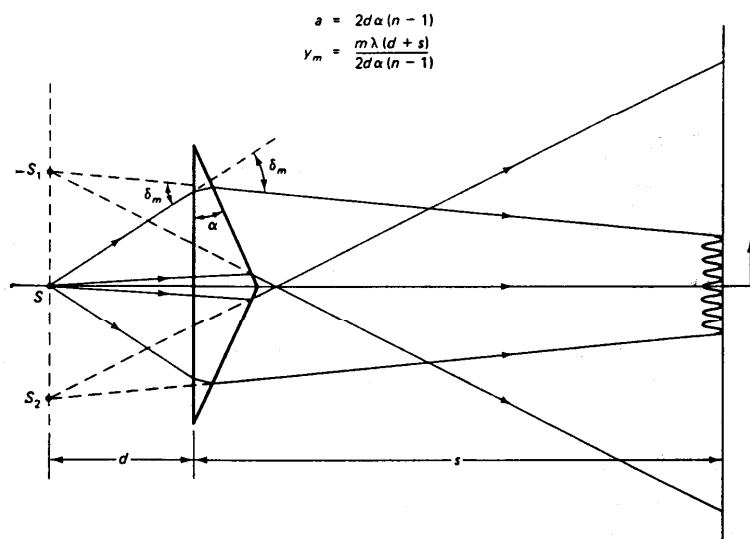
# ادامه تداخل دو شکاف با چشمه های مجازی



## منشور دوگانه فرنل

فاصله میان دو چشمه مجازی

$$a = 2d \delta_m = 2da(n - 1)$$

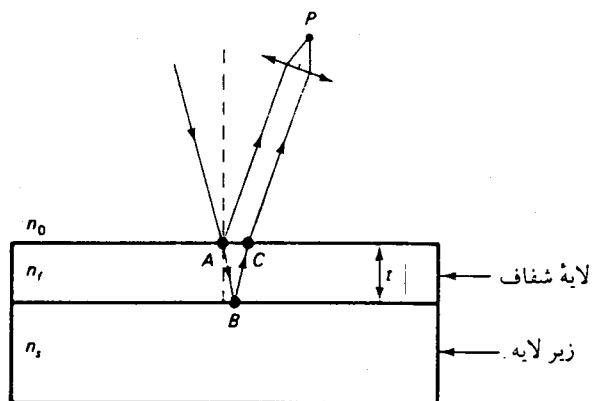


شکل ۳-۸ تداخل با استفاده از منشور دوگانه فرنل. چشمه های همدوس در اینجا، تصویرهای مجازی  $S_1$  و  $S_2$  هستند که بر اثر شکست نور حاصل از چشمه لادر دو نیمه منشور تولید می شوند.





## 3-4 تداخل در لایه های دی الکتریک

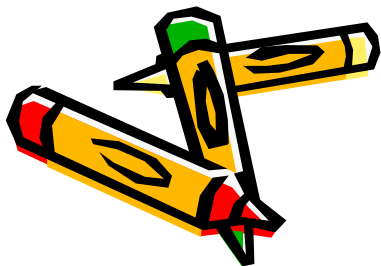


شکل ۳-۹ تداخل دو باریکه‌ای در یک لایه. پرتوهای بازتابیده از سطوح بالا و پایین لایه را به کمک عدسی در نقطه P جمع کرده ایم.

روش مبتنی بر تقسیم دامنه موج

نمونه های تداخل در لایه های نازک:

- رنگهای سطح آب آغشته به روغن و کف صابون
- رنگین کمان روی صدف و پر طاووس







# 4-3 تداخل در لایه های دی الکتریک

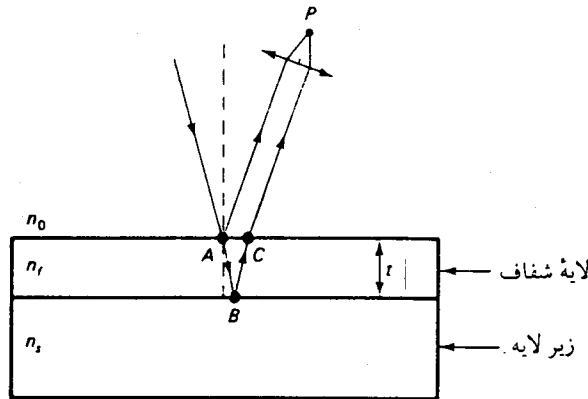
در حالت تابش عمودی:  
محاسبه اختلاف راه اپتیکی

$$\lambda_0 = n_f \lambda_f$$

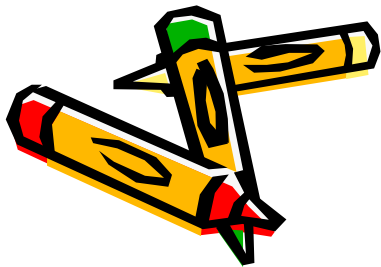
$$\Delta = n(AB + BC) = n(2t)$$

فرض می شود:  $n_f > n_s$  و  $n_f > n_0$

اغلب:  $n_0 = n_s$



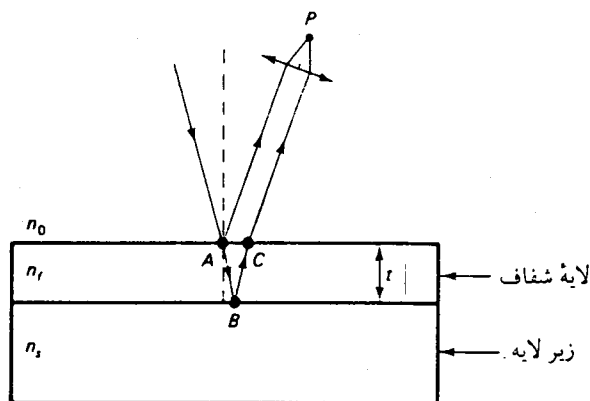
شکل ۳-۹ تداخل دو باریکه ای در یک لایه. پرتوهای بازتابیده از سطوح بالا و پایین لایه را به کمک عدسی در نقطه P جمع کرده ایم.





دانشگاه پیام نور

## ادامه تداخل در لایه های دی الکتریک



شکل ۳-۹ تداخل دو باریکه ای در یک لایه. پرتوهای بازتابیده از سطوح بالا و پایین لایه را به کمک عدسی در نقطه P جمع کرده ایم.

بازتاب داخلی:

از محیط غلیظ به محیط رقیق.

بازتاب خارجی:

از محیط رقیق به محیط غلیظ.

در این دو حالت اختلاف فاز  $\pi$  معادل اختلاف راه  $\lambda/2$  بین دو باریکه بازتابیده ایجاد می شود.



OPTICS





# ادامه تداخل در لایه های دی الکتریک

کاربرد: پوشش بی بازتاب

نور از هوا وارد لایه می شود،

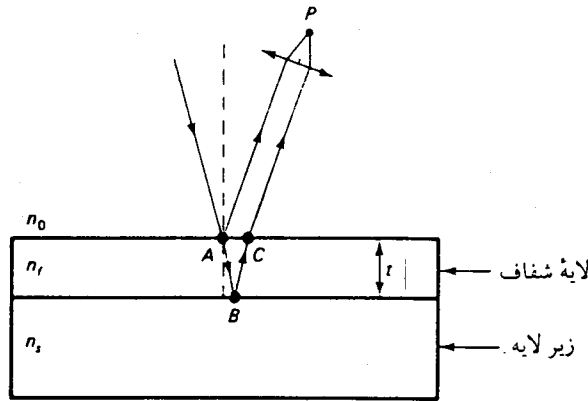
اگر  $n_s > n_f$  دو باریکه اختلاف فاز ندارند،

حال اگر ضخامت لایه برابر  $\frac{1}{4}\lambda$  باشد،

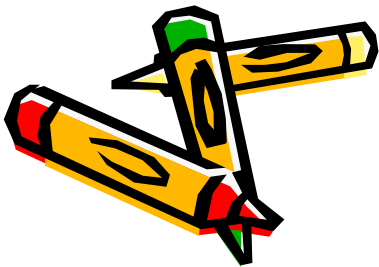
$$2n_f t = \frac{1}{2}\lambda_0 \text{ و اختلاف راه می شود}$$

$$\lambda_0 = n_f \lambda_f \text{ زیرا}$$

نتیجه: تداخل برای این دو طول موج و طول موجهای نزدیک به آن ویرانگر است.



شکل ۳-۹ تداخل دو باریکه ای در یک لایه. پرتوهای بازتابیده از سطوح بالا و پایین لایه را به کمک عدسی در نقطه P جمع کرده ایم.



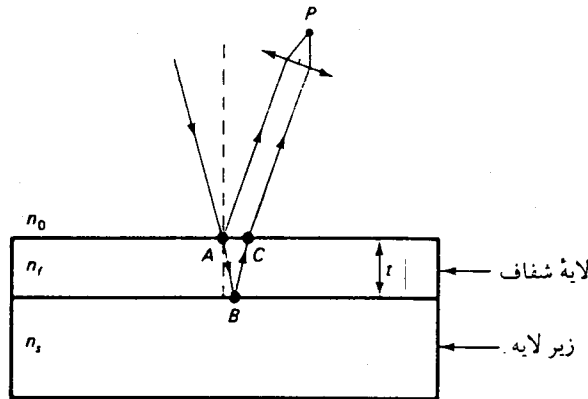


## ادامه تداخل در لایه های دی الکتریک



محاسبه ضریب بازتاب در حالت تابش عمودی:

ضریب بازتاب = نسبت دامنه های میدان الکتریکی بازتابیده به میدان تابشی .



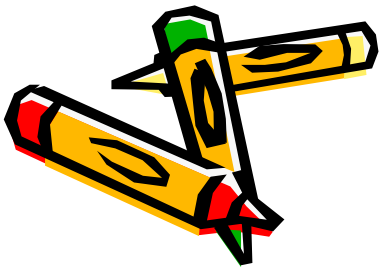
شکل ۳-۹ تداخل دو باریکه ای در یک لایه. پرتوهای بازتابیده از سطوح بالا و پایین لایه را به کمک عدسی در نقطه P جمع کرده ایم.

$$r = \frac{1-n}{1+n}$$

$$\frac{n_f}{n_o} = \frac{n_s}{n_f}$$

$$n_f = \sqrt{n_o n_s}$$

شرط برابر شدن دامنه های الکتریکی باریکه های بازتابیده از A و B



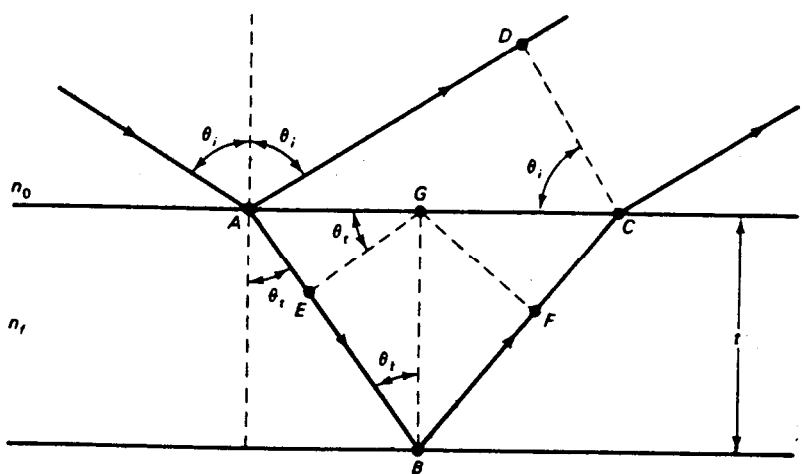


# ادامه تداخل در لایه های دی الکتریک



حالت عمود نبودن پرتوهای تابیده به سطح:

اختلاف راه اپتیکی بین دو باریکه خروجی مطابق شکل:



شکل ۱۰-۳ تداخل در لایه منفرد، در حالتی که نور با زاویه دلخواه  $\theta_i$  بر سطح آن می تابد.

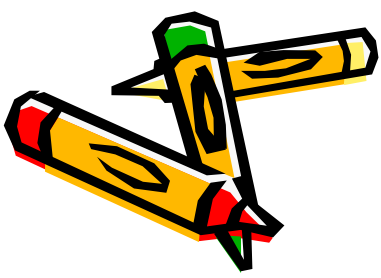
$$\Delta = n_f (AB + BC) - n_o (AD)$$

باتوجه به اینکه  $AB = AE + EB$  و  $BC = BF + FC$

$$\Delta = [n_f (AE + FC) - n_o AD]$$

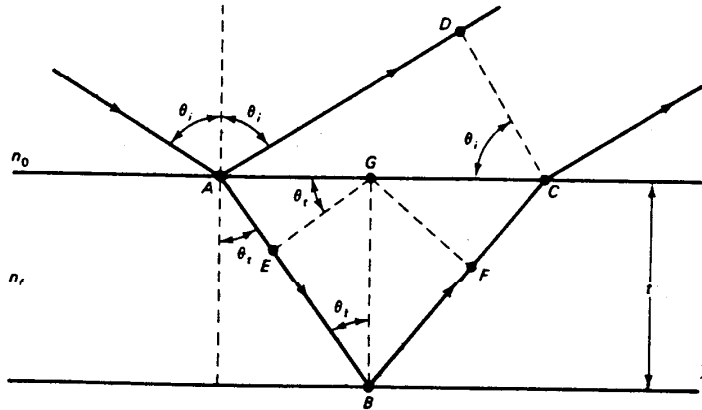
$$+ n_f (EB + BF)$$

طبق قانون اسنل  $n_o \sin_i = n_f \sin \theta_t$





# ادامه تداخل در لایه های دی الکتریک



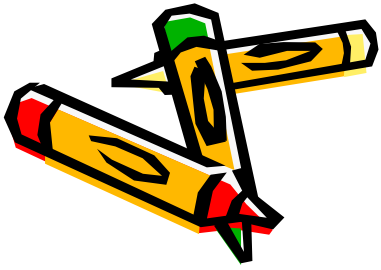
شکل ۳-۱۰ تداخل در لایه منفرد، در حالتی که نور با زاویه دلخواه  $\theta_i$  بر سطح آن می‌تابد.

باتوجه به شکل

$$AE = AG \sin \theta_t = \left[ \frac{AC}{2} \right] \sin \theta_t$$

$$AD = AC \sin \theta_i, AC = \frac{AD}{\sin \theta_i}$$

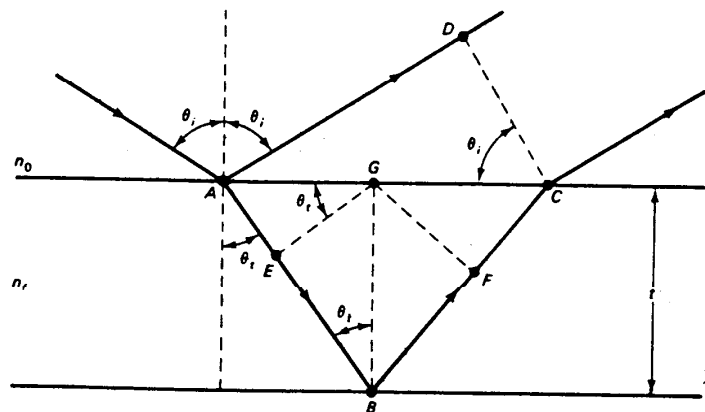
$$2AE = ac \sin \theta_t = AD \left[ \frac{\sin \theta_t}{\sin \theta_i} \right] = AD \left[ \frac{n_o}{n_f} \right]$$





دانشگاه پیام نور

## ادامه تداخل در لایه های دی الکتریک



شکل ۳-۱۰ تداخل در لایه منفرد، در حالتی که نور با زاویه دلخواه  $\theta_i$  بر سطح آن می‌تابد.

$$n_o AD = 2n_f AE = n_f (AE + FC)$$

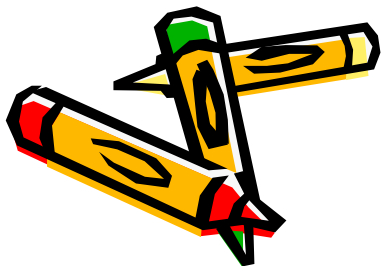
$$\Delta = n_f (EB + BF) = 2n_f EB$$

چون رابطه بین  $EB$  و ضخامت  $t$  لایه به صورت  $EB = t \cos \theta_t$  است،

$$\Delta = 2n_f t \cos \theta_t$$

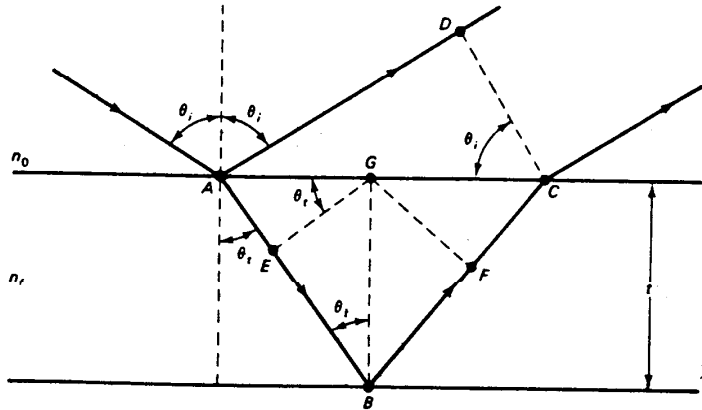
$$\Delta_p + \Delta_r = m\lambda$$

$$\Delta_p + \Delta_r = \left[ m + \frac{1}{2} \right] \lambda$$





# ادامه تداخل در لایه های دی الکتریک



شکل ۳-۱۰ تداخل در لایه منفرد، در حالتی که نور با زاویه دلخواه  $\theta_i$  بر سطح آن می‌تابد.

در حالت تابش عمودی که در آن  $\theta_i = \theta_t = 0$

اختلاف راه:  $\Delta = 2n_f t$

اختلاف فاز متناظر با آن:  $\delta = k\Delta = \left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right)\Delta$

با در نظر گرفتن اختلاف فاز احتمالی ناشی از بازتاب

(سازنده)  $\Delta_p + \Delta_r = m\lambda$

(ویرانگر)  $\Delta_p + \Delta_r = \left[m + \frac{1}{2}\right]\lambda$

$m = 0, 1, 2, \dots$







## ادامه تداخل در لایه های دی الکتریک

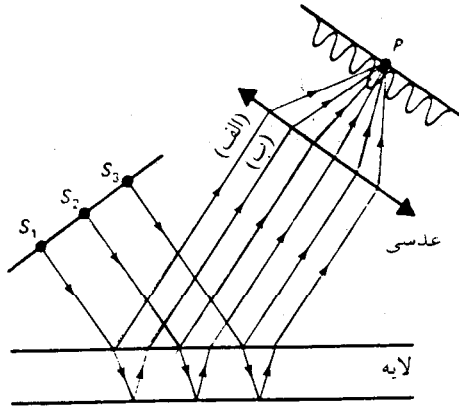
**مثال:** اگر دهانه عدسی خیلی کوچک باشد و ضخامت لایه زیاد باشد تداخل مشاهده نمی شود.

**فریز های جایگزیده:** به علت موازی بودن پرتو ها در بینهایت تشکیل می شوند.

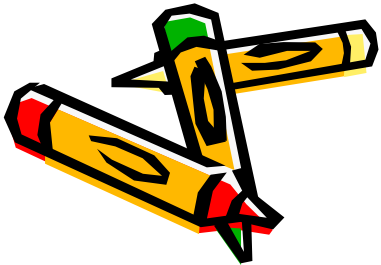
**فریز های ناجایگزیده:** فریز هایی که در همه جا تشکیل می شوند.

**فریز های هایدینگر یا فریز های تابش موازی:**

فریز هایی مانند شکل که از تابشهای موازی حاصل از چشمه گسترده حاصل می شوند.

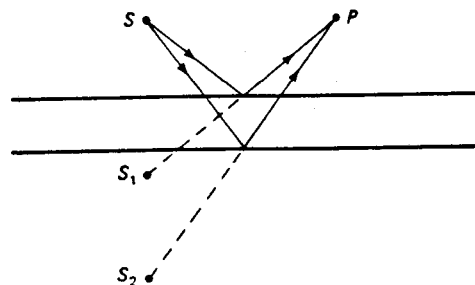


شکل ۳-۱۱ تداخل در لایه دی الکتریک با چشمه نور گسترده. فریزهایی را که از تابش موازی حاصل می شوند به کمک عدسی جمع کرده ایم.





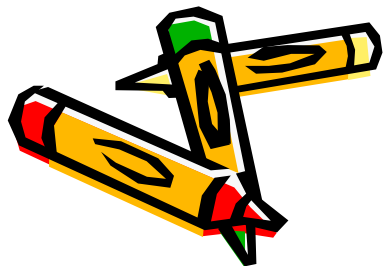
## ادامه تداخل در لایه های دی الکتریک



شکل ۳-۱۲ تداخل نور چشمه نقطه‌ای در لایه دی الکتریک. فریزهای تولیدشده، مانند نقش حاصل از دو چشمه نقطه‌ای در شکل ۳-۵، حقیقی و ناجایگزیده هستند. در اینجا از شکست در لایه صرف نظر شده است.

چشمه نور خیلی کوچک یا نقطه‌ای، در فضای بالای لایه فریزهای حقیقی و ناجایگزیده تشکیل می‌شود.

شرط تشکیل فریزها مشابه تداخل دو چشمه نقطه‌ای است.





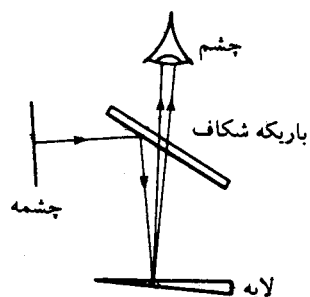
## 3-5 فریزهای هم ضخامت



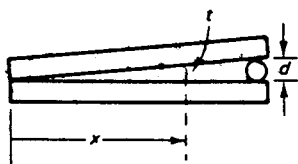
### فریزهای هم ضخامت:

در تابش عمودی به دلیل تغییر ضخامت اختلاف راه ایجاد می شود و در نتیجه نوارهای تاریک و روشن به وجود می آید.

فریزهای شکل الف را فریزهای فیزو می نامند: در این روش از چشمه گسترده و یک باریکه شکاف با زاویه 45 درجه نسبت به نور تابشی استفاده می شود.



(الف)



(ب)

شکل ۳-۱۳ تداخل ناشی از لایه گوه ای شکل، فریزهای جایگزیده و هم ضخامت تولید می کند. (الف) نمایش تولید و آشکارسازی فریزهای تداخلی. (ب) تشکیل گوه هوا با استفاده از دو تیغه میکروسکوپ





# ادامه فریزهای هم ضخامت



## فریزهای هم ضخامت:

در تابش عمودی به دلیل تغییر ضخامت اختلاف راه ایجاد می شود و در نتیجه نوارهای تاریک و روشن به وجود می آید. فریزه جایگزیده اند.

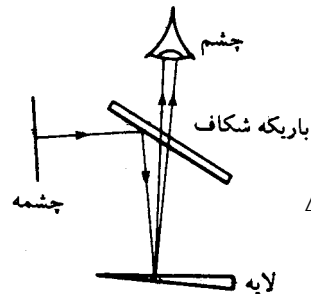
در تابش عمودی  $\cos \theta_t = 0$

$$\Delta = 2n_f t \text{ و}$$

$$2n_f t + \Delta_r = \begin{cases} m\lambda \\ \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \end{cases}$$

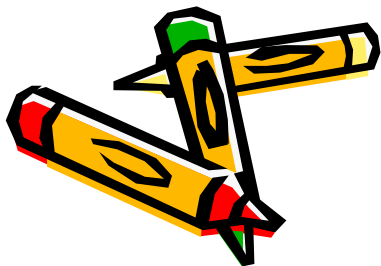


(ب)



(الف)

شکل ۳-۱۳ تداخل ناشی از لایه گوه ای شکل، فریزهای جایگزیده و هم ضخامت تولید می کند. (الف) نمایش تولید و آشکارسازی فریزهای تداخلی. (ب) تشکیل گره هوا با استفاده از دو تیغه میکروسکوپ

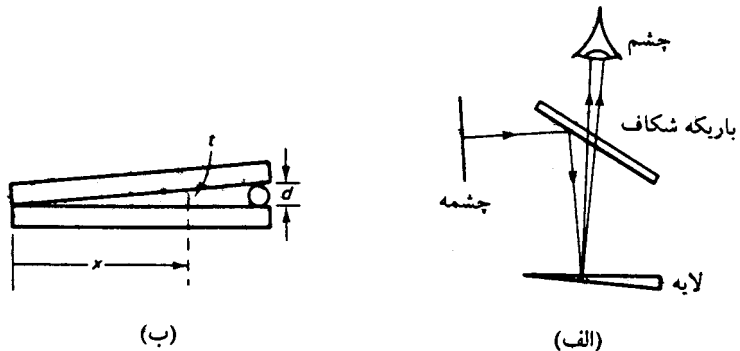




# ادامه فریزهای هم ضخامت



شرط تشکیل فریزهای تاریک و روشن:



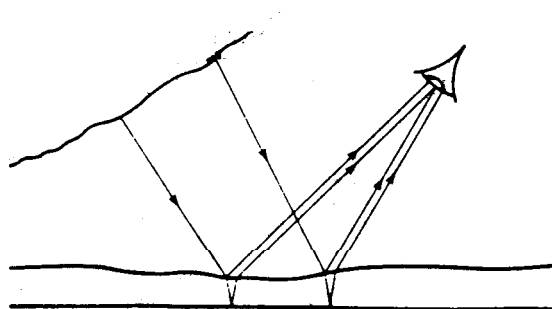
شکل ۳-۱۳ تداخل ناشی از لایه گوه‌ای شکل، فریزهای جایگزیده و هم ضخامت تولید می‌کند. (الف) نمایش تولید و آشکارسازی فریزهای تداخلی. (ب) تشکیل گره هوا با استفاده از دو تیغه میکروسکوپ

$$2n_f t + \Delta_r = \begin{cases} m\lambda & \text{روشن:} \\ \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda & \text{تاریک:} \end{cases}$$





## ادامه فریزهای هم ضخامت



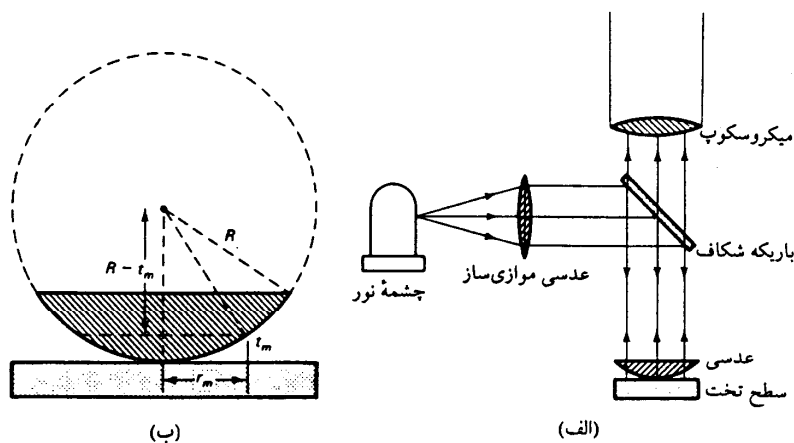
شکل ۳-۱۴ تداخل نور چشمه گسترده در لایه‌ای با ضخامت متغیر. تغییرات ضخامت لایه و تغییرات زاویه تابش، هر دو در تعیین ناحیه طول موج تقویت شده در تداخل مؤثرند.

اگر آسمان چشمه گسترده و نور تابیده شده روی لایه‌ای با ضخامت متغیر نور سفید باشد، لایه به رنگهای گوناگون ظاهر می‌شود.





## 3-6 حلقه های نیوتون



تشخیص نایکنواختی ضخامت ها با  
استفاده رنگ فریز های فیزو.  
کاربرد عملی: تعیین کیفیت سطح  
کروی عدسیها.

شکل ۳-۱۵ (الف) وسیله تولید حلقه های نیوتون. فریزهای تداخلی هم ضخامت در گره  
هوای باقی مانده در فاصله میان عدسی و سطح تخت تشکیل می شوند. (ب) نمایش هندسی  
تولید حلقه های نیوتون.



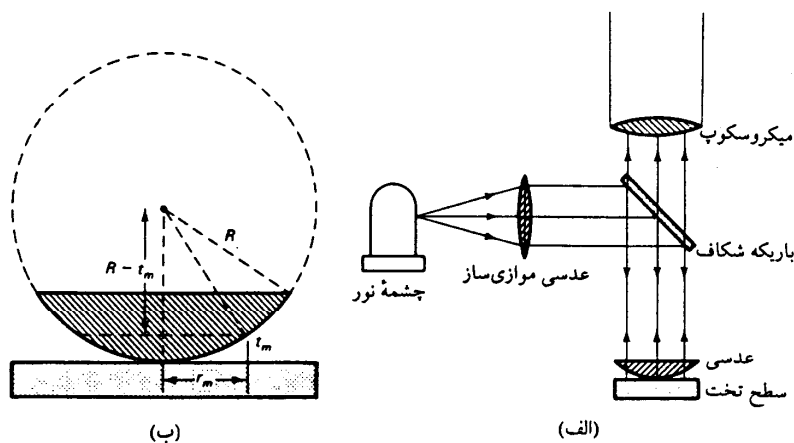


## ادامه حلقه های نیوتون

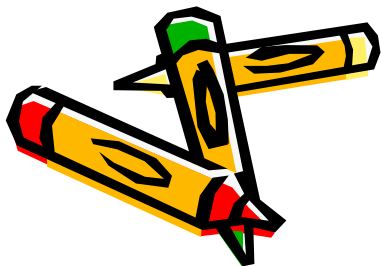


### حلقه های نیوتون:

- در حالت عدسی کاملا کروی، به صورت دایره های هم مرکز در اطراف نقطه تماس با سطح تخت.
- مرکز طرح فریزها تاریک است.
- مرتبه این تداخل ویرانگر:  $m=0$



شکل ۳- ۱۵ (الف) وسیله تولید حلقه های نیوتون. فریزهای تداخلی هم ضخامت در گره هوای باقی مانده در فاصله میان عدسی و سطح تخت تشکیل می شوند. (ب) نمایش هندسی تولید حلقه های نیوتون.







## ادامه حلقه های نیوتون



تعیین شعاع عدسی:

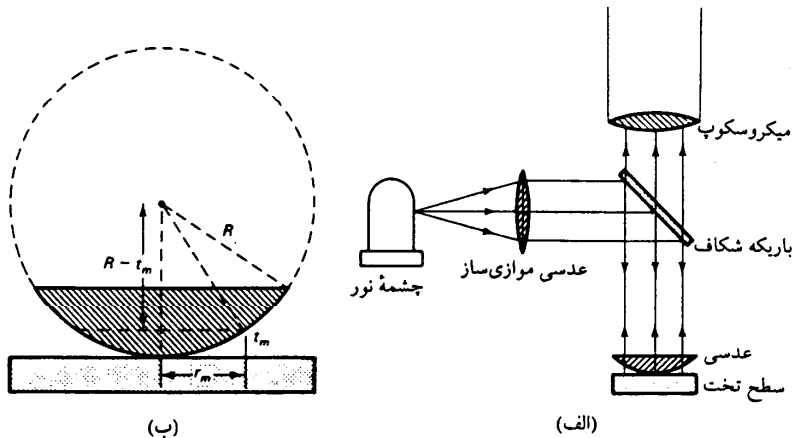
از شکل (ب)

$$R^2 = r_m^2 + (R - t_m)^2$$

$$R = \frac{r_m^2 + t_m^2}{2t_m}$$

شرط تداخل برای محاسبه  $t_m$

$$2n_f t_m + \Delta r = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda$$

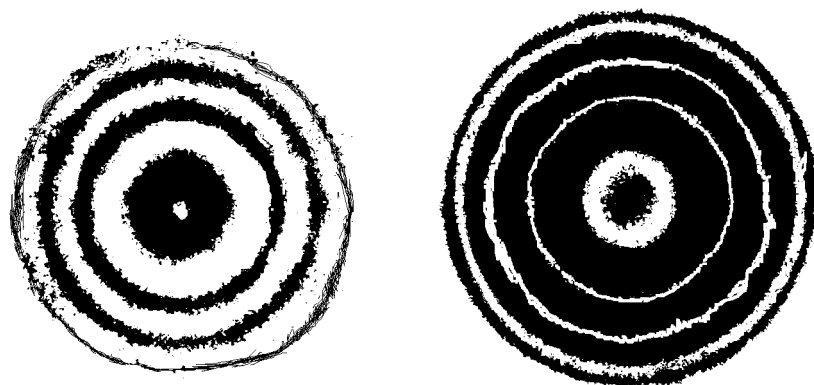


شکل ۳-۱۵ وسیله تولید حلقه های نیوتون. فریزهای تداخلی هم ضخامت در گره هوای باقی مانده در فاصله میان عدسی و سطح تخت تشکیل می شوند. (ب) نمایش هندسی تولید حلقه های نیوتون.





## ادامه حلقه های نیوتون



(ب)

(الف)

شکل ۳-۱۶ حلقه های نیوتون در (الف) نور بازتابیده، و در (ب) نور عبوری مکمل بکدیگرند.



OPTICS

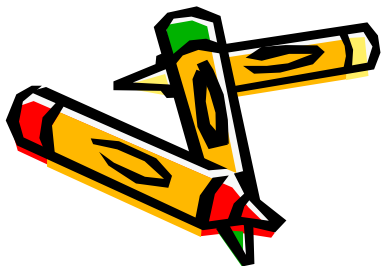




## ادامه حلقه های نیوتون



**مثال:** یک عدسی تخت کوژ ( $n=1.523$ ) به توان  $8/1$  دیوپتر را با سطح کوژ آن روی سطح تخت دیگر قرار داده ایم. فریزهای تداخلی حاصل از چشمه نور سدیم ( $\lambda = 589.3 \text{ nm}$ ) را به کمک میکروسکپ مشاهده کرده ایم. شعاع های نخستین و دهمین حلقه تاریک را به دست آورید.





## ادامه حلقه های نیوتون

$$\Delta r = \frac{\lambda}{2}$$

$$2n_f t + \Delta_r = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

$$n_f = 1, t_m = \frac{m\lambda}{2}$$

$$R = \frac{r_m^2 + t_m^2}{2t_m}$$

$$r_m^2 = 2Rt_m$$

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$



حل:





# ادامه حلقه های نیوتون



حل عددی:

$f=8m$ ،  $n=1.523$  و  $R_2 \rightarrow \infty$  معلوم می شود  $R=4.184m$ .

شعاع حلقه:

$$r_m^2 = 2Rt_m = 2R\left(\frac{m\lambda}{2}\right) = mR\lambda$$

$$r_1^2 = (1)(4.184)(589.3 \times 10^{-9}) = 2.466 \times 10^{-6} m^2$$

$$r_{10}^2 = (10)(4.184)(589.3 \times 10^{-9}) = 24.66 \times 10^{-6} m^2$$

$$r_1 = 4.97mm, r_2 = 1.57mm$$





## فصل 4: همدوسی

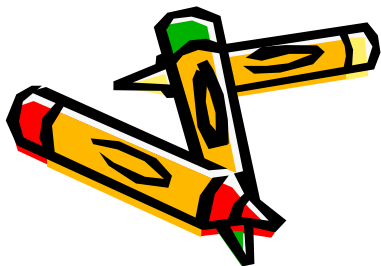
1-4 آنالیز فوریه

2-4 آنالیز فوریه برای قطار موج هماهنگ متناهی

3-4 همدوسی زمانی و پهنای خط طبیعی

4-4 همدوسی فضایی

5-4 پهنای همدوسی فضایی





## فصل 4: همدوسی



### خلاصه فصل:

در این فصل با مفاهیم زیر آشنا می شویم،

- آنالیز فوریه
- همدوسی زمانی و پهنای خط طبیعی
- همدوسی فضایی
- و پهنای همدوسی فضایی





# همدوسی

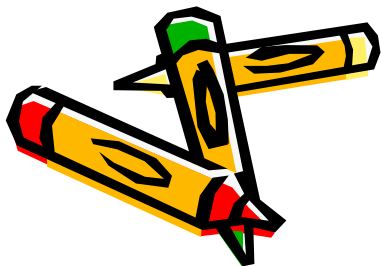


استفاده از اصطلاح همدوسی برای توصیف همبستگی بین فازهای مربوط به تابشهای تکفام.

باریکه های نا همدوس: باریکه های با ارتباط کتره ای،

باریکه های همدوس: باریکه های با ارتباط فازی ثابت.

در این فصل: مطالعه تفاوت بین همدوسی طولی یا همدوسی زمانی و همدوسی عرضی یا همدوسی فضایی.







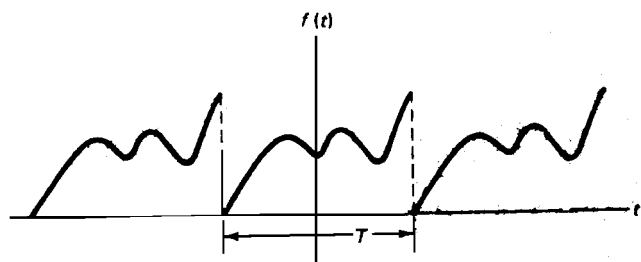
# 1-4 آنالیز فوریه



آنالیز فوریه:

معکوس ترکیب موجها است.

قضیه دیریکله: مورد استفاده برای تجزیه موج به مولفه ها.



شکل ۱-۲ تابع دوره‌ای ناهمبند با دوره تناوب T

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos m\omega t + \sum_{m=1}^{\infty} b_m \sin m\omega t$$





## ادامه آنالیز فوریه

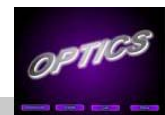


ضرایب رابطه دیریکله

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt$$

$$a_m = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos m \omega t dt$$

$$b_m = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin m \omega t dt$$

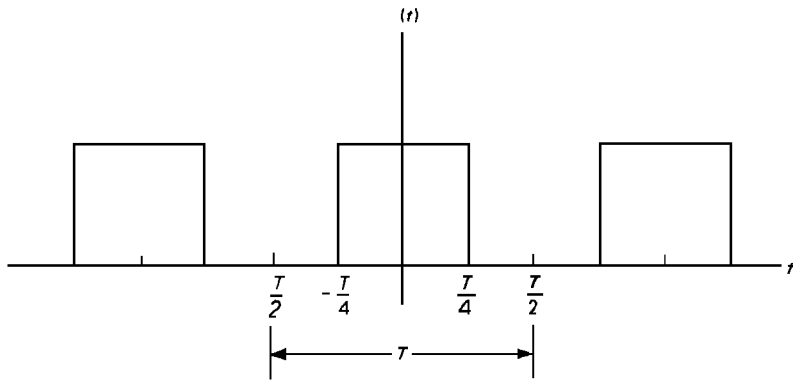




# ادامه آنالیز فوریه



نمایش آنالیز فوریه موج مربع



$$f(t) = 0 \rightarrow -T/2 \leq t \leq -T/4$$

$$f(t) = 1 \rightarrow -T/4 \leq t \leq T/4$$

$$f(t) = 0 \rightarrow T/4 \leq t \leq T/2$$

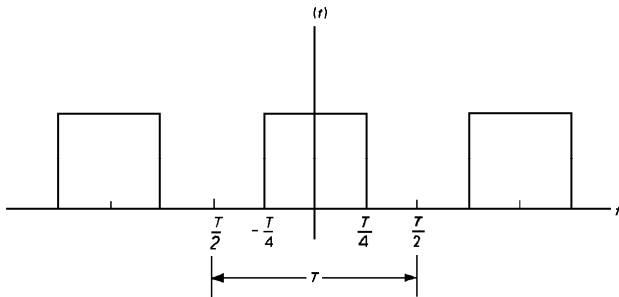
$$a_0 = 1$$

$$a_m = \frac{2}{m\pi} \sin\left[\frac{m\pi}{2}\right]$$





## ادامه آنالیز فوریه



آنالیز فوریه موج مربعی

$$f(t) = \frac{1}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \left[ \frac{2}{m\pi} \right] \sin \left[ \frac{m\pi}{2} \right] \right] \cos m\omega t$$

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{-in\omega t}$$

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) e^{in\omega t} dt$$





## ادامه آنالیز فوریه



آنالیز فوریه موج مربعی

$$f(t) = \frac{1}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \left[ \frac{2}{m\pi} \right] \sin \left[ \frac{m\pi}{2} \right] \right] \cos m\omega t$$

چند جمله اول،

$$f(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \left( \cos \omega t - \frac{1}{3} \cos 3\omega t + \frac{1}{5} \cos 5\omega t + \dots \right)$$



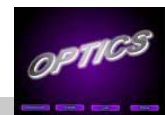


## ادامه آنالیز فوریه

نمایش سری فوریه با استفاده از معادله اویلر به صورت تابعهای مختلط،

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{-in\omega t}$$

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) e^{in\omega t} dt$$





## ادامه آنالیز فوریه



استفاده از انتگرال فوریه برای نمایش یک تابع نادوره ای.  
در نظر گرفتن یک تپ منفرد نادوره ای به صورت تابعی دوره  
ای با دوره تناوب بی نهایت

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\omega) e^{-i\omega t} d\omega$$

زوج تبدیل فوریه

$$g(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{i\omega t} dt$$

تبدیل فوریه  $f(x)$





# ادامه آنالیز فوریه

نمایش ضرایب گسسته  $C_n$

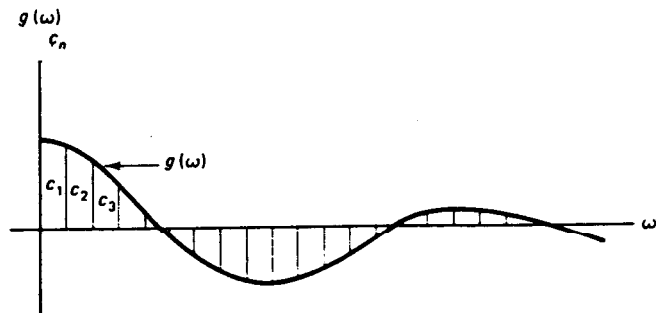
همراه با توزیع پیوسته ضریبها

$$k = \frac{2\pi}{L}$$

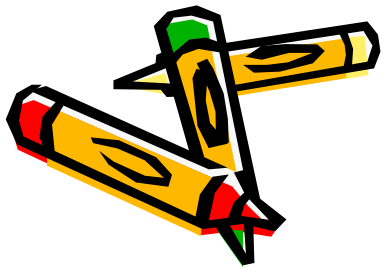
تبدیل معادلات انتگرال فوریه از  
حالت زمانی به فضایی با اعمال  
بسامد فضایی  $k = \frac{2\pi}{L}$

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(k) e^{-ikx} dk$$

$$g(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{ikx} dx$$



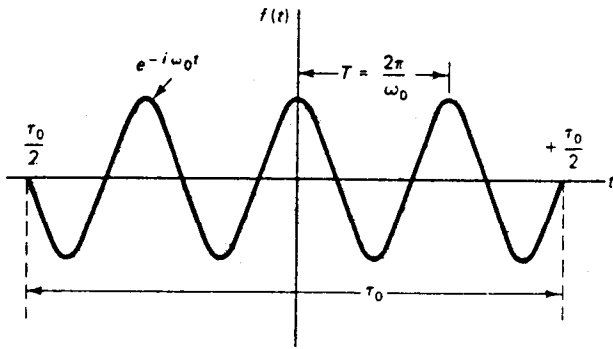
شکل ۴-۳ ضرایب فوریه یک تابع دوره‌ای به صورت مؤلفه‌های ناپیوسته با دامنه‌های  $C_n$  و بسامدهای  $\omega_n$ . تبدیل فوریه یک تابع نادره‌ای به صورت طیف پیوسته‌ای از بسامدهاست.  $g(\omega)$ .







## 2-4 آنالیز فوریه برای قطار موج هماهنگ متناهی



بررسی طیفی موج سینوسی نامتناهی

شکل ۴-۴ قطار موج هماهنگ متناهی با عمر  $\tau_0$  و دوره تناوب  $\frac{2\pi}{\omega_0}$ . گستردگی فضایی این تب موج برابر  $l_0 = c\tau_0$  است.

$$f(t) = \begin{cases} e^{-i\omega_0 t} & -\frac{\tau_0}{2} \leq t \leq \frac{\tau_0}{2} \\ 0 & \text{در خارج از محدوده} \end{cases}$$

محاسبه تبدیل فوریه تابع فوق:

$$g(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{i\omega t} dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\tau_0/2}^{+\tau_0/2} e^{i(\omega - \omega_0)t} dt$$





## ادامه آنالیز فوریه برای قطار موج هماهنگ متناهی



پس از انتگرال گیری:

$$g(\omega) = \left[ \frac{e^{i(\omega - \omega_0)t}}{2\pi i (\omega - \omega_0)} \right]_{-\tau_0/2}^{+\tau_0/2}$$
$$= \frac{1}{\pi(\omega - \omega_0)} \left[ \frac{e^{i(\omega - \omega_0)\tau_0/2} - e^{-i(\omega - \omega_0)\tau_0/2}}{2i} \right]$$



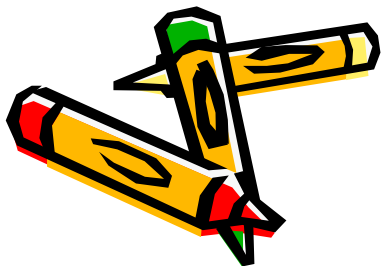


## ادامه آنالیز فوریه برای قطار موج هماهنگ متناهی

با توجه به اتحاد  $e^{ix} - e^{-ix} = 2i \sin x$

$$g(\omega) = \frac{\sin \left[ \frac{\tau_o}{2} (\omega - \omega_o) \right]}{\pi (\omega - \omega_o)} =$$

$$\frac{\tau_o}{2\pi} \left\{ \frac{\sin \left[ \frac{\tau_o}{2} (\omega - \omega_o) \right]}{\left[ \frac{\tau_o}{2} (\omega - \omega_o) \right]} \right\}$$



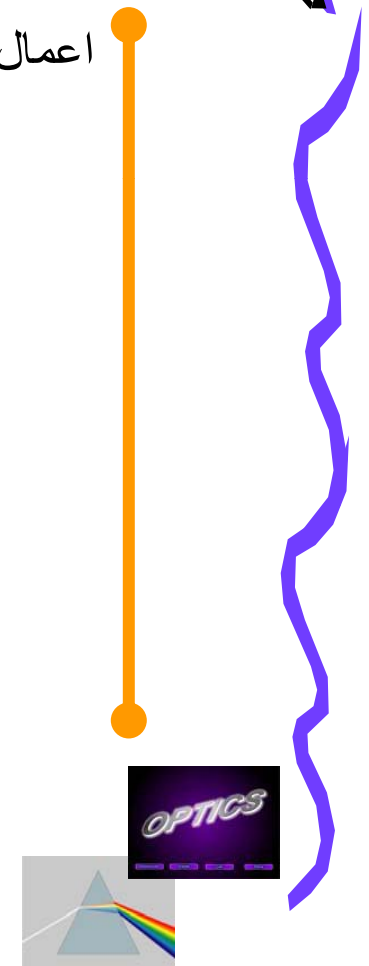
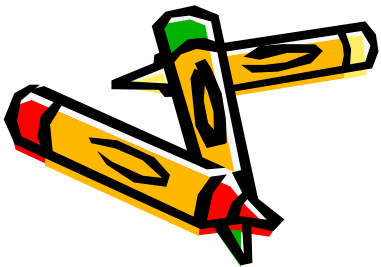


## ادامه آنالیز فوریه برای قطار موج هماهنگ متناهی

اعمال تغییر متغیر

$$u = \frac{\tau_0}{2} (\omega - \omega_0)$$

$$g(\omega) = (\tau_0 / 2\pi) [(\sin u) / u]$$





## ادامه آنالیز فوریه برای قطار موج هماهنگ متناهی

مثال: تابع  $[(\sin u)/u]$  که اغلب با  $\text{sinc}(u)$  نشان داده می شود. وقتی  $u$  به سمت صفر میل کند مقدار تابع به سمت 1 می گراید.

$$\lim_{\omega \rightarrow \omega_0} g(\omega) = \frac{\tau_0}{2\pi}$$

$$\sin u = 0$$

$$(\sin u) / u$$

اگر

صفر می شود





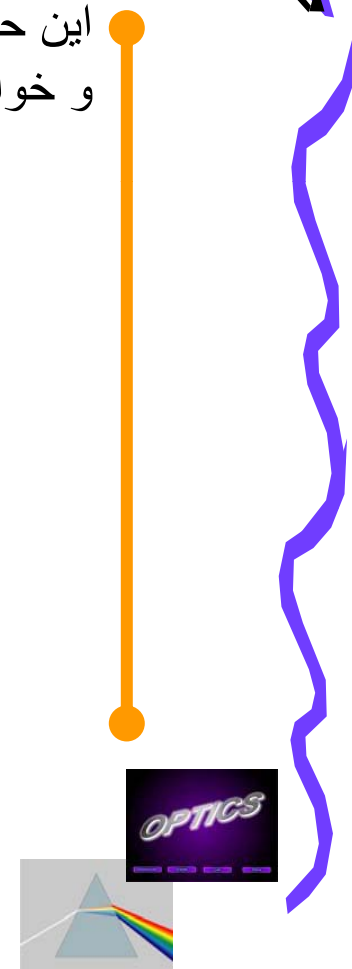
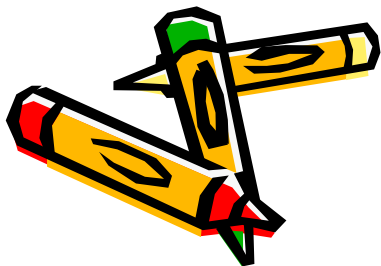
## ادامه آنالیز فوریه برای قطار موج هماهنگ متناهی

این حالت‌های  $\sin u = 0$  مستلزم آنست که  $u = n\pi$  باشد ( $n = \pm 1, \pm 2, \dots$ )،  
و خواهیم داشت

$$g(\omega) = 0$$

$$u = \frac{\tau_0}{2}(\omega - \omega_0) = \pm n\pi$$

$$\omega = \omega_0 \pm \frac{2n\pi}{\tau_0}$$

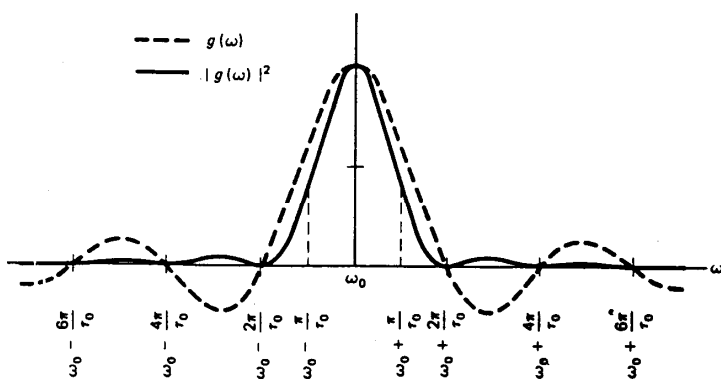




## ادامه آنالیز فوریه برای قطار موج هماهنگ متناهی



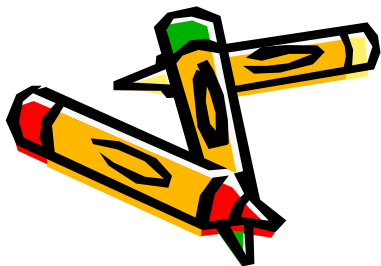
با فاصله گرفتن  $\omega$  از  $\omega_0$  تابع  $g(\omega)$  به طور دوره ای صفر می شود و در اثر افزایش  $u$  در مخرج کسر، به تدریج دامنه تابع  $g(\omega)$  را کاهش می دهد.



شکل ۴ - ۵ تبدیل فوریه برای قطار موج هماهنگ متناهی شکل ۴ - ۴. منحنی خط چین دامنه طیف بسامد، و منحنی خط پر مربع دامنه یا طیف توان را نشان می دهد. این منحنی ها را با دامنه بیشینه یکسان بهنجار کرده ایم.

تابع توان: حاصل از به توان دو رسانده شدن دامنه  $g(\omega)$

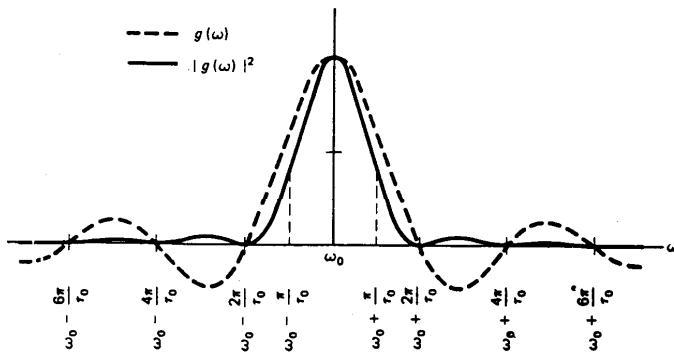
بخش اعظم انرژی قطار موج ناشی از بسامدهای بیشینه مرکزی است.





# ادامه آنالیز فوریه برای قطار موج هماهنگ متناهی

هر چه طول عمر  $\tau_0$  قطار موج کوتاهتر باشد، نیشینه مرکزی شکل مقابل پهنتر می شود.



شکل ۴ - ۵ تبدیل فوریه برای قطار موج هماهنگ متناهی شکل ۴ - ۴. منحنی خط چین دامنه طیف بسامد، و منحنی خط پر مربع دامنه یا طیف توان را نشان می دهد. این منحنی ها را با دامنه بیشینه یکسان بهنجار کرده ایم.

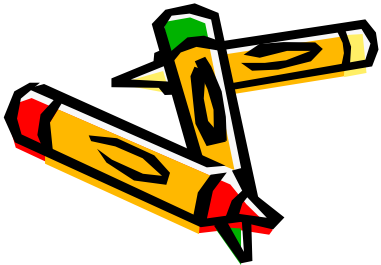
گستره بسامدهای اصلی سازنده

نصف پهنای بیشینه مرکزی

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{\tau_0}$$

$$\Delta f = \frac{1}{\tau_0}$$

پهنای نوار بسامد به مرکز  $\omega_0$







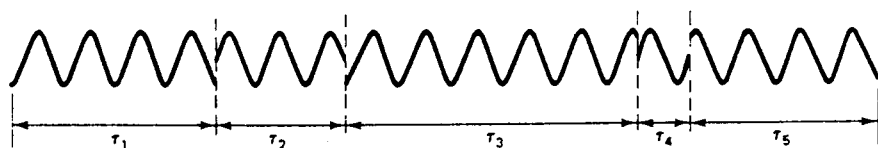
## 3-4 همدوسی زمانی و پهنای خط طبیعی



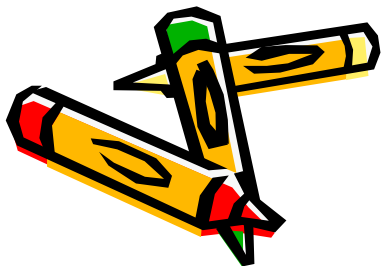
هیچ چشمه ای نمی تواند کاملا تک فام باشد.

زمان همدوسی: طول عمر میانگین قطار موج

پهنای طبیعی خط طیفی با زمان همدوسی چشمه نسبت عکس دارد، یعنی هرچه زمان همدوسی بیشتر باشد، چشمه تکفام تر است.



شکل ۴ - ۶ دنباله قطارهای هماهنگ با طول عمرهای متفاوت  $\tau$ . قطار موج را با طول عمر میانگین، یا زمان همدوسی  $\tau_c$ ، می توان مشخص کرد.





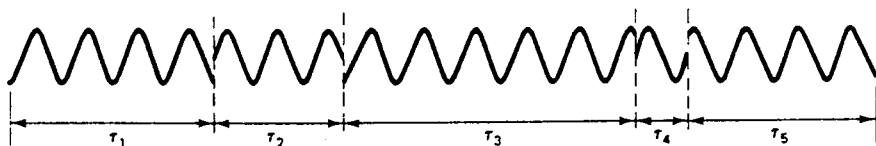
## ادامه همدوسی زمانی و پهنای خط طبیعی



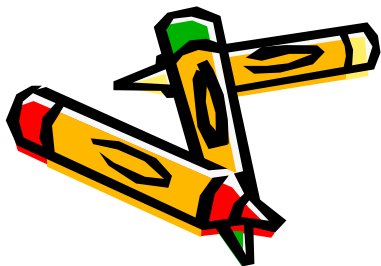
طول همدوسی ( $l_t$ ) قطار موج برابر با طول تپ همدوس آن است:

$$l_t = c\tau_0$$

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{c\tau_0}, l_t = \frac{c}{\Delta f}$$



شکل ۴ - ۶ دنباله قطارهای هماهنگ با طول عمرهای متفاوت  $\tau$ . قطار موج را با طول عمر میانگین، یا زمان همدوسی  $\tau_0$ ، می توان مشخص کرد.





# ادامه همدوسی زمانی و پهنای خط طبیعی



محاسبه صورت دیگری از طول همدوسی:

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

$$\Delta f \approx \frac{c \Delta \lambda}{\lambda^2}$$

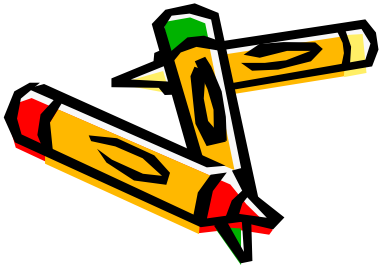
$$l_t = \frac{c}{\Delta f}$$

$$l_t \approx \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda}$$

$$\Delta \lambda \approx \frac{\lambda^2}{l_t}$$

طول همدوسی

پهنای طبیعی خط





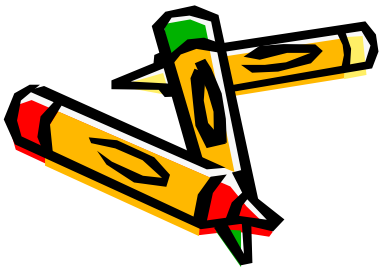
## ادامه همدوسی زمانی و پهنای خط طبیعی

محاسبه زمان و طول همدوسی:

مثال: پهنای خط نور سفید در حدود 300nm است که به تقریب از 400 تا 700nm گستردگی دارد. اگر طول موج میانگین را 500nm بگیریم، نتیجه می شود

$$l_t \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

$$l_t = \frac{550^2}{300} = 1000nm = 2\lambda_{av}$$





## 4-4 هم‌دوسی فضایی



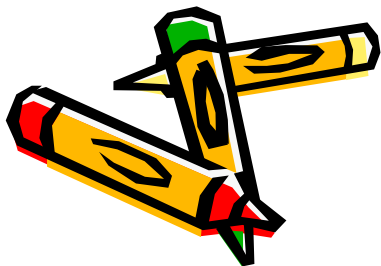
هم‌دوسی زمانی را هم‌دوسی طولی نیز می‌گویند.

**هم‌دوسی زمانی:**

معیاری از طول عمر میانگین موجهای هماهنگ سازنده تابش است.

**هم‌دوسی فضایی یا هم‌دوسی عرضی:**

همبستگی فازی بین نقاطی از میدان تابش که از لحاظ مکانی متمایز هستند.

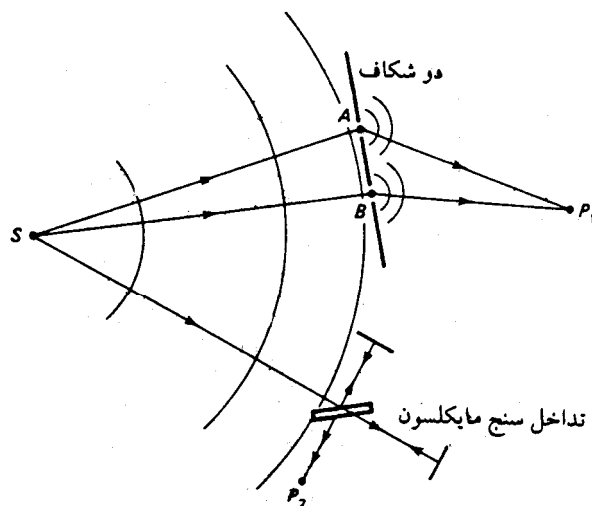




## ادامه همدوسی فضایی

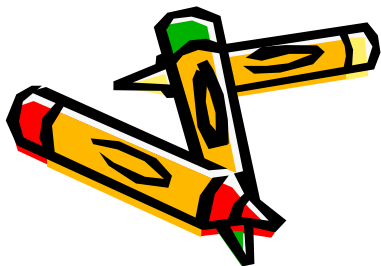


درک بهتر همدوسی میدان موج ناشی از یک چشمه تابشی:



سوال: آیا فریز های تشکیل شده روی پرده در مجاورت نقطه  $P_1$  کاملا تمایز پذیرند یا نه؟

شکل ۴ - ۷ تقسیم جبهه موج و تقسیم دامنه تابشی چشمه S برای نشان دادن شرایط عملی همدوسی فضایی و همدوسی زمانی



OPTICS





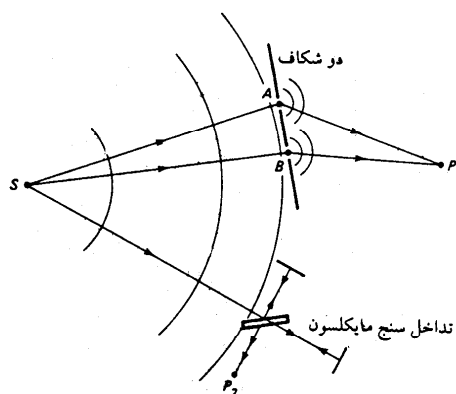
## ادامه همدوسی فضایی



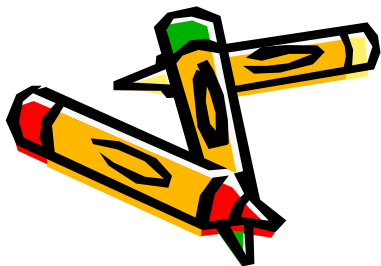
شرط ایجاد فریز های تداخلی:

اگر اختلاف راه  $\Delta$  خیلی کمتر از طول همدوسی باشد  $l_r \ll \Delta$  ، فریز های تداخلی کاملاً مشخصی در  $P_1$  تشکیل می شود.

اما اگر اختلاف راه برابر با طول همدوسی  $\lambda$  یا بزرگتر از آن باشد  $\Delta \geq l_r$  فریز های تداخلی به سختی قابل تشخیص اند یا اصلاً تشکیل نمی شوند.



شکل ۴-۷ تقسیم جبهه موج و تقسیم دامنه تابشی چشمه ک برای نشان دادن شرایط عملی همدوسی فضایی و همدوسی زمانی

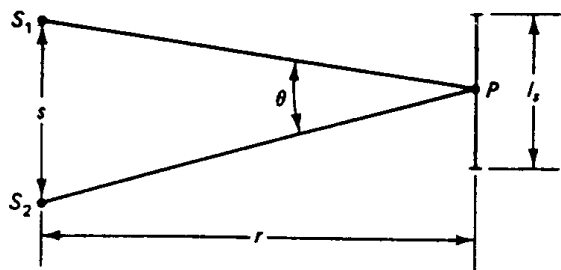




# ادامه همدوسی فضایی



**هدف:** نشان دادن اینکه اگر دو چشمه نقطه ای  $S_1$  و  $S_2$  به فاصله  $s$  از یکدیگر نوری به طول موج  $\lambda$  از خود گسیل کنند، در فاصله  $r$  از چشمه ها ناحیه ای با همدوسی فضایی زیاد وجود خواهد داشت که پهنای آن را می توان چنین مشخص کرد

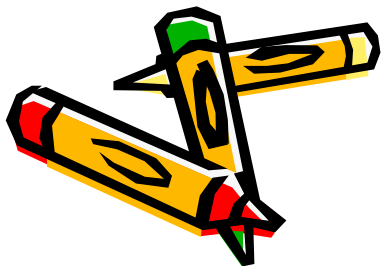


شکل ۴ - ناحیه همدوسی برای دو چشمه نقطه ای مستقل

$$l_s < \frac{\lambda}{\theta}$$

حجم ناحیه حاوی نور همدوس

$$l_s^2 l_t$$

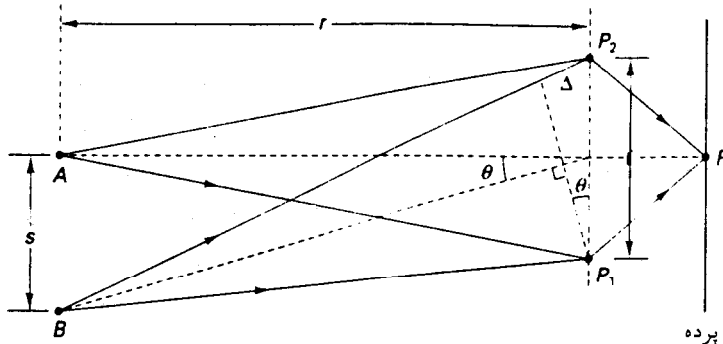






# 5-4 پهنای همدوسی فضایی

بررسی همدوسی فضایی میدان تابش ناشی از یک چشمه گسترده شبه-تکفام در نقاط  $P_1$  و  $P_2$ .

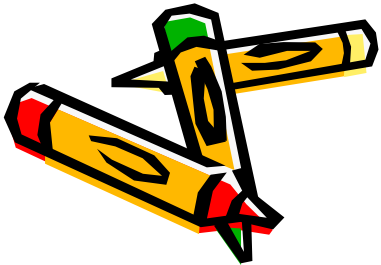


چشمه های  $A$  و  $B$  ناهمدوس اند.

شکل ۴-۹ نور هریک از چشمه های نقطه ای  $A$  و  $B$ ، پس از عبور از  $P_1$  و  $P_2$ ، در محل پرده می تواند فریزهای تداخلی تشکیل دهد. در عمل، داریم  $\theta \ll \lambda$  و زاویه های  $\theta$  تقریباً با هم برابر می شوند.

$$BP_2 - BP_1 = AP_2 - AP_1 = 0$$

$$BP_2 - BP_1 = \Delta \frac{\lambda}{2}$$





# ادامه پهنای همدوسی فضایی

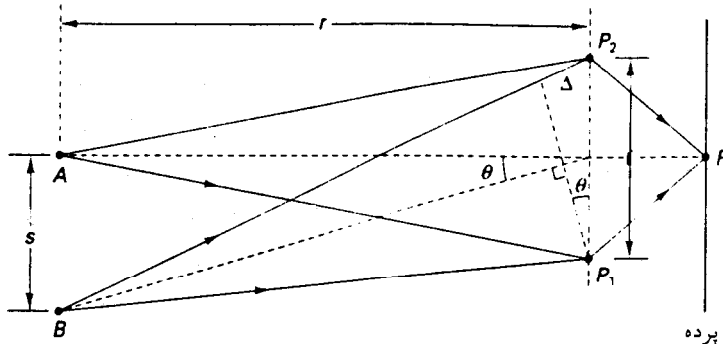
در حالتی که P روی عمود منصف دوشکاف قرار داشته باشد، در نقطه P یک بیشینه ظاهر می شود و خواهیم داشت

$$BP_2 - BP_1 = AP_2 - AP_1 = 0$$

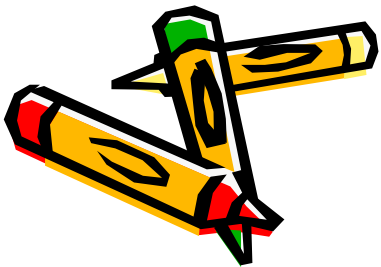
اگر چشمه B به پایینتر از A منتقل شود، فریزها از هم جدا می شوند و هنگامی که فاصله میان چشمه ها برابر S و اختلاف راه برابر

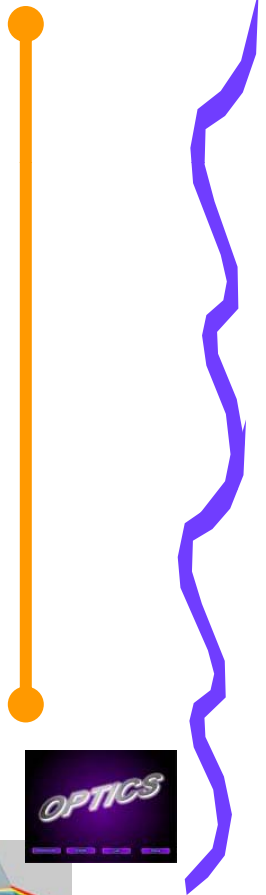
$$BP_2 - BP_1 = \Delta = \frac{\lambda}{2}$$

می شود سهم بیشینه چشمه B در فریز نقطه P جایش را به کمینه می سپارد و نقش ترکیبی فریزها ناپدید می شود.



شکل ۴-۹ نور هریک از چشمه های نقطه ای A و B، پس از عبور از P1 و P2، در محل پرده می تواند فریزهای تداخلی تشکیل دهد. در عمل، داریم  $\theta \ll S$  و زاویه های  $\theta$  تقریباً با هم برابر می شوند.

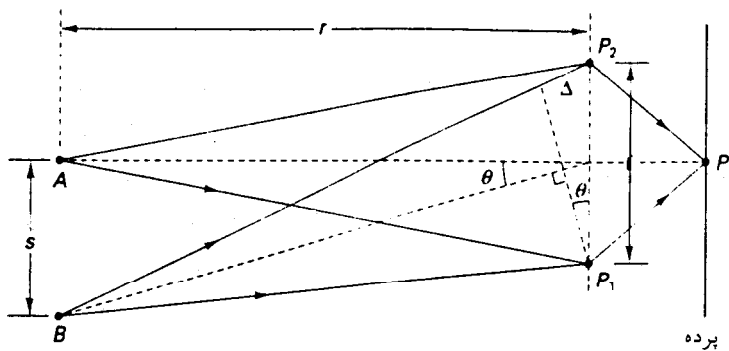




OPTICS



# ادامه پهنای همدوسی فضایی

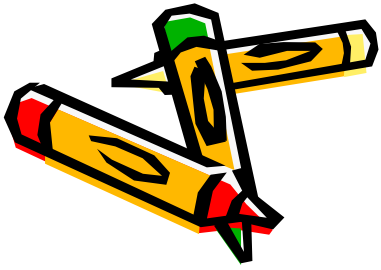


$\theta$ : فاصله زاویه ای چشمه ها از یکدیگر نسبت به صفحه شکافها.

$$\Delta \approx l\theta, \theta \approx \frac{s}{r}$$

$$\Delta = \frac{\lambda}{2} = \frac{sl}{r}, s = \frac{r\lambda}{2l}$$

شکل ۴-۹ نور هریک از چشمه های نقطه ای  $A$  و  $B$ ، پس از عبور از  $P_1$  و  $P_2$  در محل پرده می تواند فریزهای تداخلی تشکیل دهد. در عمل، داریم  $l \gg s$  و زاویه های  $\theta$  تقریباً با هم برابر می شوند.





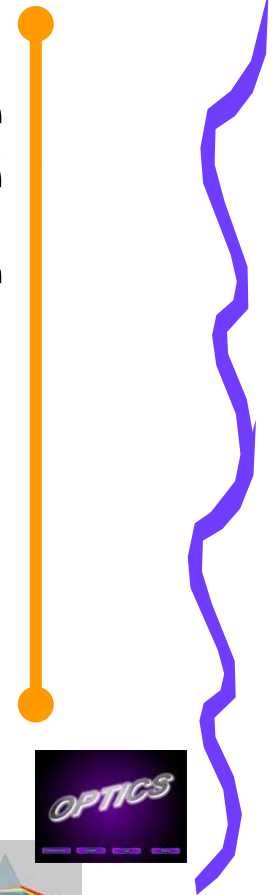
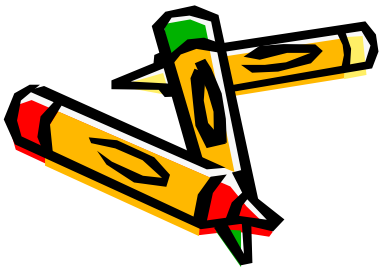
## ادامه پهنای همدوسی فضایی

در حالتی که ابعاد چشمه کمتر از این مقدار است، یعنی  $s < \frac{r\lambda}{l}$  فریزها قابل تشخیص اند.

با معلوم بودن ابعاد چشمه، پهنای همدوسی برابر است با:

$$l_s < \frac{r\lambda}{s} \approx \frac{\lambda}{\theta}$$

هرچه  $l_s$  از این مقدار کوچکتر باشد، تمایز پذیری فریزها بهتر می شود.

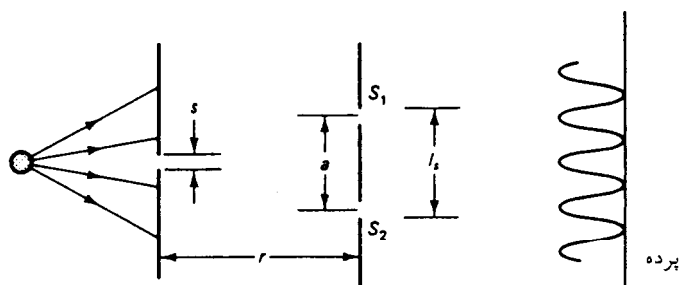




# ادامه پهنای همدوسی فضایی



درک مفهوم معادله  $l_s \left\langle \frac{r\lambda}{s} \approx \frac{\lambda}{\theta} \right.$  با استفاده از آزمایش دو شکاف یانگ.



شکل ۴ - ۱۰ نموداری از آزمایش دو شکاف یانگ. شکافهای  $S_1$  و  $S_2$  باید در محدوده پهنای همدوسی عرضی  $l_s$ ، که از چشمه تک شکاف حاصل می شود، قرار بگیرند.

در این آزمایش فاصله دو شکاف از هم باید از پهنای همدوسی  $l_s$  که پهنای شکاف اولیه ( $s$ ) را مشخص می کند کمتر باشد.





## ادامه پهنای همدوسی فضایی



مثال: در آزمایشی که فاصله چشمه تا شکاف برابر 20cm، فاصله شکافها از یکدیگر برابر 1 mm و طول موج نور برابر 546 nm است، پهنای بیشینه شکاف اولیه (یا شکاف منفرد) چقدر می تواند باشد؟

حل: با استفاده از معادله  $l_s \left\langle \frac{r\lambda}{s} \approx \frac{\lambda}{\theta} \right.$

$$s \left\langle \frac{r\lambda}{l_s} = \frac{(0.2)(546 \times 10^{-9})}{1 \times 10^{-4}} = 1.1 \text{ mm} \right.$$





## ادامه پهنای همدوسی فضایی

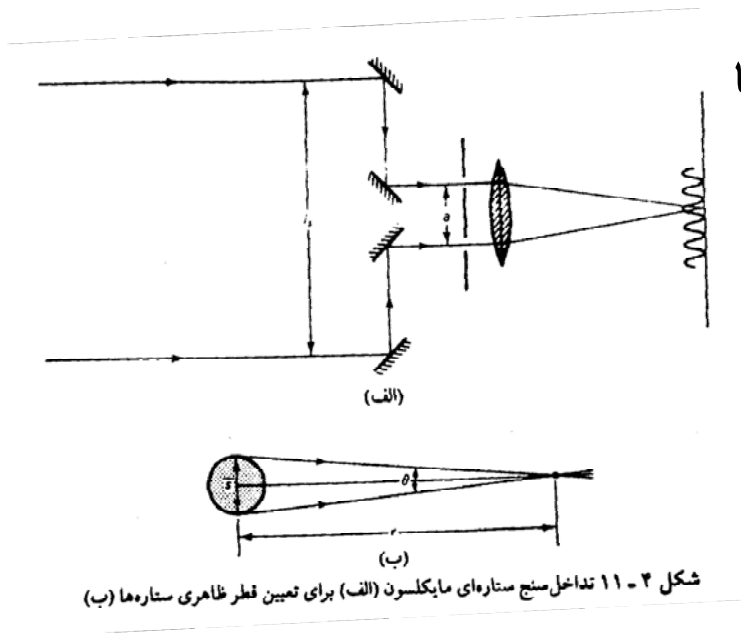
روش عملی اندازه گیری قطر زاویه ای ستاره ها

$$l_s < \frac{1.22\lambda}{\theta}$$

فریزها وجود دارند

$$l_s = \frac{1.22\lambda}{\theta}$$

فریزها ناپدید می شوند





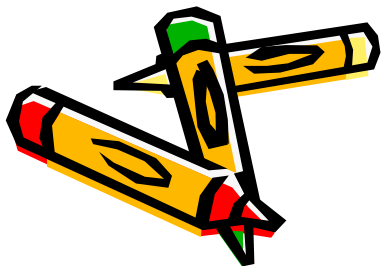
## ادامه پهنای همدوسی فضایی



مثال: مایکلسون هنگامی که این روش را برای ستاره ابط الجوزا در صورت فلکی جبار به کار برد، نخستین کمینه فریزهای تداخلی را به ازای  $l_s = 308 \text{ cm}$  به دست آورد. با استفاده از طول موج متوسط  $570 \text{ nm}$ ، قطر زاویه ای ستاره چقدر می شود؟

حل: هنگامی که نامعادله  $l_s \left\langle \frac{1.22\lambda}{\theta} \right.$  به صورت تساوی در می آید داریم

$$\theta = \frac{1.22\lambda}{l_s} = \frac{1.22(570 \times 10^{-9})}{3.08} = 2.26 \times 10^{-7} \text{ rad}$$







## فصل 5: قطبش نور



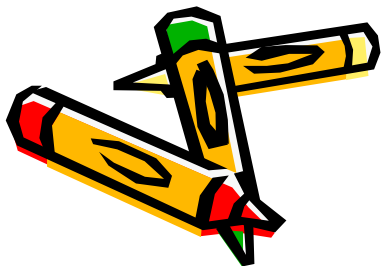
1-5 قطبش به روش جذب گزینشی

2-5 قطبش به روش بازتاب از سطح دي الكتریک

3-5 قطبش به روش پراکندگی

4-5 قطبش دو شکستی

5-5 شکست دوگانه





# ادامه قطبش نور



## خلاصه فصل:

- در این فصل با مفاهیم زیر آشنا می شویم،
- قطبش به روشهای مختلف مانند:
- جذب گزینشی
- بازتاب از سطح دی الکتریک
- پراکندگی
- و نیز قطبش دو شکستی و شکست دوگانه





## ادامه قطبش نور



نور قطبیده خطی: مانند موج تخت الکترومغناطیسی، بردار میدان الکتریکی همیشه به موازات راستای فضایی ثابتی در نوسان است.

نور قطبیده بیضی وار

نور قطبیده دایره ای

نور ناقطبیده: راستای بردار میدان برآیند  $E$  ثابت نیست و در تغییرات فضایی آن نظمی وجود ندارد.

قطبش نور از ویژگی عرضی بودن آن ناشی می شود.



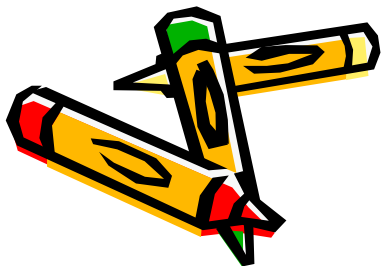


## 1-5 قطبش به روش جذب گزینشی

قطبنده دوفام: ماده ای که به طور گزینشی نور حاصل از ارتعاشات الکتریکی بردار  $E$  را در راستای خاصی جذب و در راستای عرضی عمود بر راستای جذب رابه آسانی عبور می دهد.

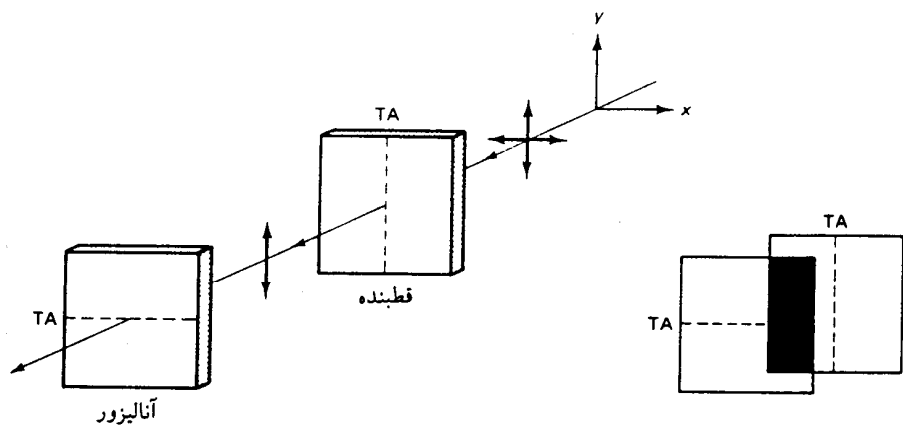
محور تراگسیل قطبنده (TA): راستای ترجیحی نور گذرنده است.

تشخیص قطبیدگی نور: با استفاده از دو قطبنده دوفام (پلاریزور و آنالیزور)



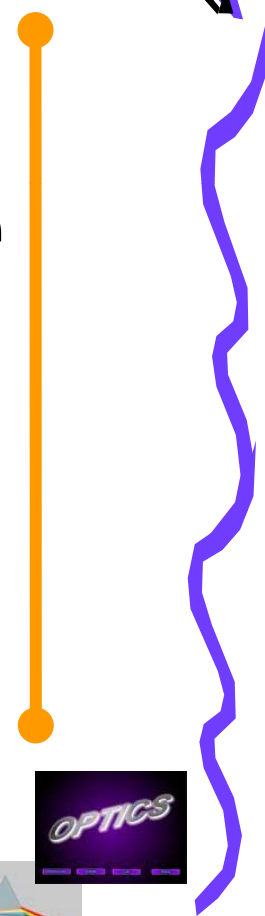
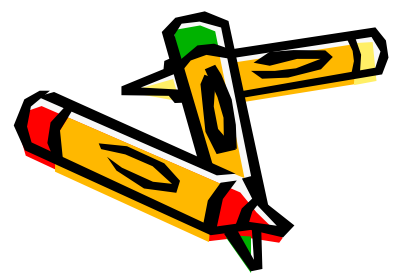


# ادامه قطبش به روش جذب گزینشی



## دوقطبنده متعامد

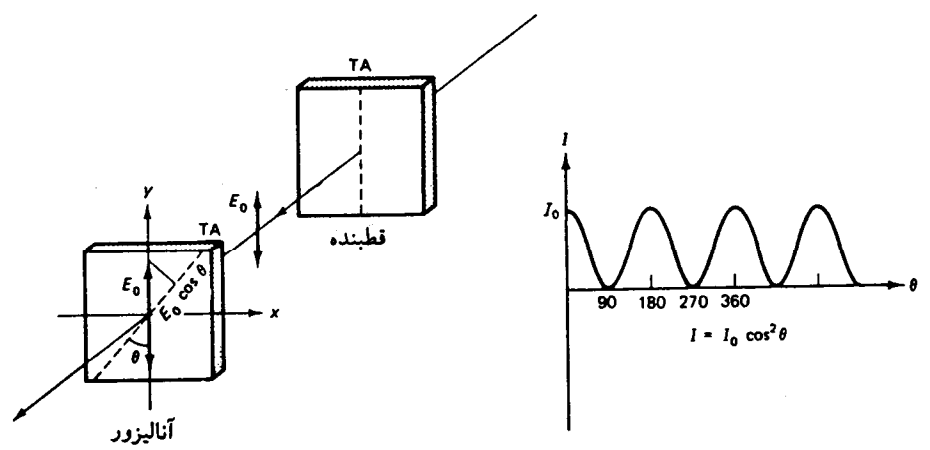
شکل ۵ - ۱ قطبنده‌های دوقام متقاطع را به صورت زوج قطبنده - آنالیزور می‌توان به کار برد. در حالت تعامد قطبنده و آنالیزور، هیچ نوری از آنالیزور عبور نمی‌کند.





دانشگاه پیام نور

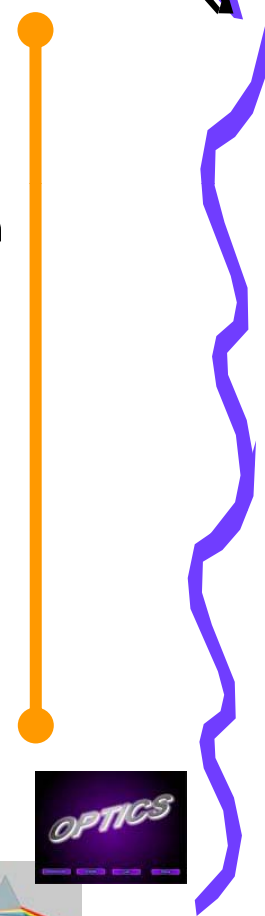
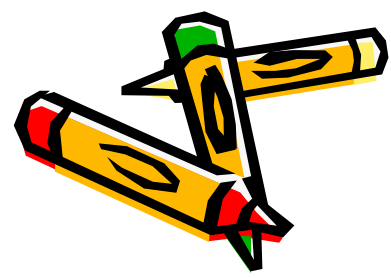
# ادامه قطبش به روش جذب گزینشی



شکل ۵ - ۲ نمایش قانون مالوس

قانون مالوس: عبارتست از

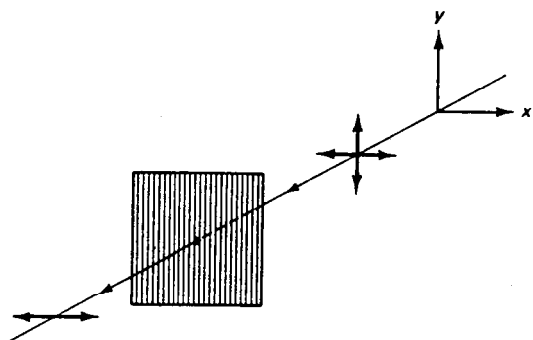
$$I = I_0 \cos^2 \theta$$



OPTICS



## ادامه قطبش به روش جذب گزینشی



آزمایش استاندارد با استفاده از میکرو موج:

گستره طول موجهای به کار رفته: 1mm تا 1m

شکل ۵-۳ تأثیر یک شبکه سیمی قائم بر میکرو موج. هنگامی که از فاصله شبکه ای بین سیمها خیلی بزرگتر باشد، مؤلفه قائم تابش جذب می شود.





## ادامه قطبش به روش جذب گزینشی

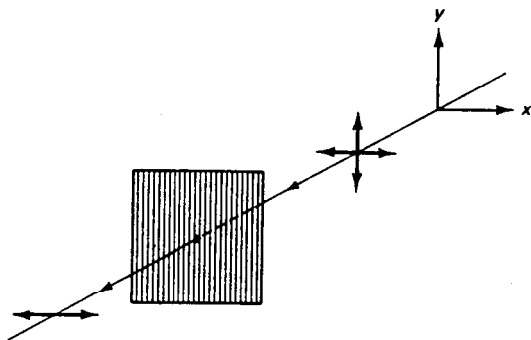


متداولترین جذب کننده دو فام برای قطبش نور:  
برگه های پولاروید، توسط ادوین لاند، 1938

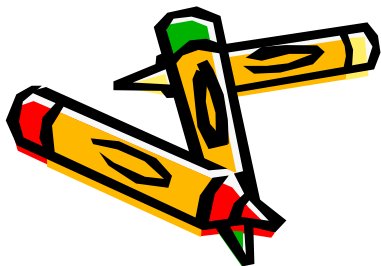
پلی وینیل الکل و ید  
تورمالین معدنی

رابطه متداول تضعیف برای نشان دادن  
تضعیف نور در ماده جذب کننده

$$I = I_0 e^{-a\chi}$$



شکل ۵-۳ تأثیر یک شبکه سیمی قائم بر میکروموج. هنگامی که از فاصله شبکه ای بین  
سیمها خیلی بزرگتر باشد، مؤلفه قائم تابش جذب می شود.







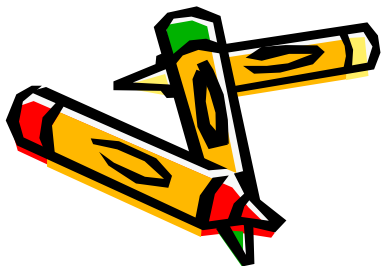
## 2-5 قطبش به روش بازتاب از سطح دی الکتریک



نور بازتابیده به صورت آینه وار از سطح دی الکتریک به طور جزئی قطبیده است.

هنگامی که راستای برتر بردار  $E$  در نور بازتابیده بر محور تراکسیل پالایه عمود باشد، ناحیه ای که نور آن با بازتاب آینه ای به چشم می رسد شدت کمتری خواهد داشت.

اساس کار عینک های آفتابی پولاروید

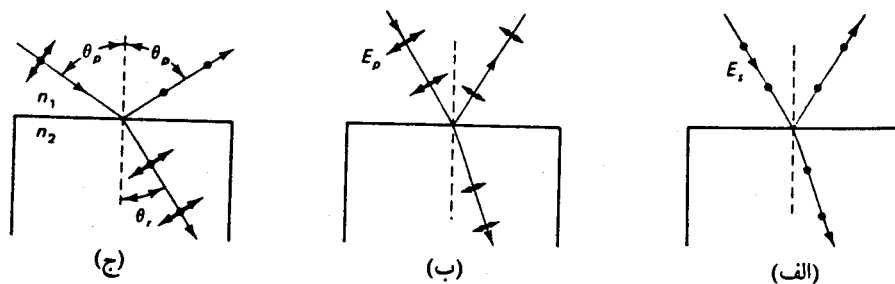




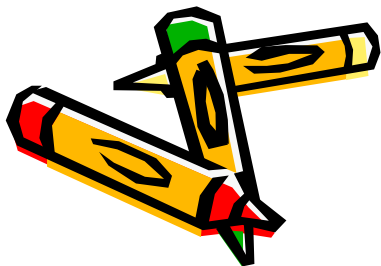
## ادامه قطبش به روش بازتاب از سطح دی الکتریک



درک فیزیک پدیده ها: باریکه نور با زاویه دلخواه به سطح دی الکتریک می تابد.  
نماد گذاری استاندارد: مولفه  $E_s$  (مولفه عمودی)، و  $E_p$  (مولفه افقی).  
گاهی مولفه  $E_s$  را مد الکتریکی عرضی (TE) و  $E_p$  را مد مغناطیسی  
عرضی (TM) می گویند.



شکل ۴ - ۵ بازتابش آینه‌ای نور از سطح دی الکتریک. (الف) مد TE. (ب) مد TM. (ج) قطبش با زاویه بروستر.

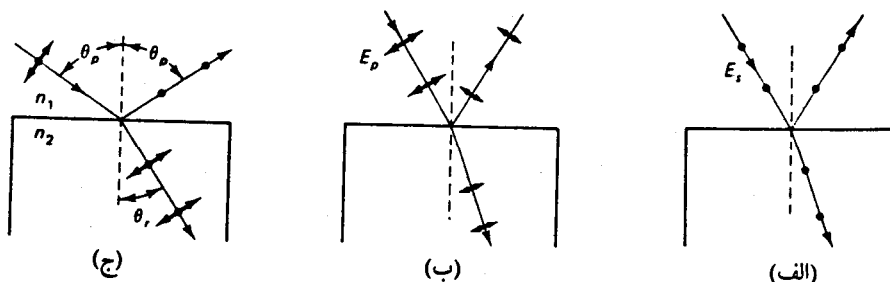




## ادامه قطبش به روش بازتاب از سطح دی الکتریک



بررسی تاثیر مولفه  $E_s$  یا TE:



شکل ۴ - ۵ بازتابش آینه‌ای نور از سطح دی‌الکتریک. (الف) مد TE. (ب) مد TM. (ج) قطبش با زاویه بروستر.

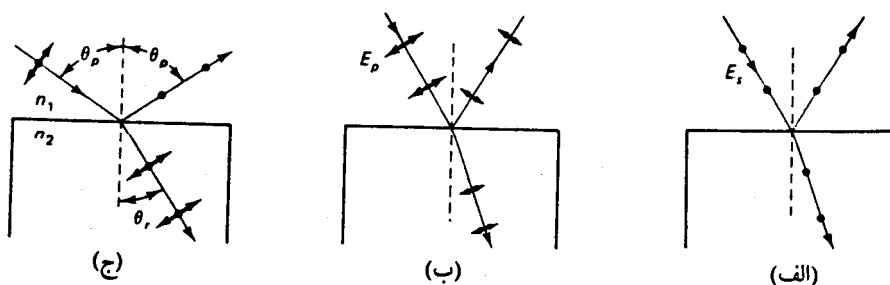




# ادامه قطبش به روش بازتاب از سطح دی الکتریک



بررسی تاثیر مولفه  $E_p$  یا TM:



شکل ۴ - ۵ بازتابش آینه‌ای نور از سطح دی‌الکتریک. (الف) مد TB. (ب) مد TM. (ج) قطبش با زاویه بروستر.





## ادامه قطبش به روش بازتاب از سطح دي الکتريک



زاويه قطبش يا زاويه بروستر:

$$n_1 \sin \theta_p = n_2 \sin \theta_r = n_2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_p\right) = n_2 \cos \theta_p$$

$$\theta_p = \operatorname{tg}^{-1} \left[ \frac{n_2}{n_1} \right]$$

قانون بروستر

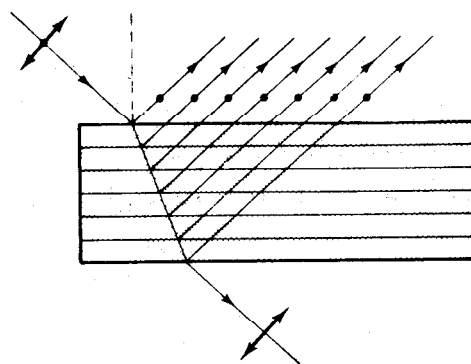




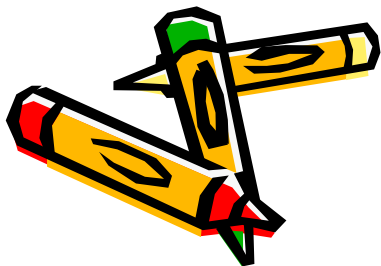
## ادامه قطبش به روش بازتاب از سطح دي الکتریک



تولید نور قطبیده با استفاده از قطبنده چند لایه ای (یا تیغه های متعدد قطبنده)



شکل ۵-۵ قطبنده چندلایه ای

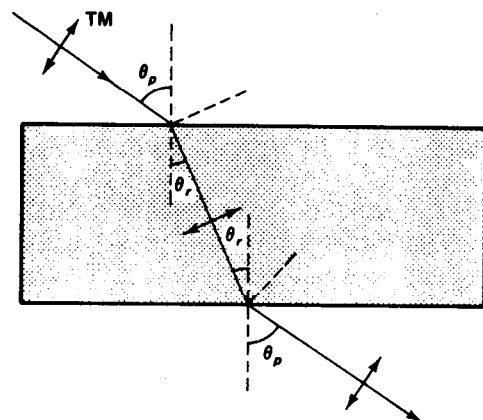




# ادامه قطبش به روش بازتاب از سطح دي الکتریک



پنجره بروستر



شکل ۵ - ۶ پنجره بروستر. برای شد مغناطیسی عرضی TM در هر دو سطح، قانون بروستر برقرار است.

کاربرد در لیزرهای گازی



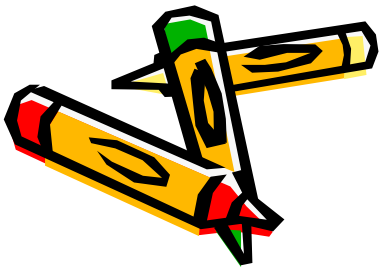


## 3-5 قطبش به روش پراکندگی

پراکندگی نور: جذب و پخش نور توسط نوسانگر اصلی که بار الکترون مقید به هسته است (که یک نوسانگر دو قطبی است).

بسامد های تشدید: در بخشهای فرا بنفش و فرورسرخ قرار دارند.

آنتن های تابش کننده ریز: الکترونها هستند که انرژی را در همه جهات (به جز محور دو قطبی) باز می تابانند یا پراکنده می کنند.



OPTICS







## ادامه قطبش به روش پراکنندگی



پراکنندگی ریلی: هنگامی روی می دهد که ابعاد عوامل پراکننده در مقایسه با طول موج تابش کوچک است.

موقعیت بار در هر لحظه:  
$$r = r_0 e^{i\omega t}$$

شتاب:  
$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\omega^2 r_0 e^{i\omega t}$$

توان تابشی متناسب با مجذور میدان الکتریکی:

قانون پراکنندگی ریلی:  
$$P = \frac{e^2 \omega^4 r_0^2}{12\pi\epsilon_0 c^3}$$

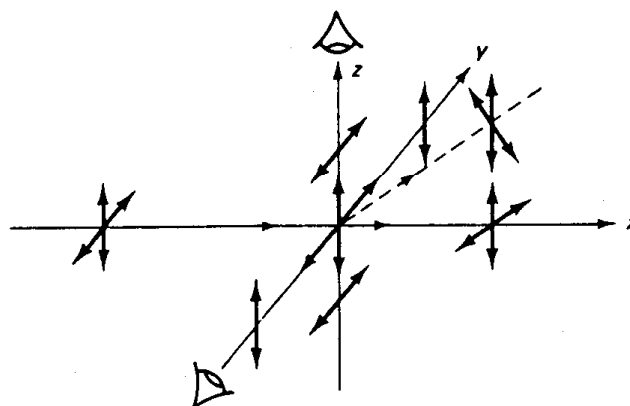




## ادامه قطبش به روش پراکندگی



قطبش نور ناشی از پراکندگی



شکل ۵-۷ قطبش ناشی از پراکندگی. نور تابشی ناقطبیده‌ای که از چپ به راست در حرکت است، به وسیله ذره‌ای که در مبدأ قرار دارد پراکنده می‌شود.





## ادامه قطبش به روش پراکندگی

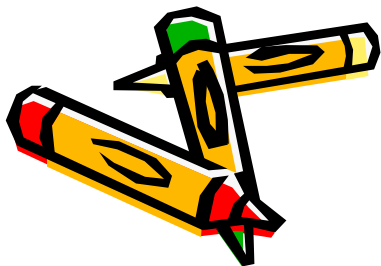


دلایل قطبیده کامل نبودن نور رسیده از جو:

(الف) نور پس از چند بار پراکندگی به چشم می رسد.

(ب) همه نوسانگرهای موجود در مولکولها آزاد نیستند که درست در همان راستای بردار  $E$  ی نور تایشی به نوسان آیند.

در اپتیک غیر خطی، پراکندگی کنترل شده نور از محیطهای فعال (مانند پراکندگی رامان، ریلی، و بریلوئن)، موضوع پژوهشهای مهمی در اپتیک نوین است.

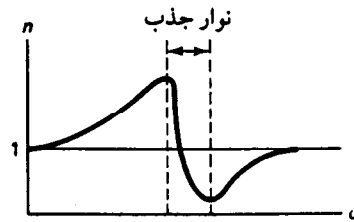




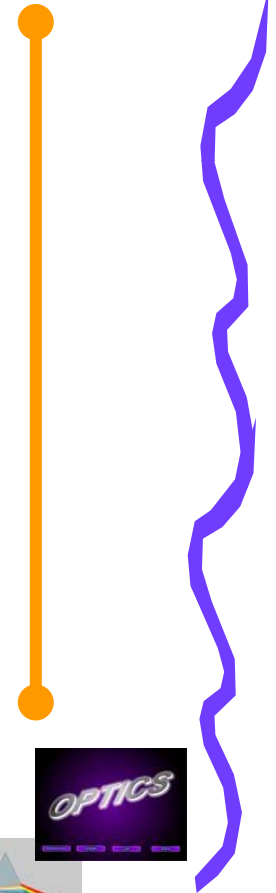
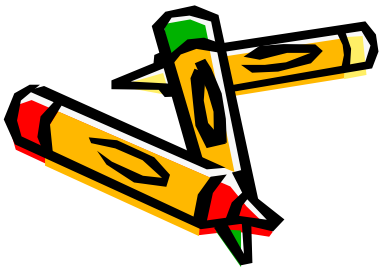
## 4-5 قطبش دو شکستی



مواد دوشکستی: موادی که تولید شکست دوگانه می کنند.



شکل ۵ - ۸ تغییرات ضریب شکست بر حسب بسامد در نزدیکی نوار جذب. نواری را که در آن  $\frac{dn}{d\omega} < 0$  است، ناحیه پاشندگی بی هنجار می گویند.

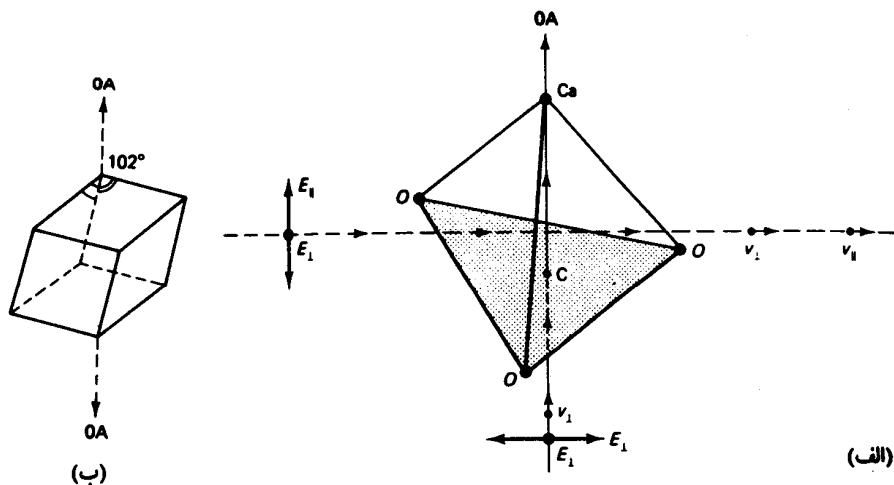




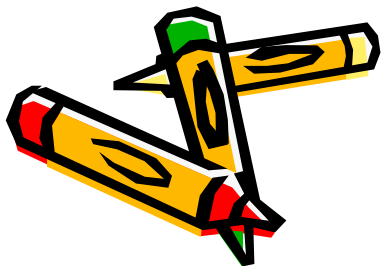
## ادامه قطبش دو شکستی



بررسی ارتباط ضریب شکست و سرعت نور با عدم تقارن ساختار بلوری بلور کلسیت



شکل ۵ - ۹ (الف) عبور نور از بلور کلسیت. سه اتم اکسیژن در قاعده چهاروجهی قرار دارند. محور اپتیکی، موازی خط واصل بین اتمهای C و Ca است. (ب) محور اپتیکی در شبکه لوزی رخ کلسیت، از رأسی که زاویه هر سه وجه در آن برابر ۱۰۳ است می‌گذرد.

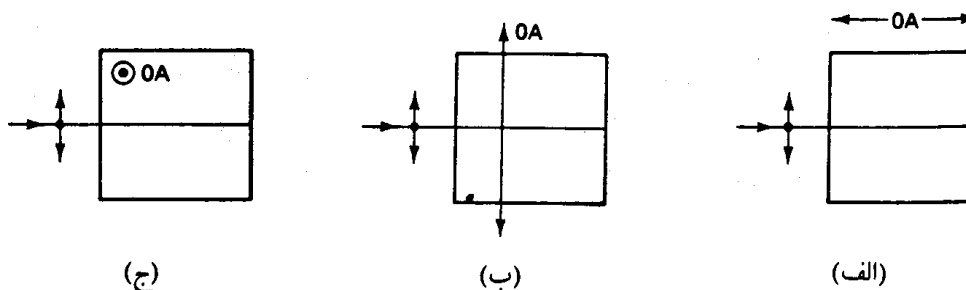




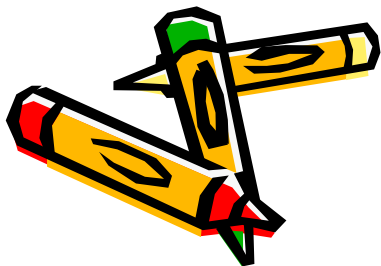
## ادامه قطبش دو شکستی



عنصرهای قطبنده ای که محور اپتیکی شان نسبت به نور فرودی سمتگیری معینی دارند.



شکل ۵ - ۱۰ نور فرودی به تیغه دو شکستی با سمتگیرهای متفاوت محور اپتیکی. (الف) انتشار نور در راستای محور اپتیکی. (ب) انتشار نور در راستای عمود بر محور اپتیکی. (ج) انتشار نور در راستای عمود بر محور اپتیکی.





## ادامه قطبش دو شکستی

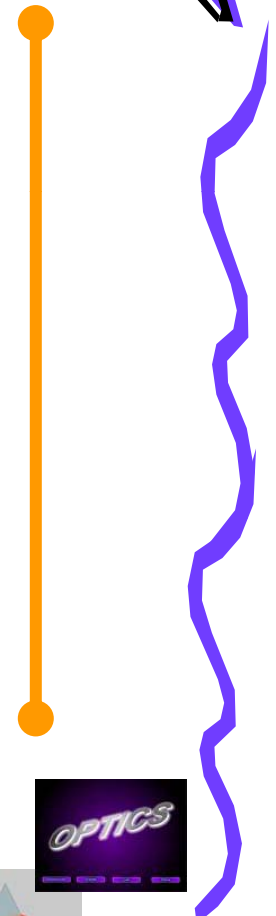
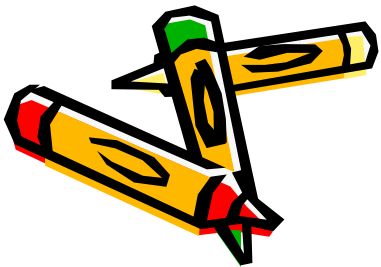
اختلاف فاز بین دو مولفه هنگام خروج بر حسب اختلاف راه اپتیکی:

$$\Delta = |n_{\perp} - n_{\parallel}| d$$

اختلاف راه

$$\Delta\varphi = 2\pi \left( \frac{\Delta}{\lambda_0} \right) = \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \right) |n_{\perp} - n_{\parallel}| d$$

اختلاف فاز متناظر





## ادامه قطبش دو شکستی

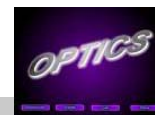
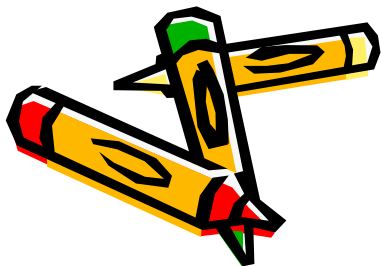
تیغه ربع موج (QWP): ضخامت تیغه چنان است که

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$$

تیغه نیم موج (HWP): ضخامت تیغه چنان است که

$$\Delta\varphi = \pi$$

این تیغه ها را تیغه های مرتبه صفر (یا گاهی مرتبه اول) نیز می گویند.



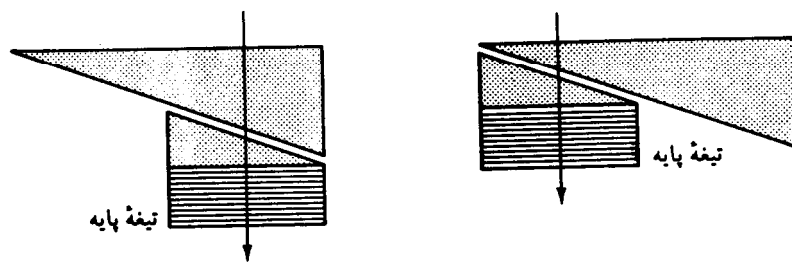




## ادامه قطبش دو شکستی



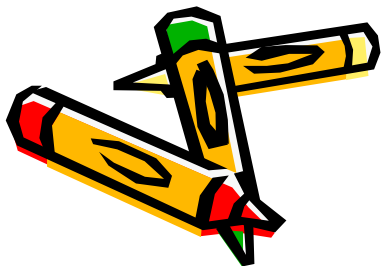
### جبران کننده سولی - بابینه



(ب)

(الف)

شکل ۵ - ۱۱ جبران کننده سولی - بابینه. محورهای اهتکی بلور را با نقطه و خط نشان داده ایم. پیکان، جهت انتشار نور را نشان می دهد. (الف) تأخیر صفر. (ب) تأخیر بیشینه

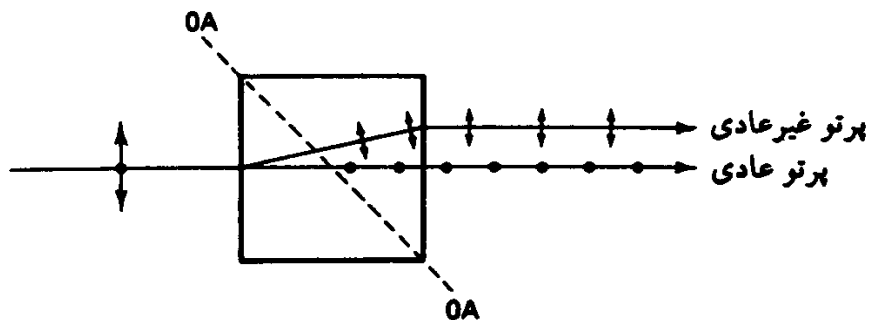




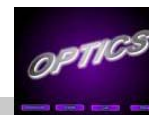
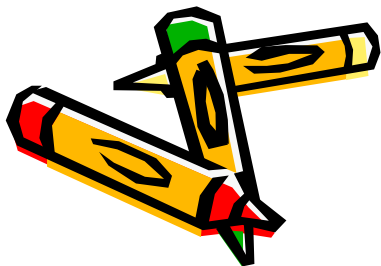
## 5-5 شکست دوگانه



شکست دوگانه: در اثر ایجاد اختلاف فاز بین مولفه های بردار  $E$  عمود بر محور اپتیکی بلور و موازی با محور اپتیکی.



شکل ۵-۱۲ نمایش شکست دوگانه

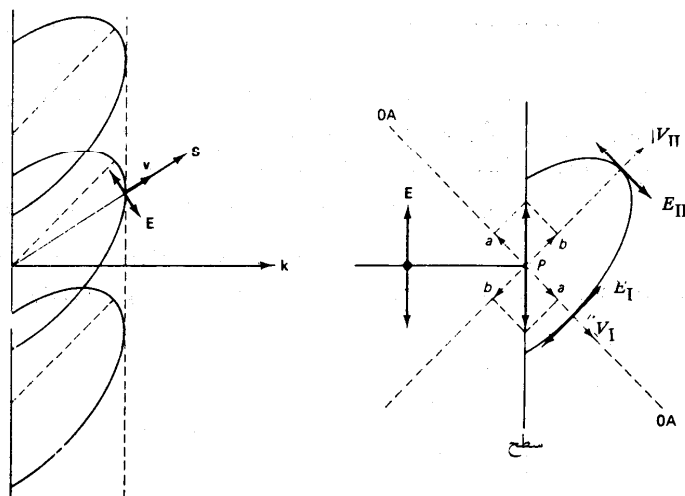




## ادامه شکست دو گانه



### درک علت خمیدگی غیر متعارف پرتو غیر عادی



(ب)

(الف)

شکل ۵-۱۳ (الف) تشکیل موجک بیضی وار هویگنس به وسیله پرتو غیر عادی. ماده مورد استفاده در این حالت، بلوری تک-محور و منفی است (مانند کالسیت). (ب) ناهمراستایی جهت پرتوی  $S$  و بردار انتشار  $k$  برای پرتو غیر عادی در ماده دوشکستی

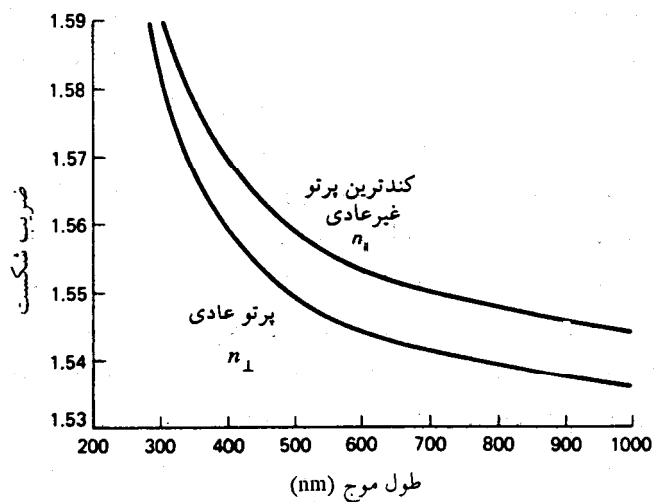




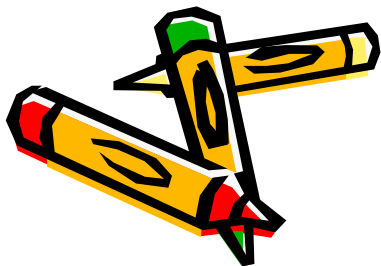
# ادامه شکست دو گانه



منحنی نمایش تغییرات ضریب شکست کوآرتز بلورین بر حسب طول موج



شکل ۵-۱۴ ضریب شکستهای کوآرتز بلورین بر حسب طول موج در دمای  $18^{\circ}\text{C}$ . ضریب شکست پرتو غیرعادی در هر طول موجی ممکن است روی هر نقطه‌ای در فاصله میان دو منحنی قرار گیرد. اما، ضریب شکست پرتو عادی در هر طول موج مقداری ثابت است.

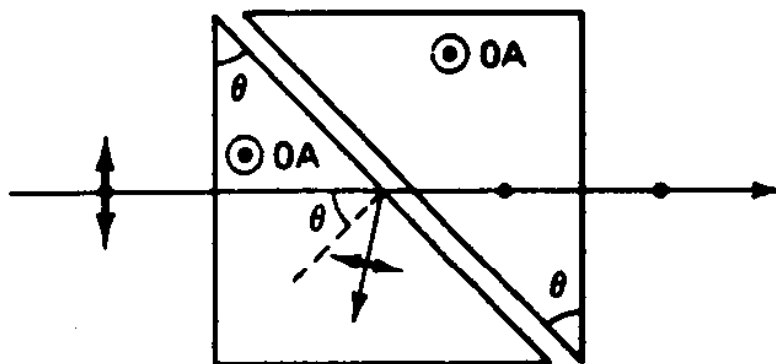




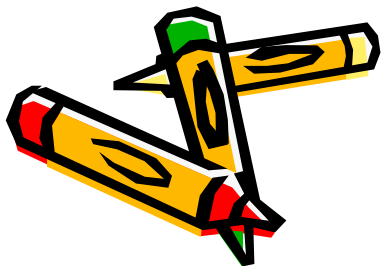
## ادامه شکست دو گانه



تولید باریکه نور قطبیده با استفاده از شکست دو گانه  
منشور گلان - هوا پر کاربرد ترین آنها



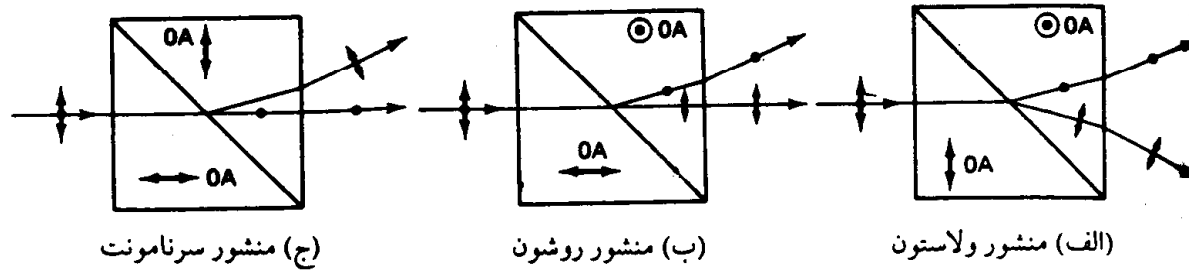
شکل ۵- ۱۵ منشور گلان - هوا



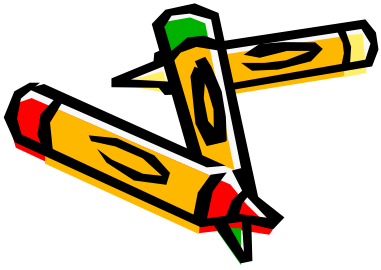


## ادامه شکست دو گانه

چند روش دیگر ساخت منشورهای قطبیده با استفاده از ماده تک محور مثبت (کوارتز)



شکل ۵-۱۶ چند منشور قطبیده: (الف) منشور ولاستون، (ب) منشور روشن، (ج) منشور سرنامونت





## فصل 6: پراش فرانهوفر



1-6 پراش در تک شکاف

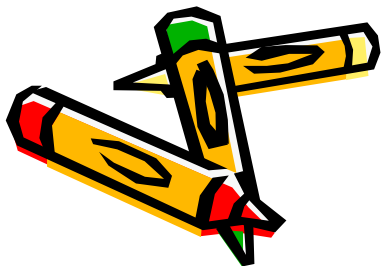
2-6 پخش باریکه

3-6 روزنه های راست گوشه و دایره ای

4-6 تفکیک

5-6 پراش دو شکاف

6-6 پراش چند شکاف





# ادامه پراش فرنیوفر



## خلاصه فصل:

در این فصل با مفاهیم زیر آشنا می شویم،

• پراش فرانهوفر و ویژگیهای پراش ایجاد شده در گشودگی های مختلف مانند،

• راستگوشه

• دایره ای

• دوشکاف

• و چند شکاف







# ادامه پراش فرنیوفر



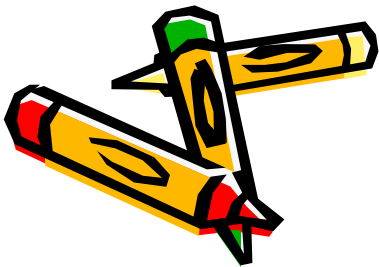
## تعریف پراش:

به طور کلی هر نوع انحراف از نورشناسی هندسی را که به علت وجود مانع در برابر جبهه نور حاصل شده باشد پراش می گویند.

## تقسیم بندی پراش:

پراش فرانهوفر: چشمه نور و پرده مشاهده هردو به اندازه کافی از روزنه پراش دور هستند (پراش دور).

پراش فرنل: فواصل یاد شده کوتاه اند و باید انحنای جبهه موج در نظر گرفته شود (پراش نزدیک).

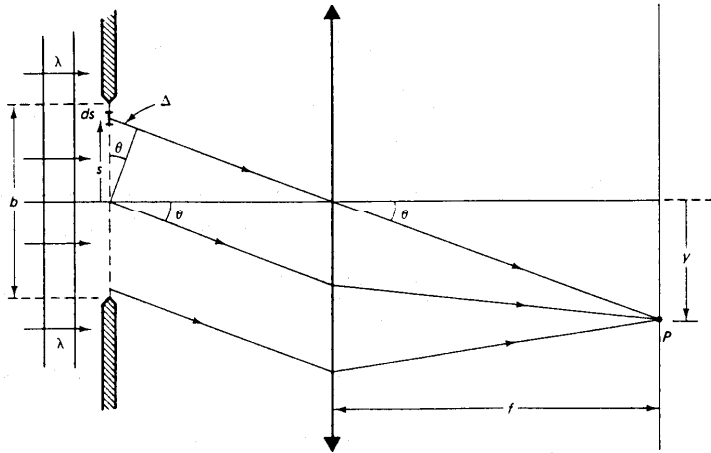




## 1-6 پراش در تـك شكاف



در پراش فرانهوفر چشمه باید به قدر کافی دور باشد تا جبهه های موجی که به شکاف می رسند تخت باشد.



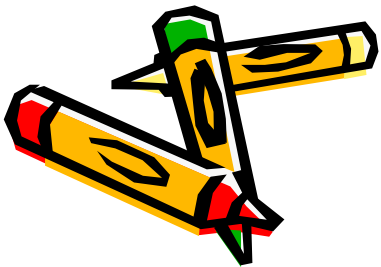
شکل ۶ - ۱ پراش فرانهوفر ناشی از تک شکاف، و تعیین شدت روی برده مشاهده

$$dE_p = \left[ \frac{dE_0}{r} \right] e^{i(kr - \omega t)}$$

$$dE_p = \left[ \frac{dE_0}{r} \right] e^{i[k(r_0 + \Delta) - \omega t]}$$

$$dE_0 = E_L ds$$

$$dE_p = \left[ \frac{E_L ds}{r_0} \right] e^{i(kr_0 + ks \sin \theta - \omega t)}$$





## ادامه پراش در تک شکاف

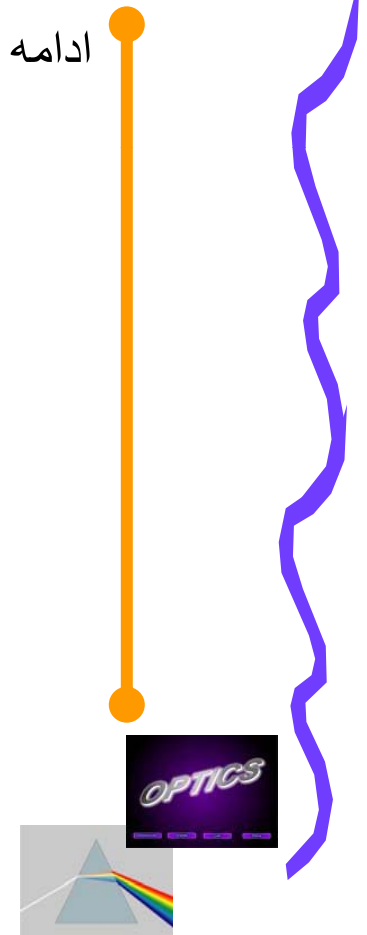


ادامه محاسبات

$$E_p = \left[ \frac{E_L}{r_o} \int_{-b/2}^{b/2} e^{iks \sin \theta} ds \right] e^{i(kr_o - \omega t)}$$

$$E_R = \frac{E_L}{r_o} \left[ \frac{e^{iks \sin \theta}}{ik \sin \theta} \right]_{-b/2}^{b/2}$$

$$E_R = \frac{E_L}{r_o} \left[ \frac{1}{ik \sin \theta} \right] \left[ e^{ikb \sin \theta / 2} - e^{-ikb \sin \theta / 2} \right]$$





## ادامه پراش در تک شکاف

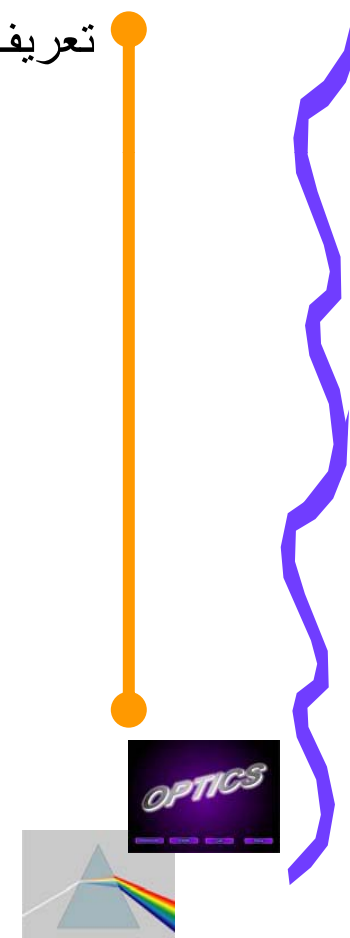
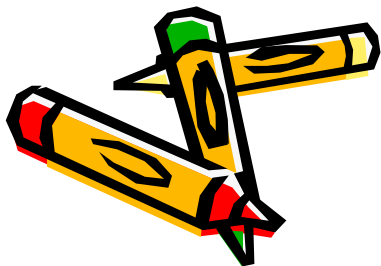


تعریف کمیت بتا و محاسبه دامنه موثر در شدت تابش

$$\beta = \frac{1}{2} kb \sin \theta$$

$$E_R = \frac{E_L}{r_o} \frac{b}{2i\beta} (e^{i\beta} - e^{-i\beta}) = \frac{E_L}{r_o} \frac{b}{2i\beta} (2i \sin \beta)$$

$$E_R = \frac{E_L^b}{r_o} \frac{\sin \beta}{\beta}$$





## ادامه پراش در تک شکاف

معنای فیزیکی کمیت بتا با تعبیر آن به عنوان اختلاف فاز

$$\Delta = \frac{b}{\lambda} \sin \theta$$

$$I = \left[ \frac{\varepsilon_0 c}{2} \right] E_R^2 = \frac{\varepsilon_0 c}{2} \left[ \frac{E_L^b}{r_0} \right] \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2}$$

$$I = I_0 \left[ \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \right] = I_0 \operatorname{sinc}^2 \beta$$

$$\lim_{\beta \rightarrow 0} \operatorname{sinc}(\beta) = \lim_{\beta \rightarrow 0} \left[ \frac{\sin \beta}{\beta} \right] = 1$$

$$\beta = \frac{1}{\lambda} (kb \sin \theta) = m\pi, m = \pm 1, \pm 2, \dots$$

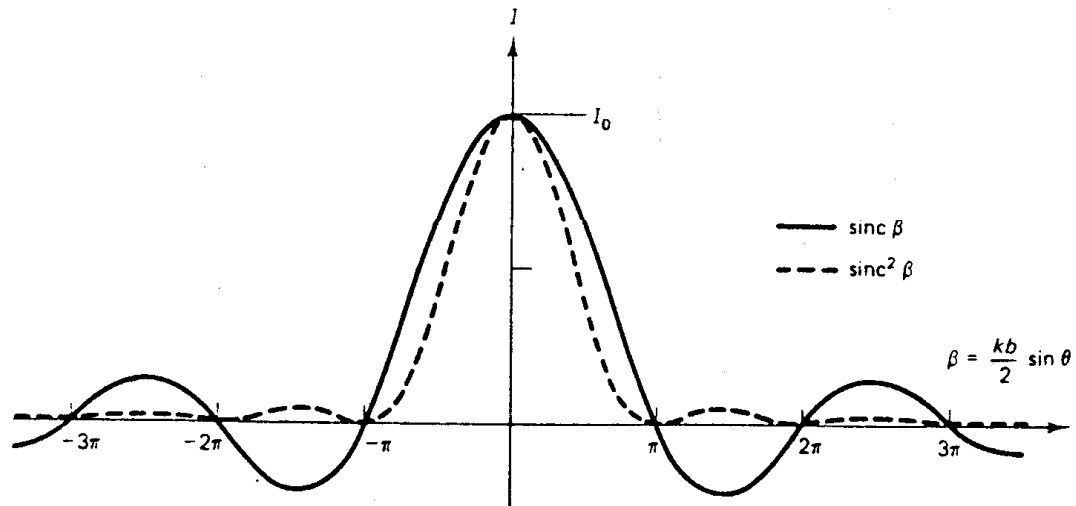




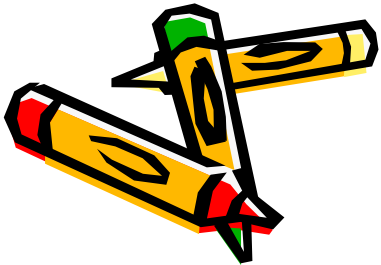
# ادامه پراش در تک شکاف



رسم منحنی شدت تابش به صورت تابعی از بتا



شکل ۶-۲ نمایش تغییرات تابع  $\text{sinc}\beta$  به صورت خط پررنگ، و تغییرات شدت تابش برای پراش فرانهوفر ناشی از تک شکاف به صورت خط چین، تابع شدت برحسب  $I_0$  بهنجار شده است.



OPTICS





## ادامه پراش در تک شکاف

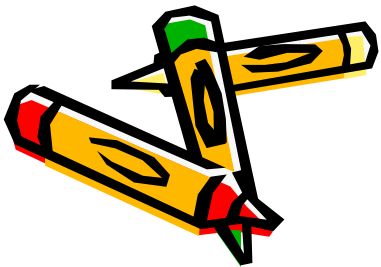


شرط صفر شدن تابع  $\sin c \beta$  (و در نتیجه صفر شدن شدت)

$$m\lambda = b \sin \theta$$

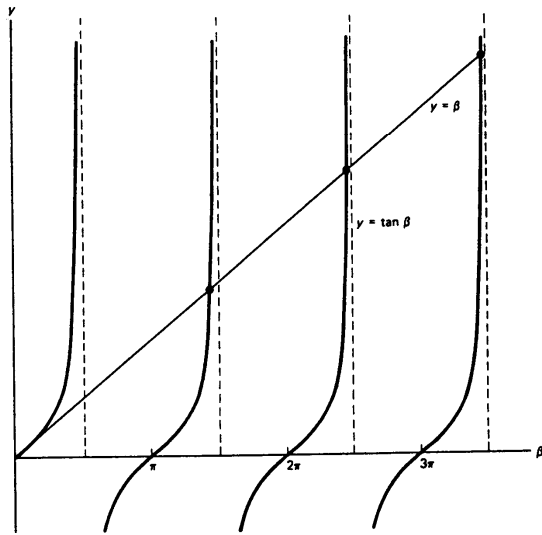
$$m\lambda = \frac{by}{f}, y \approx \frac{m\lambda f}{b}$$

شدت در  $\theta=0$  یا  $y=0$  بیشینه  
و به ازای این مقادیر صفر می شود.





# ادامه پراش در تک شکاف



شکل ۶-۳ آن دسته از مقادیر  $\beta$  که به ازای آنها تابع  $\text{sinc } \beta$  به بیشینه یا کمینه می‌رسد، از نقاط برخورد  $y = \beta$  و  $y = \tan \beta$  قابل تشخیص است.

$$\frac{d}{d\beta} \left( \frac{\sin \beta}{\beta} \right) = \frac{\beta \cos \beta - \sin \beta}{\beta^2} = 0$$

$$\beta = \tan \beta$$

نقاط تقاطع منحنی های  $y = \beta$  و  $y = \tan \beta$

$$\beta = 0$$

$$\beta = 1.43\pi, 2.46\pi, 3.47\pi, \dots$$



OPTICS







## ادامه پراش در تک شکاف



مثال:

نسبت شدت تابش در بیشینه قله مرکزی به نخستین بیشینه های ثانویه چقدر است؟

$$\frac{I_{(\beta=0)}}{I_{(\beta=1.43\pi)}} = \frac{(\sin^2 \beta / \beta^2)_{\beta=0}}{(\sin^2 \beta / \beta^2)_{\beta=1.43\pi}}$$
$$= \frac{1}{(\sin^2 \beta / \beta^2)_{\beta=1.43\pi}} = \left( \frac{\beta^2}{\sin^2 \beta} \right)_{1.43\pi} = \frac{20.18}{0.952} = 21.2$$

شدت تابش نزدیکترین قله ثانویه فقط در حدود 7ر4 درصد شدت قله مرکزی است.





## ادامه پراش در تک شکاف

پهنای زاویای بیشینه مرکزی:

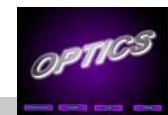
عبارتست از زاویه  $\Delta\theta$  بین نخستین کمینه ها در دو طرف قله مرکزی

$$m\lambda = b \sin \theta$$

$$m = \pm 1$$

$$\Delta\theta = \frac{2\lambda}{b}$$

ضریب 2 به علت در نظر گرفتن هر دو بیمه لکه مرکزی ظاهر شده است.

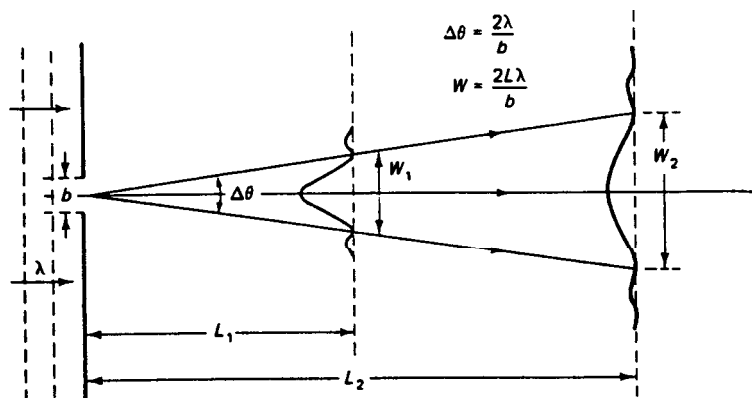




# 2-6 پخش باریکه



پخش زاویه ای بیشینه مرکزی در حالت میدان دور از فاصله بین روزنه و پرده مشاهده مستقل است.

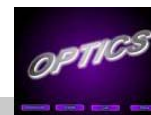
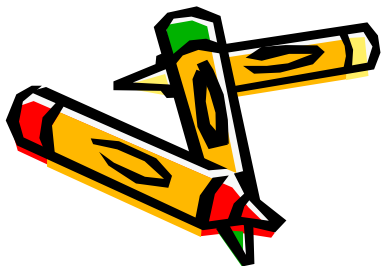


پهنای بیشینه مرکزی

$$w = L\Delta\theta = \frac{2L\lambda}{b}$$

شکل ۶-۴ پخش بیشینه مرکزی در نقش پراش تک شکاف در میدان دور

هر باریکه نور (موازی)، پس از باریکه شدن ، به صورتی پخش می شود که گویی از یک روزنه منفرد سرچشمه گرفته است.





## 3-6 روزنه های راستگوشه و دایره ای



شدت نقش پراش از روزنه ای به پهنای  $a$

$$I = I_o \left[ \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right]^2$$

$$\alpha = \left[ \frac{k}{2} \right] a \sin \theta$$

$$y = \frac{m\lambda f}{b} \quad x = \frac{n\lambda f}{a}$$

شدت تابش در روی پرده

$$I = I_o (\sin c^2 \beta)(\sin c^2 \alpha)$$

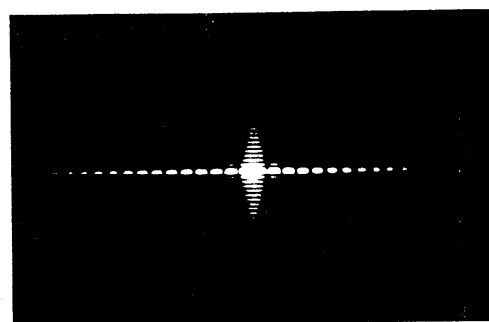
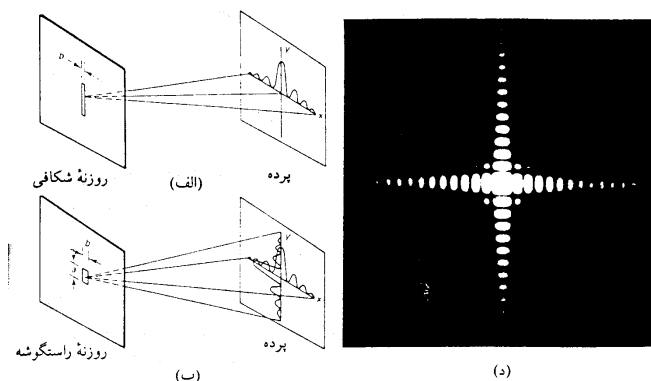




## ادامه روزنه های راستگوشه و دایره ای

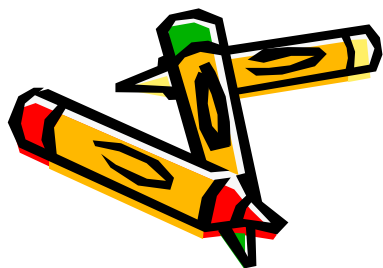


### نقش پراش شکاف های مستطیلی و مربعی



(ج)

شکل ۶-۵ الف) پراش تک شکاف. پهنای کم شکاف نازک منجر به گسترده‌گی نور در راستای عمودی برده می‌شود. ب) پراش تک شکاف. هر دو بعد روزنه راستگوشه کوچک‌اند، و نقش پراش دوبعدی حاصل قابل مشاهده است. ج) تصویر پراش ناشی از تک شکاف حالت الف). د) تصویر پراش ناشی از تک شکاف مربعی حالت ب).





## ادامه روزنه های راستگوشه و دایره ای



در روزنه دایره ای

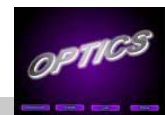
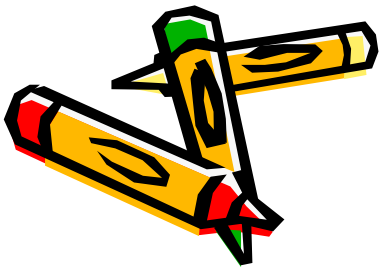
$$E_p = \frac{E_A}{r_o} \iint_{\text{سطح}} e^{isk \sin \theta} dA$$

$$x = 2\sqrt{R^2 - s^2} \quad \begin{array}{l} \frac{s}{R} = v \\ kR \sin \theta = \gamma \end{array}$$

$$E_p = \frac{2E_A}{r_o} \int_{-R}^R e^{isk \sin \theta} \sqrt{R^2 - s^2} ds$$

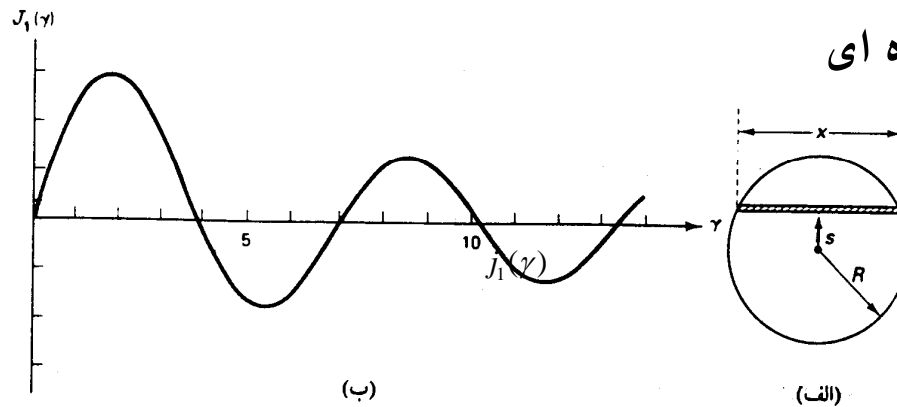
با قرار دادن  $\frac{s}{R} = v$  و  $kR \sin \theta = \gamma$

$$E_p = \frac{2E_A R^2}{r_o} \int_{-1}^{+1} e^{i\gamma v} \sqrt{1 - v^2} dv$$





# ادامه روزنه هاي راستگوشه و دایره اي



ادامه روزنه دایره ای

شکل ۶-۶ (الف) وضعیت هندسی برای انگرالگیری روی روزنه دایره ای. (ب) تابع بسل  $J_1(\gamma)$ . صفر اول در  $\gamma = 3.832$  قرار می گیرد.

$$\int_{-1}^{+1} e^{i\gamma v} \sqrt{1-v^2} dv = \frac{\pi j_1(\gamma)}{\gamma}$$

$J_1(\gamma)$  تابع بسل نوع اول است





## ادامه روزنه هاي راستگوشه و دایره اي



ادامه روزنه دایره ای

$$j_1(\gamma) = \frac{\gamma}{2} - \frac{(\gamma/2)^3}{1^2 \cdot 2} + \frac{(\gamma/2)^5}{1^2 \cdot 2 \cdot 3} - \dots$$

$$= \frac{\gamma}{2} \left[ 1 - \frac{1}{1!2!} \left( \frac{\gamma}{2} \right)^2 + \frac{1}{2!3!} \left( \frac{\gamma}{2} \right)^4 - \frac{1}{3!4!} \left( \frac{\gamma}{2} \right)^6 + \dots \right]$$

$$I = I_0 \left( \frac{2j_1(\gamma)}{\gamma} \right)^2, \gamma = \frac{1}{2} kD \sin \theta$$

شدت نقش پراش  $nv$  روزنه ای به قطر  $D$







## ادامه روزنه های راستگوشه و دایره ای



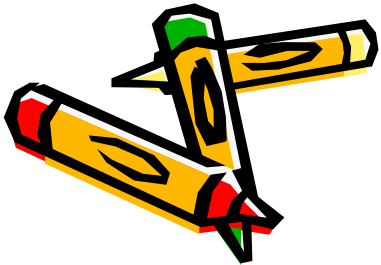
بررسی نقش تابع بسل:  
تابع  $\frac{j_1(x)}{x}$ ، همانند  $\frac{\sin x}{x}$  هنگامی که  $x$  به سمت صفر میل می کند به مقدار بیشینه می رسد.

شرط صفر شدن بیشینه مرکزی

$$D \sin \theta = 1.22 \lambda \quad \text{یا} \quad \gamma = \left(\frac{k}{2}\right) D \sin \theta = 3.832$$

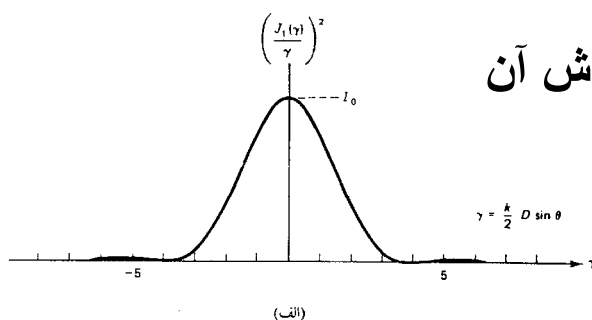
$$\Delta \theta = \frac{1.22 \lambda}{D}$$

شعاع زاوی ای قرص آیری



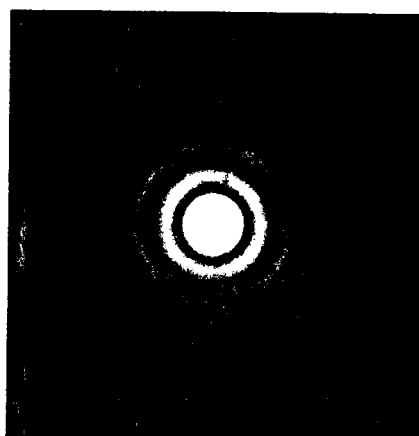


## ادامه روزنه های راستگوشه و دایره ای



طرح پراش روزنه دایره ای و شدت نقش پراش آن

قرص آیری نیز نشان داده شده است.



(ب)

شکل ۴ -  $V$  (الف) شدت نقش پراش حاصل از روزنه دایره ای، بخش اعظم انرژی نور، بر اثر پراش، در بیشینه مرکزی جمع می شود. (ب) تصویر نقش پراش در روزنه دایره ای. قرص نور مرکزی متناظر به پراش مرتبه صفر است، و قرص آیری نامیده می شود.

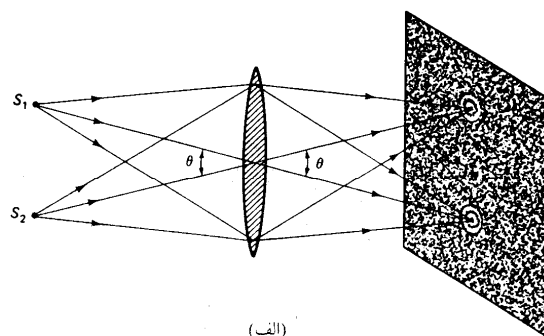




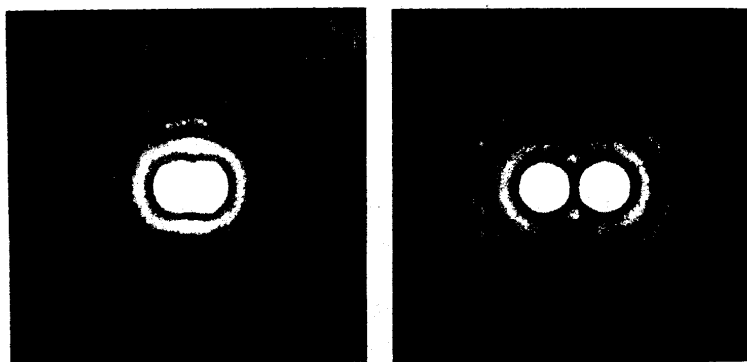
## 4-6 تفکیک



تشکیل تصویر  
دو جسم نقطه ای



(الف)



(ب)

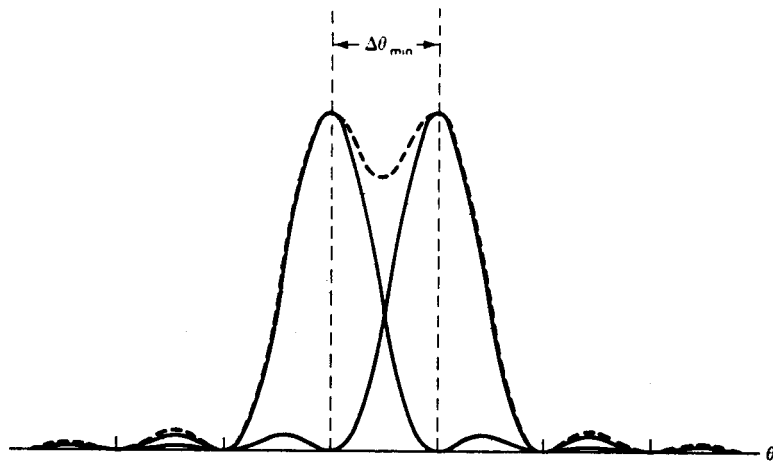
(ج)

شکل ۶ - ۸ (الف) تشکیل تصویر دو جسم نقطه‌ای در یک عدسی و محدودیت ناشی از پراش. هنگامی که فرصه‌ای آیری کاملاً جدا از یکدیگر باشند، تصاویر به خوبی تفکیک پذیرند. (ب) تصویرهای جداشده دو چشمه نقطه‌ای ناهمدوس. در این نقش پراش، دو تصویر کاملاً تفکیک شده‌اند. (ج) تصویر دو چشمه نقطه‌ای ناهمدوس در آستانه تفکیک پذیری





## ادامه تفکیک



شکل ۶ - ۹ معیار ریلی برای نقشه‌های پراش در آستانه تفکیک پذیری. منحنی خط چین از جمع‌زنی قله‌های پراش مستقل به دست می‌آید.

معیار ریلی: برای تفکیک پذیری تصویرها  
بیشینه یکی از نقشه‌ها درست روی کمینه نقش  
دیگر قرار می‌گیرد (آستانه تفکیک پذیری)

$$(\Delta\theta)_{\min} = \left[ \frac{1.22\lambda}{D} \right]$$

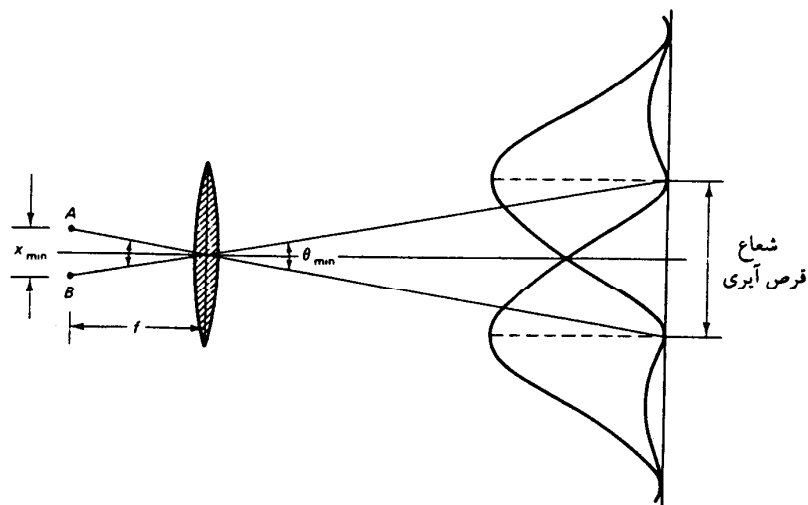




# ادامه تفکیک



فاصله جدایی کمینه برای دو جسم تفکیک پذیر در نزدیکی صفحه کانونی عدسی

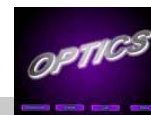
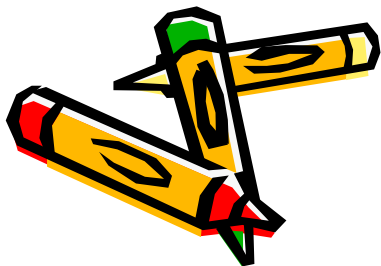


$$x_{\min} \frac{D}{f} = f \theta_{\min} = f \left[ \frac{1.22 \lambda}{D} \right]$$

نسبت  $\frac{D}{f}$  گشودگی عددی نام دارد و برای عدسی جسمی خوب غوطه ور در روغن در حدود 1.2 است پس

شکل ۶-۱۰ تفکیک زاویه‌ای کمینه در میکروسکوپ

$$x_{\min} \approx \lambda$$



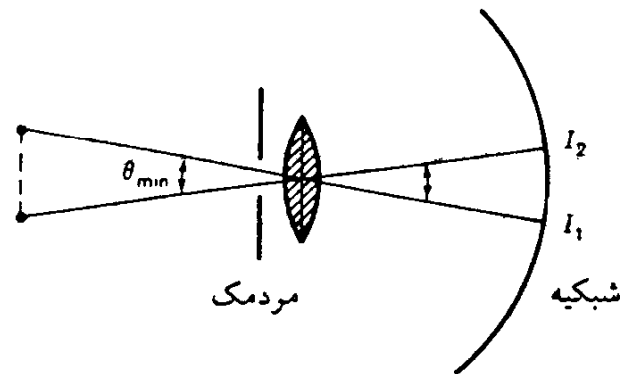


## ادامه تفکیک



### محدودیت ناشی از پراش در چشم انسان

- در چشم انسان، مردمک در فاصله ۲۰ میلی‌متری از شبکیه قرار دارد.
- در فاصله ۲۰ میلی‌متری از مردمک، یک جسمی با عرض ۰.۱ میلی‌متر قرار دارد.
- در فاصله ۲۰ میلی‌متری از مردمک، یک جسمی با عرض ۰.۱ میلی‌متر قرار دارد.
- در فاصله ۲۰ میلی‌متری از مردمک، یک جسمی با عرض ۰.۱ میلی‌متر قرار دارد.



شکل ۶-۱۱ پراش در مردمک چشم انسان، توان تفکیک اجسام مورد مشاهده را محدود می‌کند.

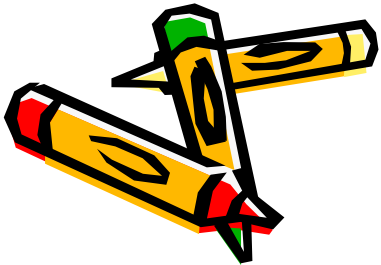




## 5-6 پراش دو شکاف

محاسبات پراش دو شکاف شبیه پراش تک شکاف است فقط حدود انتگرال تغییر می کند.

$$E_R = \frac{E_L}{r_o} \int_{-\frac{1}{2}(a+b)}^{\frac{1}{2}(a-b)} e^{isk \sin \theta} ds + \frac{E_L}{r_o} \int_{\frac{1}{2}(a-b)}^{\frac{1}{2}(a+b)} e^{isk \sin \theta} ds$$
$$E_R = \frac{E_L}{r_o} \frac{1}{ik \sin \theta} \left[ e^{\frac{1}{2}ik(a-b)\sin \theta} - e^{\frac{1}{2}ik(-a-b)\sin \theta} + e^{\frac{1}{2}ik(a+b)\sin \theta} - e^{\frac{1}{2}ik(a-b)\sin \theta} \right]$$



OPTICS

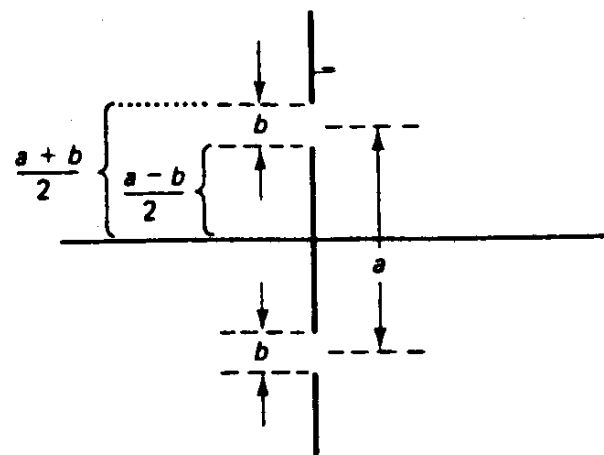




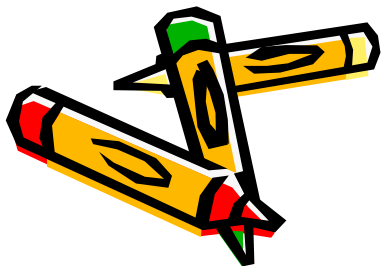
## ادامه پراش دو شکاف



مشخصات هندسی شکاف ها



شکل ۶-۱۲ مشخصات بهنای شکاف و فاصله میان شکافها در پراش دو شکاف







## ادامه پراش دو شکاف

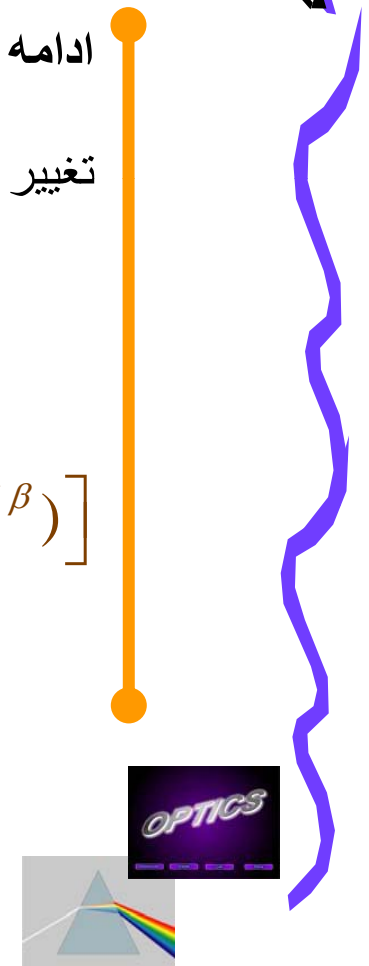
$$\beta \equiv \frac{1}{2} \kappa b \sin \theta$$

$$\alpha \equiv \frac{1}{2} \kappa b \sin \theta$$

$$E_R = \frac{E_L}{r_o} \frac{b}{2i\beta} \left[ e^{i\alpha} (e^{i\beta} - e^{-i\beta}) + e^{-i\alpha} (e^{i\beta} - e^{-i\beta}) \right]$$

ادامه محاسبات

تغییر متغیرها



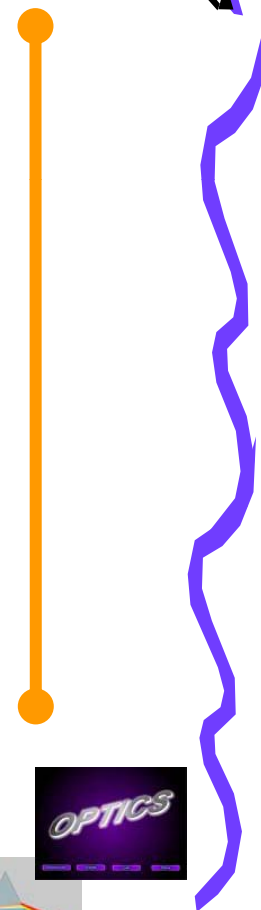


## ادامه پراش دو شکاف

$$\beta \equiv \frac{1}{2} \kappa b \sin \theta$$

$$\alpha \equiv \frac{1}{2} \kappa b \sin \theta$$

$$E_R = \frac{E_L}{r_o} \frac{b}{2i\beta} \left[ e^{i\alpha} (e^{i\beta} - e^{-i\beta}) + e^{-i\alpha} (e^{i\beta} - e^{-i\beta}) \right]$$



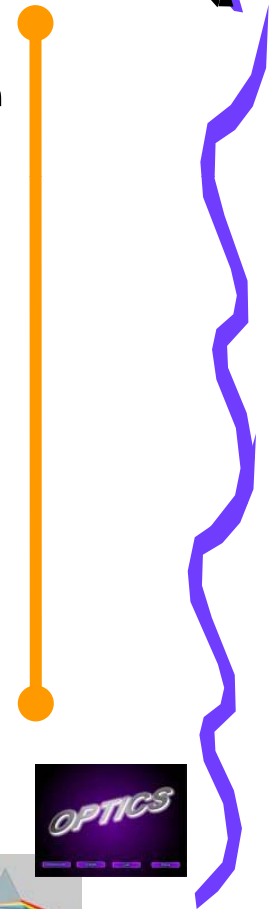


## ادامه پراش دو شکاف

با استفاده از معادله اویلر

$$E_R = \frac{E_L}{r_o} \frac{b}{2i \beta} (2i \sin \beta)(2 \cos \alpha)$$

$$E_R = \frac{2E_L^b}{r_o} \frac{\sin \beta}{\beta} \cos \alpha$$





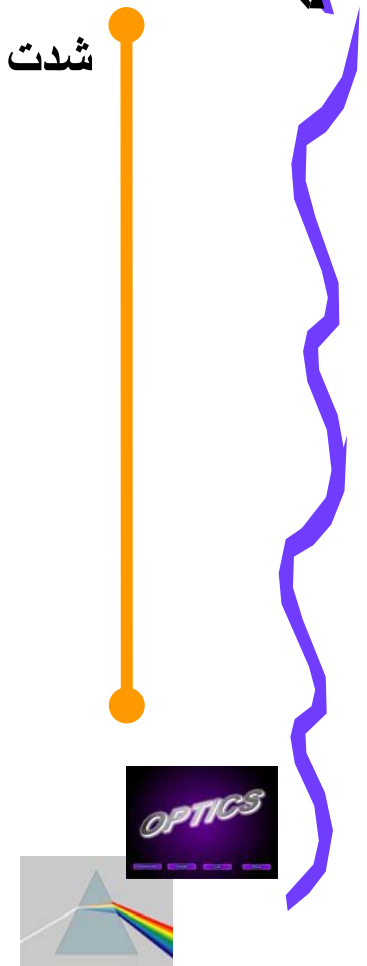
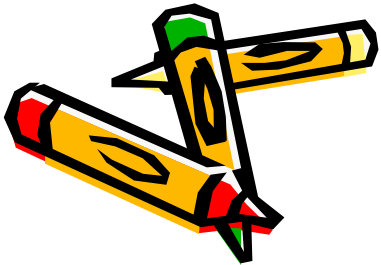
## ادامه پراش دو شکاف

شدت در نقش پراش

$$I = \left[ \frac{\varepsilon_0 c}{2} \right] E_R^2 = \left[ \frac{\varepsilon_0 c}{2} \right] \left[ \frac{2E_L^b}{r_o} \right] \left[ \frac{\sin \beta}{\beta} \right]^2 \cos^2 \alpha$$

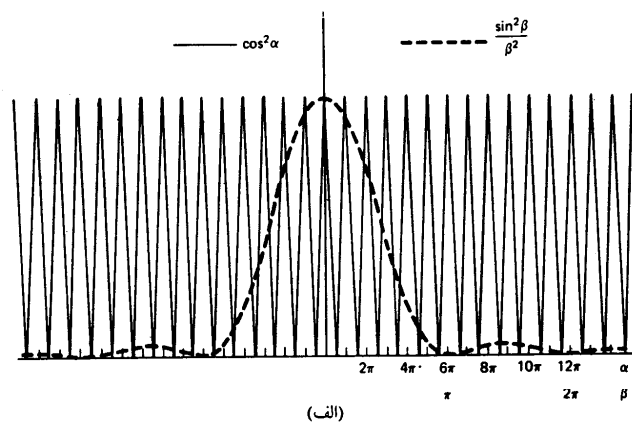
$$I = 4I_o \left[ \frac{\sin \beta}{\beta} \right]^2 \cos^2 \alpha$$

$$I_o = \left[ \frac{\varepsilon_0 c}{2} \right] \left[ \frac{E_L^b}{r_o} \right]^2$$

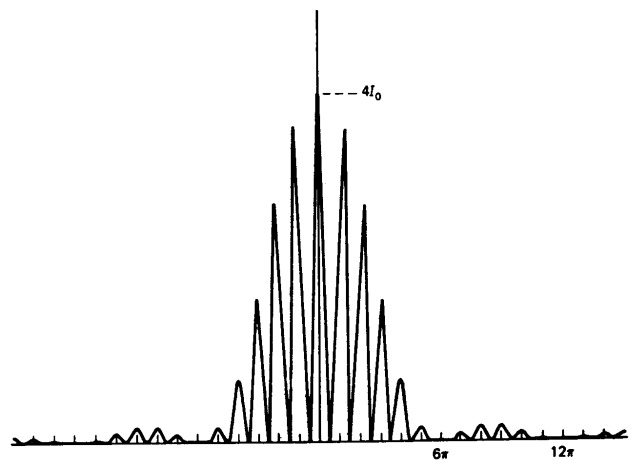




# ادامه پراش دو شکاف



(الف)

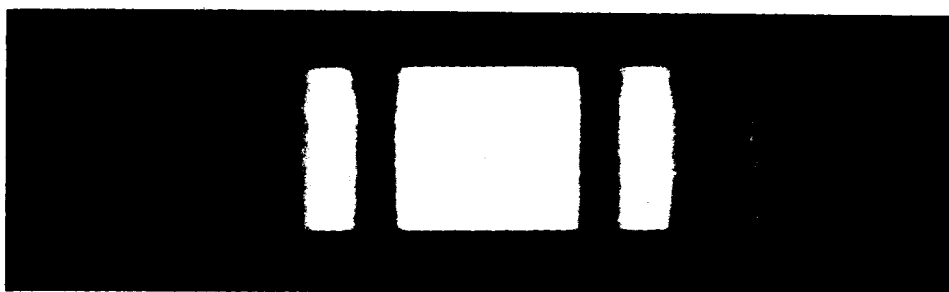


(ب)

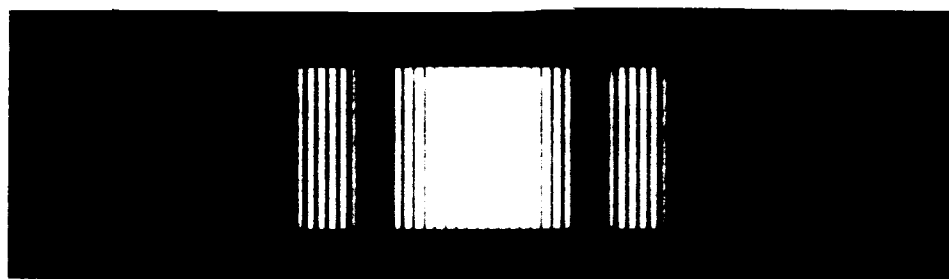




## ادامه پراش دو شکاف



(ج)



(د)

شکل ۶-۱۳ (الف) تابعهای تداخل (خط پیوسته) و پراش (خط چین) را برای پراش دوشکافی فرانهوفر، در حالتی که  $a = 6b$  است، نشان داده ایم. (ب) شدت نقش پراش برای دوشکاف حالت (الف). این منحنی، حاصلضرب عملهای پراش و تداخل را نشان می دهد. (ج) نقش پراش ناشی از تک شکاف. (د) نقش پراش ناشی از روزنه دوشکافه، هریک از این شکافها نقشی مشابه آنچه در حالت (ج) نشان داده شده است تولید می کند.





## ادامه پراش دو شکاف

$$\cos^2 \alpha = \cos^2 \left[ \frac{ka(\sin \theta)}{2} \right] = \cos^2 \left[ \frac{\pi a(\sin \theta)}{\lambda} \right]$$

$$m\lambda = b \sin \theta$$

$$p\lambda = a \sin \theta$$

$$a = \left[ \frac{p}{m} \right] b$$

$$\alpha = \left[ \frac{p}{m} \right] \beta$$

کمینه های پراش

بیشینه ها تداخل

شرط ناپدید شدن فریز



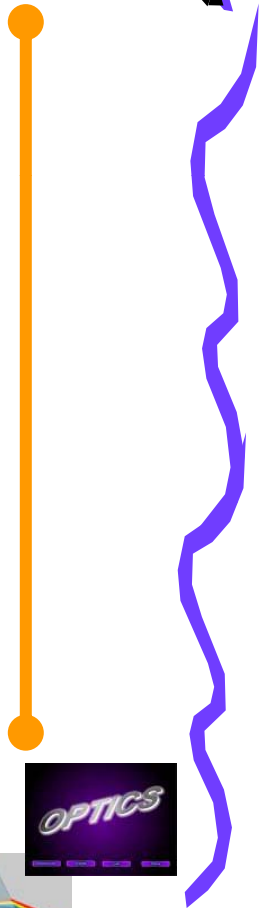
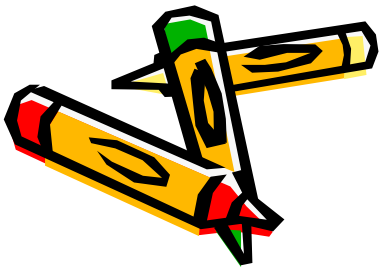


# 6-6 پراش چند شکاف



برای روزه ای با شکافهای متعدد، انتگرال باید برای  $N$  شکاف محاسبه شود.

$$E_R = \frac{E_L}{r_o} \sum_{j=1}^{N/2} \left\{ \int_{[-(2j-1)a-b]/2}^{[-(2j-1)a+b]/2} e^{isk \sin \theta} ds + \int_{[(2j-1)a-b]/2}^{[(2j-1)a+b]/2} e^{isk \sin \theta} ds \right\}$$



OPTICS

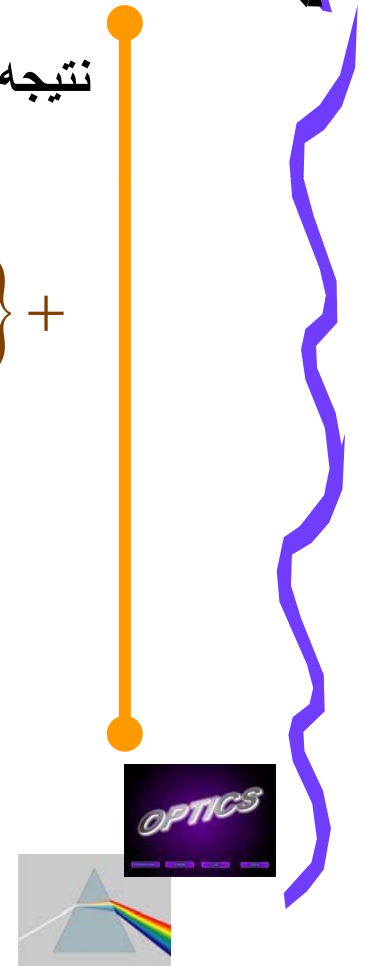
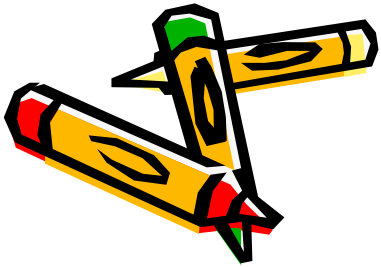




## ادامه پراش چند شکاف

نتیجه محاسبه انتگرالها

$$I' = \frac{1}{ik \sin \theta} \left\{ e^{-ik \sin \theta [(2j-1)a-b]/2} - e^{-ik \sin \theta [(2j-1)a+b]/2} \right\} +$$
$$\frac{1}{ik \sin \theta} \left\{ e^{ik \sin \theta [(2j-1)a+b]/2} - e^{ik \sin \theta [(2j-1)a-b]/2} \right\}$$



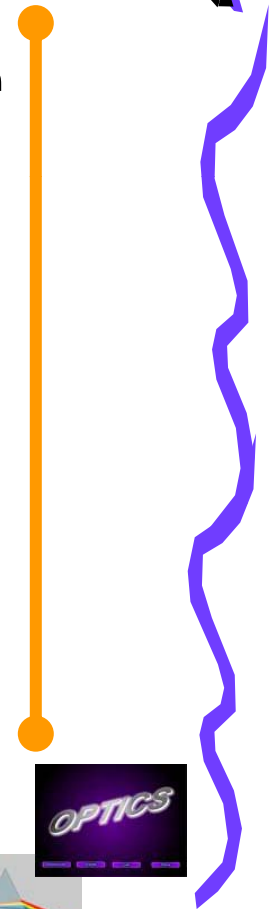


## ادامه پراش چند شکاف

با استفاده از تغییر متغیر

$$I' = \frac{b}{2i\beta} \left[ e^{-i(2j-1)\alpha} (e^{i\beta} - e^{-i\beta}) + e^{i(2j-1)\alpha} (e^{i\beta} - e^{-i\beta}) \right]$$

$$I' = \frac{b}{2i\beta} (2i \sin \beta) \{ 2 \cos [(2j - 1)\alpha] \}$$





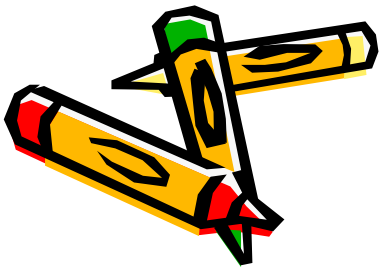
## ادامه پراش چند شکاف



با استفاده از معادله اویلر

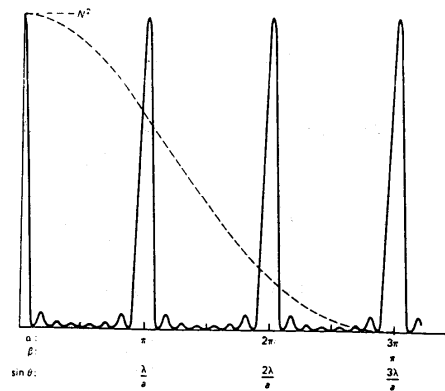
$$I' = 2b \frac{\sin \beta}{\beta} R_e \left[ e^{i(2j-1)\alpha} \right]$$

$$s = 2b \frac{\sin \beta}{\beta} R_e \sum_{j=1}^{N/2} e^{i(2j-1)\alpha}$$

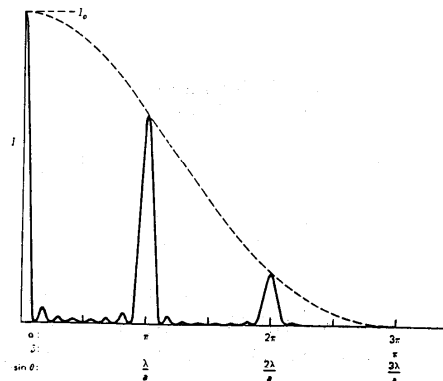




## ادامه پراش چند شکاف



(الف)



(ب)

شکل ۶- ۱۴ (الف) تابعهای تداخل (خط پیوسته) و پراش (خط چین) را برای پراش فرانهوفر چندشکاف، هنگامی که  $N = 8$  و  $a = 3b$  است، رسم کرده‌ایم. (ب) تابع شدت نقش پراش برای چند شکاف حالت (الف). شدت نقش پراش را پوش پراش (خط چین) محدود می‌کند.

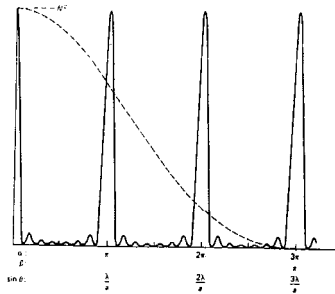




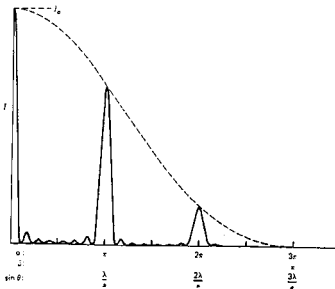
# ادامه پراش چند شکاف



با بسط دادن نتیجه می شود



(الف)

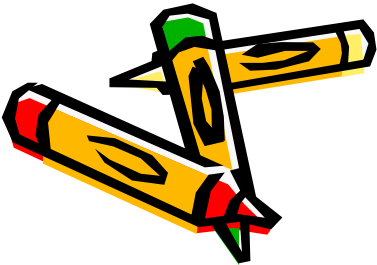


(ب)

شکل ۶-۱۴ (الف) نامهای تداخل (خط پیوسته) و پراش (خط چین) را برای پراش فرانتوفر چندشکاف، هنگامی که  $N = 8$  و  $\beta = \pi/2$  است، رسم کرده ایم. (ب) تابع شدت نقش پراش برای چند شکاف حالت (الف). شدت نقش پراش را پهن پراش (خط چین) محدود می کند.

$$s = 2b \frac{\sin \beta}{\beta} R_e \left[ e^{i\alpha} + e^{i3\alpha} + e^{i5\alpha} + \dots + e^{i(N-1)\alpha} \right]$$

$$a \left[ \frac{r^n - 1}{r - 1} \right] = e^{i\alpha} \left[ \frac{(e^{2i\alpha})^{N/2} - 1}{e^{2i\alpha} - 1} \right] = \frac{e^{iN\alpha} - 1}{e^{i\alpha} - e^{-i\alpha}}$$





## ادامه پراش چند شکاف



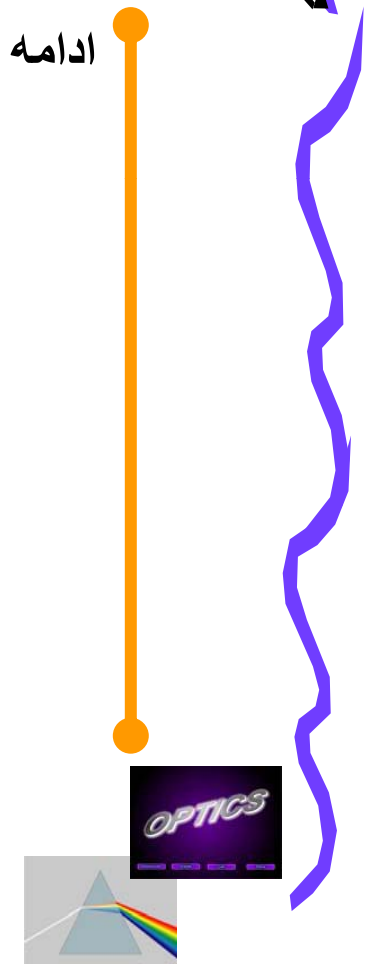
ادامه محاسبات

$$\frac{(\cos N \alpha - 1) + i \sin N \alpha}{2i \sin \alpha} =$$

$$\frac{i (\cos N \alpha - 1) - i \sin N \alpha}{-2 \sin \alpha}$$

$$s = b \frac{\sin \beta \sin N \alpha}{\beta \sin \alpha}$$

$$E_R = E_R = \frac{E_L \sin \beta \sin N \alpha}{r_o \beta \sin \alpha}$$





# ادامه پراش چند شکاف



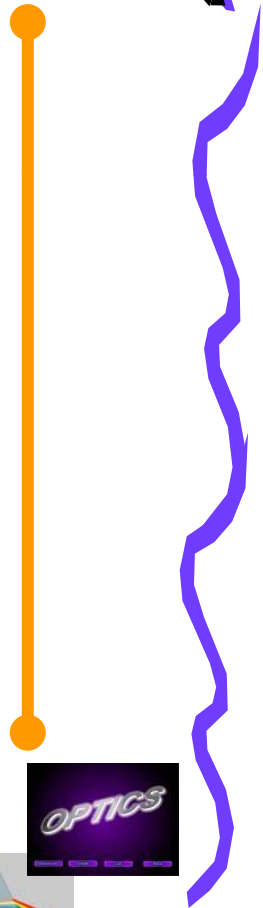
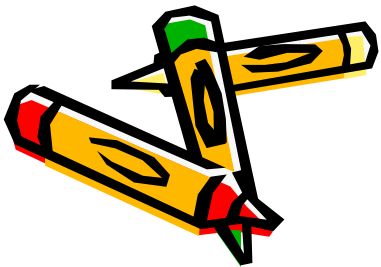
شدت نقش پراش چند شکاف

$$I = I_o \left[ \frac{\sin \beta}{\beta} \right]^2 \left[ \frac{\sin N \alpha}{\sin \alpha} \right]^2$$
$$\lim_{\alpha \rightarrow m\pi} \frac{\sin N \alpha}{\sin \alpha} = \lim_{\alpha \rightarrow m\pi} \frac{N \cos N \alpha}{m \lambda \cos \alpha \sin \theta} = \pm N$$

$p = 0, \pm N, \pm 2N, \dots$

$$\alpha = \frac{p\pi}{N}$$

$$\alpha \sin \theta = \frac{p\lambda}{N}, p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$





## ادامه پراش چند شکاف



بررسی کمینه ها و بیشینه ها

$$\alpha = \frac{p \pi}{N}$$

$$\alpha \sin \theta = \frac{p \lambda}{N}, p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$p = 0, \pm N, \pm 2N, \dots$$

$$m \lambda = a \sin \theta$$

بیشینه های اصلی به ازای

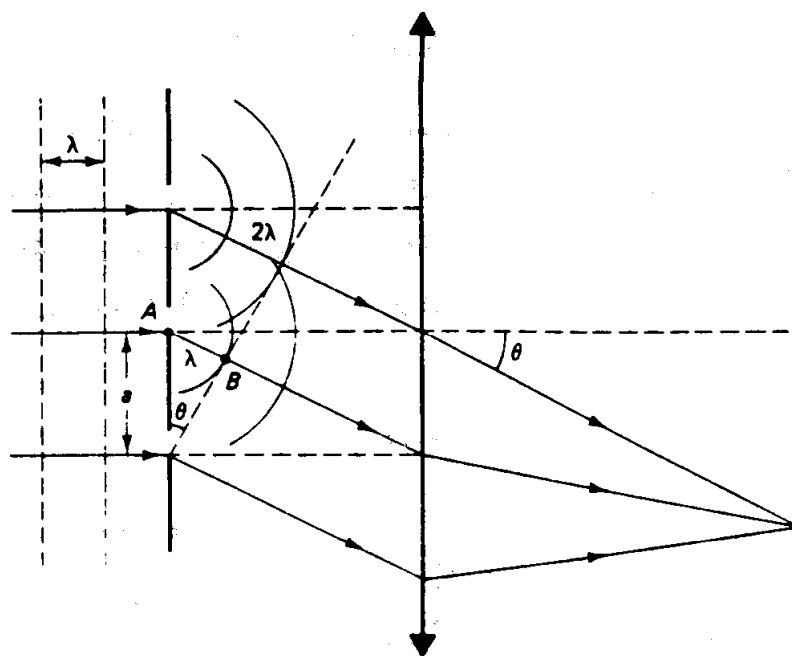
معادله توری پراش



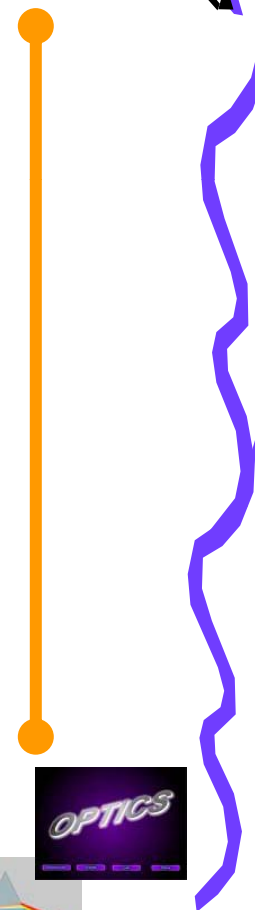




## ادامه پراش چند شکاف

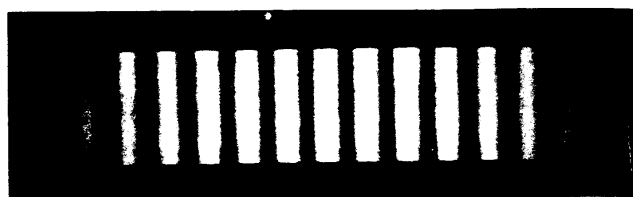


شکل ۶ - تعدادی از شکافهای توری را در تابش نور تفکام موازی نشان داده ایم. تشکیل بیشینه پراش مرتبه اول نشان داده شده است.





## ادامه پراش چند شکاف



(الف)



(ب)

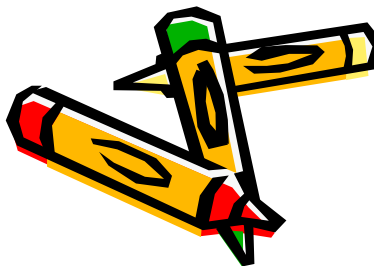


(ج)



(د)

شکل ۶-۱۶ فریزهای پراش تولیدشده، به ترتیب، در دو شکاف، سه شکاف، چهار شکاف، و پنج شکاف





## ادامه پراش چند شکاف





# مسائل نمونه



مثال 1:

پهنای زاویه ای نیم بیشینه شدت،  $\Delta\theta_{1/2}$ ، را در قله مرکزی نقش پراش برآورد کنید.

حل:

باید رابطه زیر برقرار باشد

$$\frac{I}{I_0} = \sin^2 \beta = \frac{1}{2}$$

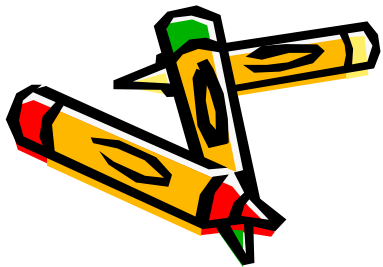
$$\sin \beta = 0.7071$$

$$\beta = \frac{1}{2} kb \sin \theta = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta$$

$$\beta \approx \frac{\pi b}{\lambda}$$

یعنی

باتوجه به کوچک بودن  $\theta$





# مسائل نمونه



$$1.39 = \frac{\pi b}{\lambda} \theta_{\frac{1}{2}} \Rightarrow \theta_{\frac{1}{2}} \approx 0.442 \frac{\lambda}{b}$$

$$\Delta \theta_{\frac{1}{2}} = 2\theta_{\frac{1}{2}} \approx 0.885 \frac{\lambda}{b}$$

$$\Delta \theta_{\frac{1}{2}} \approx \frac{\lambda}{b}$$

ادامه حل:

در نتیجه

پهنای زاویه ای کل

صورت گرد شده آن





## مسائل نمونه

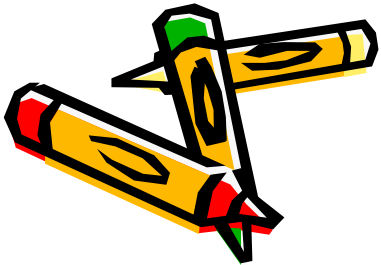
### مثال 2:

نقش پراش فرانهوفر را برای آرایه ای از 6 شکاف موازی، که فاصله میان آنها 4 برابر پهنای هر شکاف است، به طور تقریبی نشان بدهید. شدت قله فرعی دوم را در مجاورت بیشینه اصلی اول پیدا کنید.

### حل:

باتوجه به اینکه  $a=4b$  است، انتظار داریم که چهارمین، هشتمین، دوازدهمین، ... قله اصلی، بر اثر صفر شدن پوش پراش، ناپدید شده باشند.

در فاصله هر دو بیشینه اصلی تعداد  $N-2=4$  بیشینه فرعی خیلی کوچک وجود دارند که شدتشان از رابطه زیر قابل محاسبه است





## مسائل نمونه



$$I(\theta) = \frac{I(0)}{N^2} \sin^2 \beta \left( \frac{\sin N\alpha}{\sin \alpha} \right)^2$$

$$\alpha = \frac{P\pi}{N} \Rightarrow \alpha = \frac{5\pi}{2N} = \frac{5\pi}{12}$$

$$\beta = \frac{\alpha}{4} \Rightarrow \beta = \frac{5\pi}{48}$$

$$I(\theta_2) = \frac{I(0)}{36} \left( \sin^2 \frac{5\pi}{48} \right) \left( \frac{\sin 5\pi/2}{\sin 5\pi/12} \right)^2$$

$$= \frac{I(0)}{36} (0.965)(1.072) = 0.029I(0)$$

قله فرعی دوم متناظر  
با

شدت قله فرعی دوم





## فصل 7: پراش فرنل



7-7 پراش فرنل در روزنه های

با تقارن راستگوشه

8-7 ماریچ کورنو

9-7 کاربرد ماریچ کورنو

10-7 اصل باینه

1-7 انتگرال پراش فرنل-کیر شهف

2-7 معیار پراش فرنل

3-7 ضریب انحراف

4-7 پراش فرنل در روزنه دایره ای

5-7 تغییر فاز نور پراشیده

6-7 تیغه منطقه ای فرنل







## 7- پراش فرنل



**خلاصه فصل:** در این فصل با مفاهیم زیر آشنا می شویم،

- پراش فرنل که در آن روزنه پراش به چشمه یا پرده مشاهده و یا هردو آنها نزدیک است و ویژگیهای پراش ایجاد شده در گشودگی های مختلف مانند،
  - راستگوشه
  - دایره ای
  - دوشکاف
  - و موانع مختلف،
- و روش ماریچ کورنو در تعیین شدت نوردر نقاط مختلف پرده
- و اصل باینه که به خواص روزنه های مکمل می پردازد.



OPTICS

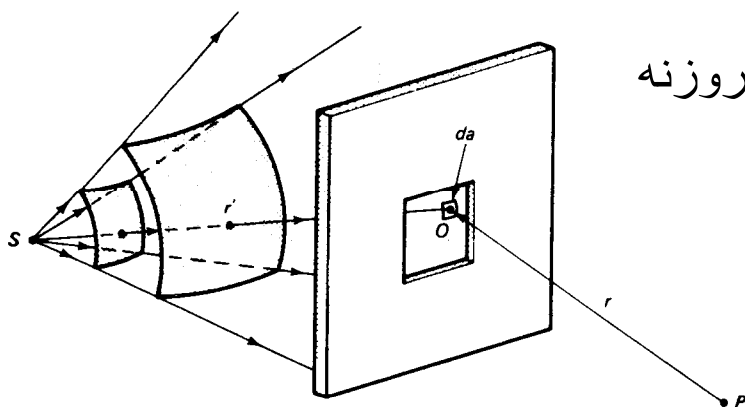




# 1-7 انتگرال پراش فرنل - کیرشهف



وضعیت چشمه، روزنه، و پرده مشاهده در پراش فرنل  
استفاده از اصل هویگنس  
تعیین سهم جزء سطح  $da$  از جبهه موج روی روزنه

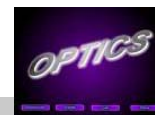
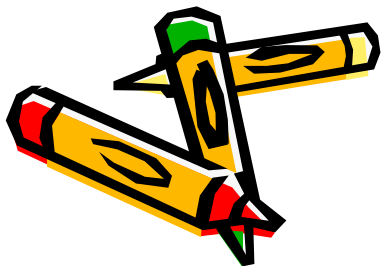


شکل ۷-۱ نمایش پارامترهای مختلف در پراش فرنل

$$dE_p = \left[ \frac{dE_o}{r} \right] e^{i\kappa r}$$

$$dE_o \propto E_L da$$

$$E_L = \left[ \frac{E_s}{r'} \right] e^{i\kappa r'}$$

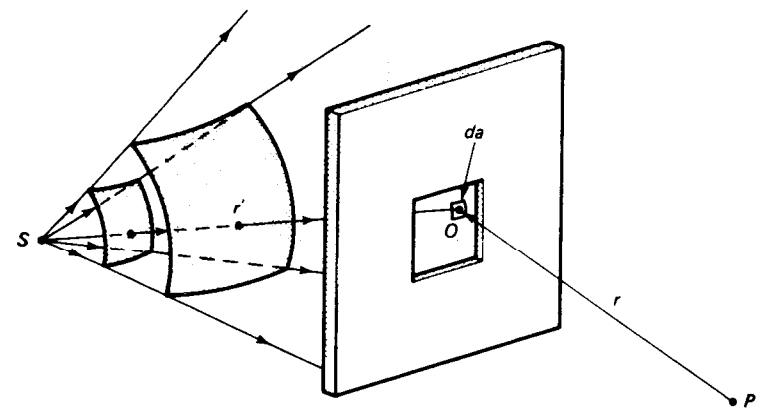




# ادامه انتگرال پراش فرنل - کیرشهف



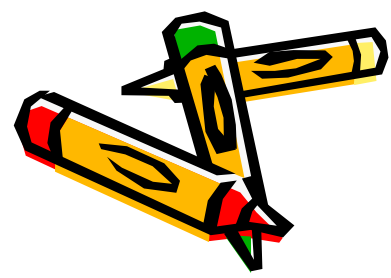
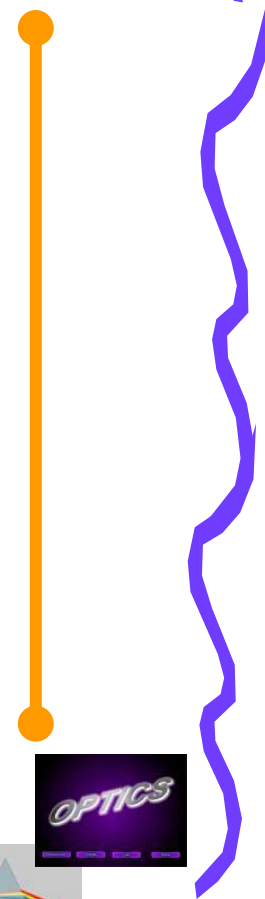
ادامه محاسبات



شکل ۷ - ۱ نمایش پارامترهای مختلف در پراش فرنل

$$dE_p = \left[ \frac{E_s}{rr'} \right] e^{ik(r+r')} da$$

$$E_p = E_s \int \int_{\text{روزنه}} \left[ \frac{1}{rr'} \right] e^{ik(r+r')} da$$





# ادامه انتگرال پراش فرنل - کیرشهوف

فرمول پراش فرنل-کیرشهوف

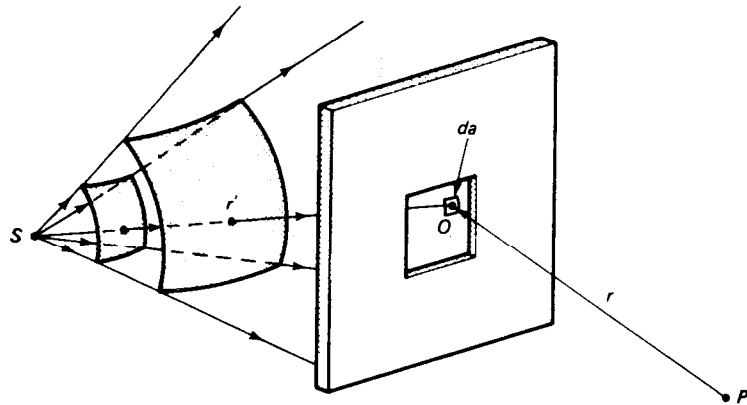
$$E_p = \frac{-ikE_s}{E_s 2\pi} \iint f(\theta) \frac{e^{ik(r+r')}}{rr'} da$$

ضریب جهت، محدود کننده دامنه  $E_s$

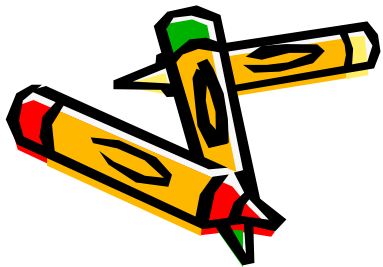
$$f(\theta) = \frac{1 + \cos \theta}{2}$$

شرط برقراری فرمول فوق

طول موج > ابعاد روزنه > سایر فواصل



شکل ۷-۱ نمایش پارامترهای مختلف در پراش فرنل



$$E_p = c \iint e^{ikr} da$$





## ادامه انتگرال پراش فرنل - کیرشهف



در حالت حدی پراش فرانیهوفر، با فرض آنکه

(1) عامل جهت روی روزنه به دلیل پخش شدگی اندک نور پراشیده تقریباً ثابت بماند و

(2) تغییر فاصله های  $r$  و  $r'$  نسبت به تغییر تابع نمایی قابل گذشت باشد، معادله به صورت زیر ساده می شود

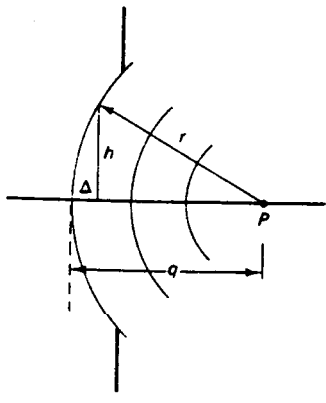
$$E_p = c \iint e^{ikr} da$$

این فرمول مشابه فرمول پراش فرانیهوفر است.

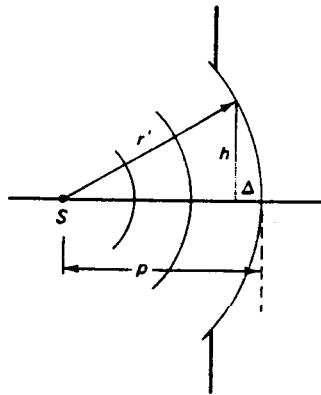




# 2-7 معیار پراش فرنل



(ب)



(الف)

$$\Delta = p - \sqrt{r'^2 - h^2}$$

$$\Delta = p - r' \left[ 1 - \frac{h^2}{r'^2} \right]^{\frac{1}{2}} \approx p - r' \left[ 1 - \frac{h^2}{2r'^2} \right]$$

$$\Delta = \frac{h^2}{2p} \gg \lambda$$

شرط میدان نزدیک

شکل ۷ - ۲ نمایش انحنای (الف) جبهه موجهای تابشی و (ب) جبهه موجهای پراشیده. هنگامی که Δ کوچک باشد، انحنای نیز کم است.





## 2-7 معیار پراش فرنل



$$\Delta = \frac{h^2}{2q} \gg \lambda$$

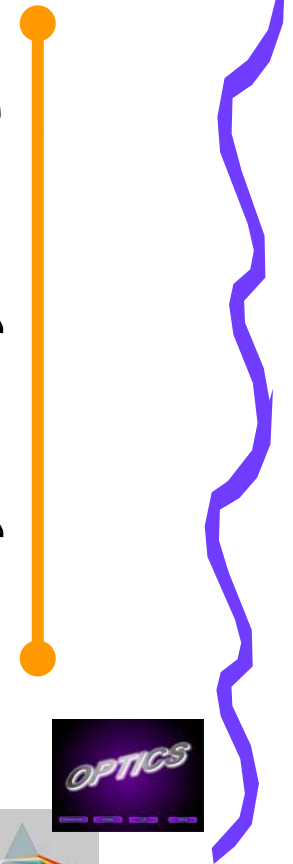
انحنای موج پراشیده

$$\frac{1}{2} \left[ \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right] h^2 \gg \lambda$$

معیار پراش فرنل: میدان نزدیک

$$d \ll \frac{A}{\lambda}$$

معیار پراش فرنل با تقریب: میدان نزدیک

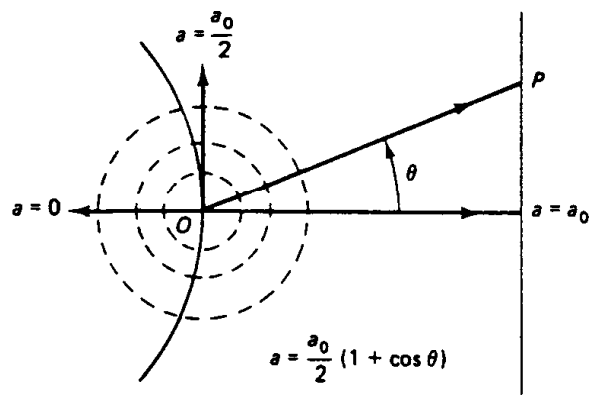




# 3-7 ضرب انحراف



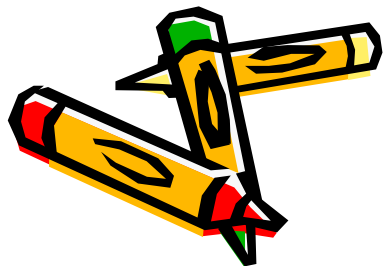
طرح اثر ضرب انحراف بر موجکهای ثانویه ناشی از نقطه های روی جبهه موج توسط فرنل



شکل ۷-۳ نمایش تأثیر ضرب انحراف

دامنه اصلاح شده موج

$$a = \left[ \frac{a_o}{2} \right] (1 + \cos \theta)$$







## 4-7 پراش فرنل در روزنه دایره ای



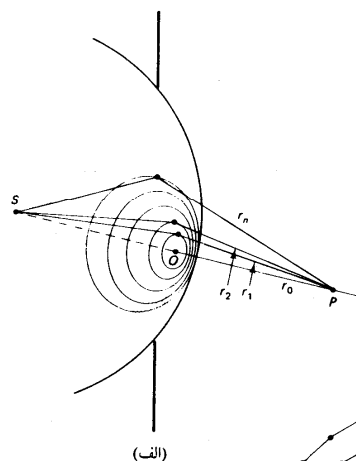
$$r_N = r_o + \frac{N \lambda}{2}, \dots, r_2 = r_o + \lambda, r_1 = r_o + \frac{\lambda}{2}$$



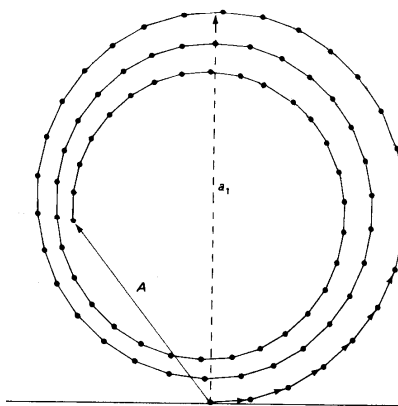
## ادامه پراش فرنل در روزه دایره ای



مناطق فرنل: تقسیم بندی سطح موج به منطقه های دایره ای

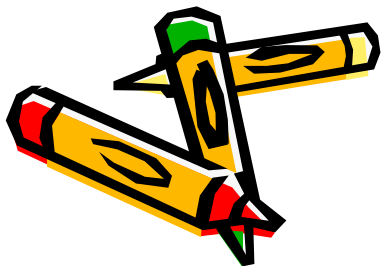


$$r_N = r_0 + \frac{N\lambda}{2}, \dots, r_2 = r_0 + \lambda, r_1 = r_0 + \frac{\lambda}{2}$$



فاصله هر منطقه از نقطه P ،  
به طور متوسط ، به اندازه  $\frac{\lambda}{2}$   
بامنطقه مجاورش فاصله دارد.

شکل ۷ - ۴ (الف) منطقه های نیم دوره ای دایره ای فرنل را روی یک جبهه موج کروی در حال خروج از روزه نشان داده ایم. (ب) نمودار فازور برای منطقه های دایره ای فرنل. هر منطقه نیم دوره به ۱۵ زیرمنطقه تقسیم کرده ایم. هر یک از فازورها زاویه فاز متوسط زیرمنطقه ها را نشان می دهد، و برای نشان دادن اثر ضریب انحراف، فازورها به ترتیب با ضریب ۵/۱ کوچکتر رسم شده اند. دامنه  $a_1$  معرف منطقه نیم دوره اول، و  $A$  معرف همه مناطق است که در حدود ۵ نیم دوره را شامل می شود.

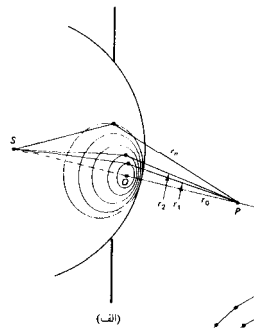




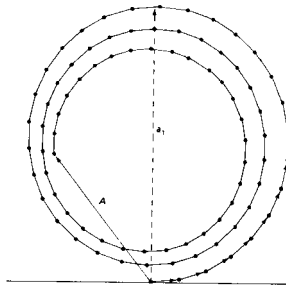
# ادامه پراش فرنل در روزنه دایره ای



دامنه برابند موجها



(الف)

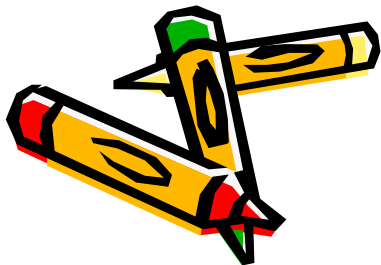


(ب)

شکل ۷ - ۴ (الف) منطقه‌های نیم‌دوره‌ای دایره‌ای فرنل را روی یک جبههٔ موج کروی در حال خروج از روزنه نشان داده‌ایم. (ب) نمودار فازور برای منطقه‌های دایره‌ای فرنل. هر منطقهٔ نیم‌دوره به ۱۵ زیرمنطقه تقسیم کرده‌ایم. هر یک از فازورها زاویهٔ فاز متوسط زیرمنطقه‌ها را نشان می‌دهد، و برای نشان دادن اثر ضریب انحراف، فازورها به ترتیب با ضریب ۱/۵ کوچکتر رسم شده‌اند. دامنهٔ معرف منطقهٔ نیم‌دورهٔ اول، و معرف همهٔ مناطق است که در حدود هر نیم‌دوره را شامل می‌شود.

$$A = a_1 + a_2 e^{i\pi} + a_3 e^{i2\pi} + a_4 e^{i3\pi} + \dots$$

$$A = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots$$





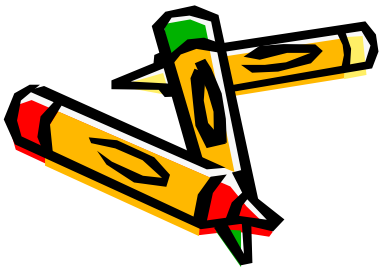
## ادامه پراش فرنل در روزه دایره ای



عوامل موثر بر تغییر دامنه های منطقه های متوالی:

- (1) افزایش تدریجی بر حسب  $N$  به دلیل افزایش مساحت منطقه ای،
- (2) کاهش تدریجی بر حسب  $N$  به دلیل قانون عکس مجذور فاصله هر منطقه از  $P$ ،
- (3) کاهش تدریجی بر حسب  $N$  به دلیل تاثیر ضریب انحراف.

$$s_N = \frac{\pi r_o' r_o^2}{r_o + r_o'} \left[ \frac{\lambda}{r_o} + (2N - 1) \left[ \frac{\lambda}{2r_o} \right]^2 \right]$$





## ادامه پراش فرنل در روزنه دایره ای



مورد اول: مساحت سطح منطقه فرنل N ام

$$S_N = \frac{\pi r_o' r_o^2}{r_o + r_o'} \left[ \frac{\lambda}{r_o} + (2N - 1) \left[ \frac{\lambda}{2r_o} \right]^2 \right]$$

با صرف نظر از جمله دوم داخل کروشه

مساحت هر منطقه فرنل عبارتست از:

$$S_N = \left[ \frac{\pi r_o'}{(r_o + r_o')} \right] r_o \lambda$$

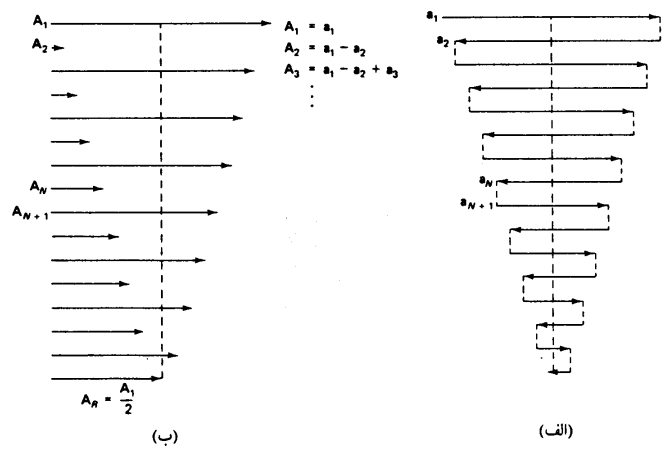




OPTICS

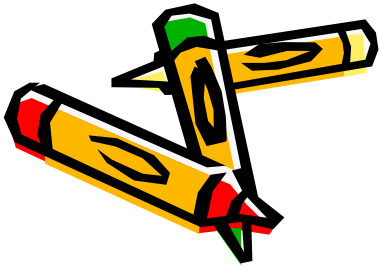


# ادامه پراش فرنل در روزنه دایره ای



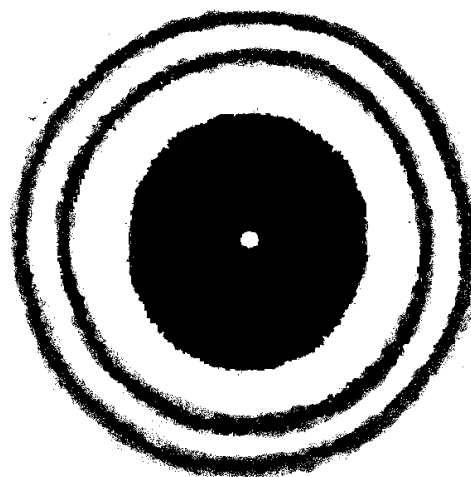
شکل ۷ - نمودار فازور برای منطقه‌های نیم‌دوره فرنل. هر یک از فازورها را در (الف)، و فازورهای برابند را در هر مرحله در (ب) نشان داده‌ایم.

$$S_N = \left[ \frac{\pi r_o'}{(r_o + r_o')} \right] r \cdot \lambda$$





## ادامه پراش فرنل در روزنه دایره ای

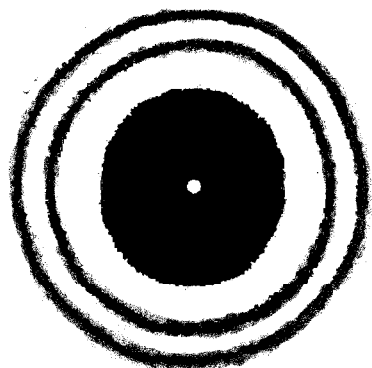


شکل ۶-۷ نقش پراش ناشی از یک قرص گردکدر، که لکه پواسون در مرکز آن دیده می شود.





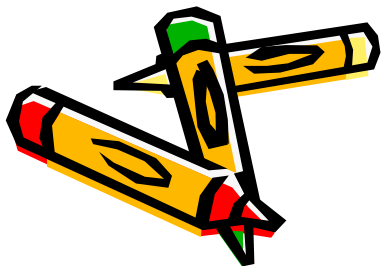
## ادامه پراش فرنل در روزنه دایره ای



$$N : A_N = \frac{a_1}{2} - \frac{a_N}{2}$$

$$A_N = \frac{a_1}{2} + \frac{a_N}{2}$$

شکل ۶-۷ نقش پراش ناشی از یک قرص گردکدر، که لکه پواسون در مرکز آن دیده می‌شود.







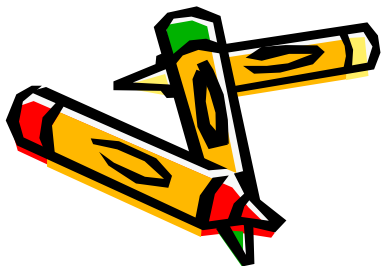
## 5-7 تغییر فاز نور پراشیده



ایجاد اختلاف فاز 90 درجه ای بین نوری که بر اساس منطقه بندی فرنل به نقطه p می رسد و نوری که مستقیم به آن نقطه میرسد.

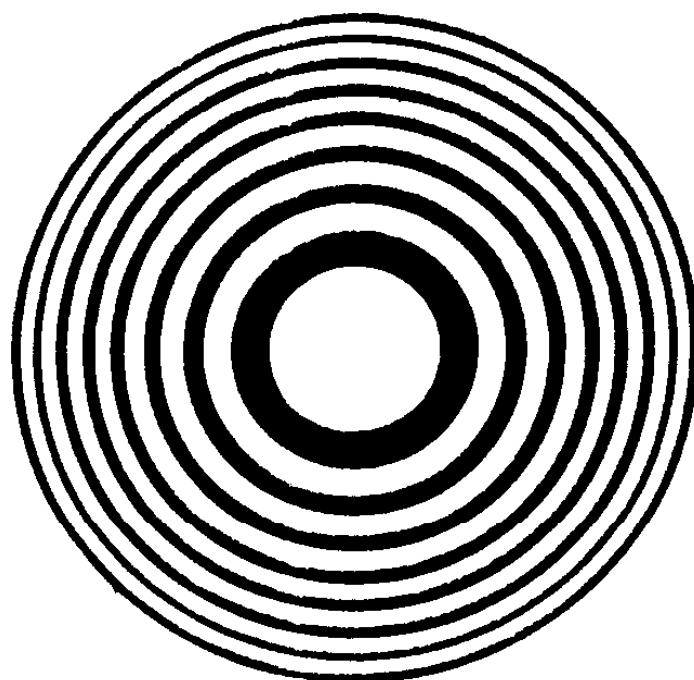
فرض فرنل برای ایجاد سازگاری بین این دو حالت:

موجکهای ثانویه به هنگام پراش به اندازه  $\frac{\pi}{2}$  نسبت به جبهه موج تابشی تقدم فاز پیدا می کنند.





## 6-7 تیغه منطقه ای فرنل

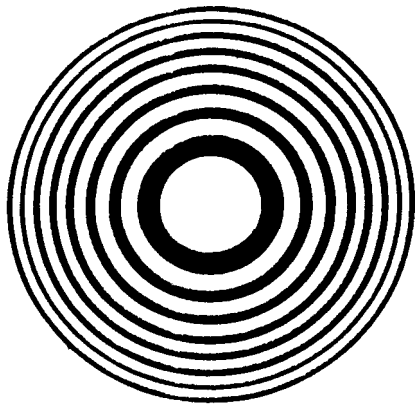


شکل ۷ - ۷ تیغه منطقه ای فرنل





## 6-7 تیغه منطقه ای فرنل



شکل ۷-۷ تیغه منطقه ای فرنل

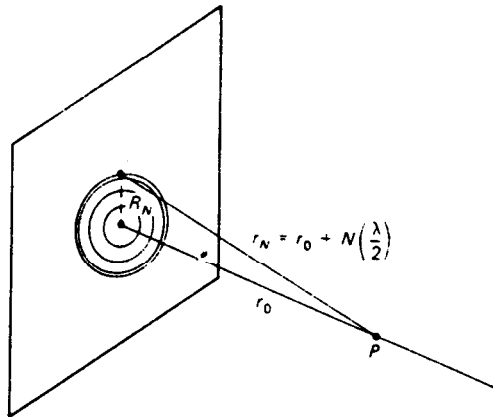
$$R_N^2 = \left[ r_o + \frac{N \lambda}{2} \right]^2 - r_o^2$$

$$R_N^2 = r_o^2 \left[ N \left[ \frac{\lambda}{r_o} \right] + \frac{N^2}{4} \left[ \frac{\lambda}{r_o} \right]^2 \right]$$





## ادامه تیغه منطقه ای فرنل



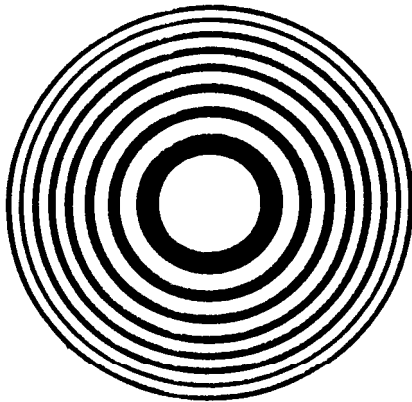
شکل ۷-۸ طرح ساده‌ای برای محاسبه شعاعهای تیغه منطقه‌ای فرنل

$$R_N = \sqrt{Nr_0\lambda}$$
$$f_1 = \frac{R_1^2}{\lambda}$$





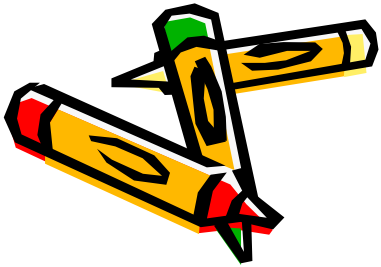
## ادامه تیغه منطقه ای فرنل



شکل ۷-۷ تیغه منطقه ای فرنل

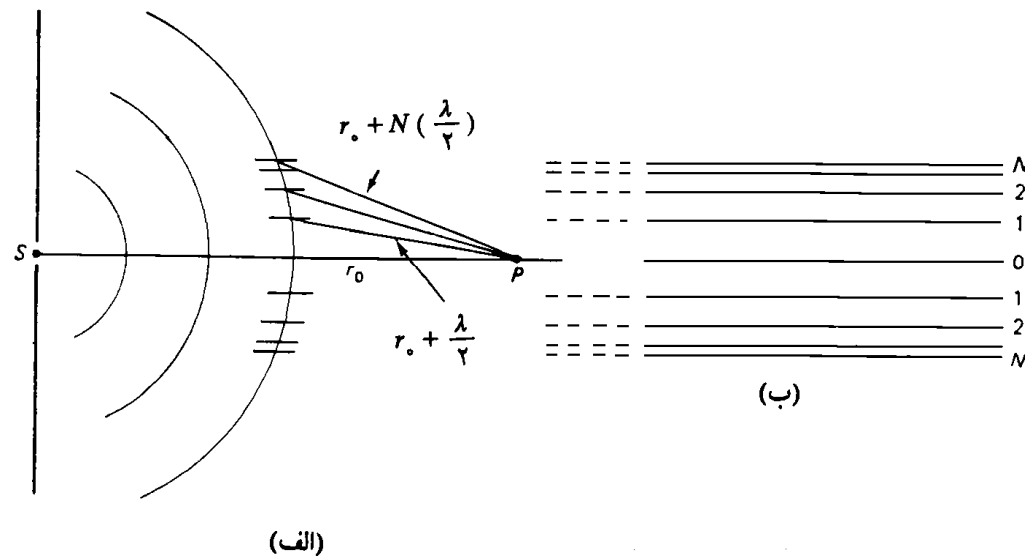
$$A = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + a_7 - a_8 + a_9 - \dots$$

$$f_N = \frac{R_1^2}{N \lambda}$$





## 7-7 پراش فرنل در روزنه های با تقارن راستگوشه

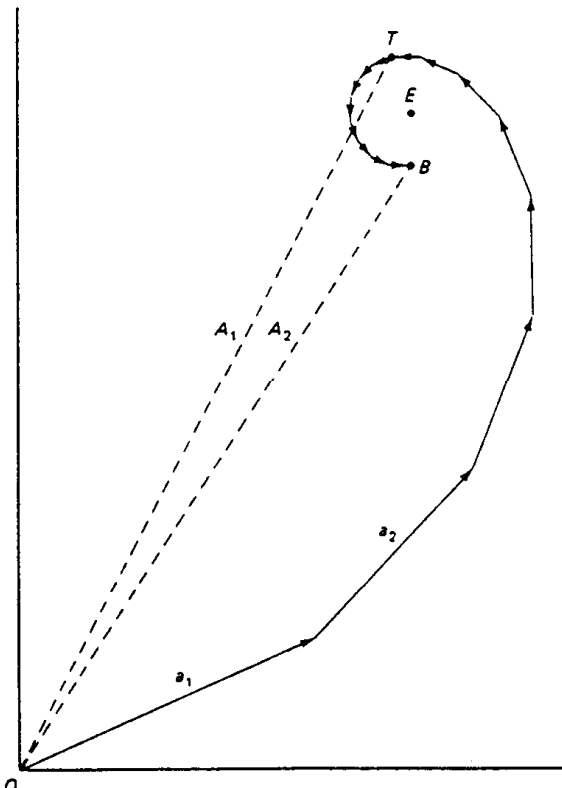


شکل ۷ - ۹ منطقه های نواری نیم دوره فرنل روی یک جبهه موج استوانه ای (الف) دید نیم رخ، (ب) دید تمام رخ





## ادامه پراش فرنل در روزه های با تقارن راستگوشه



شکل ۷ - ۱۰ نمودار فازوری مربوط به دو نیم‌دوره اول نوارهای منطقه‌ای فرنل. هر یک از این منطقه‌ها به بخشهای کوچکتدی که به‌طور پیاپی افزایش فاز یکسان دارند، تقسیم می‌شوند.

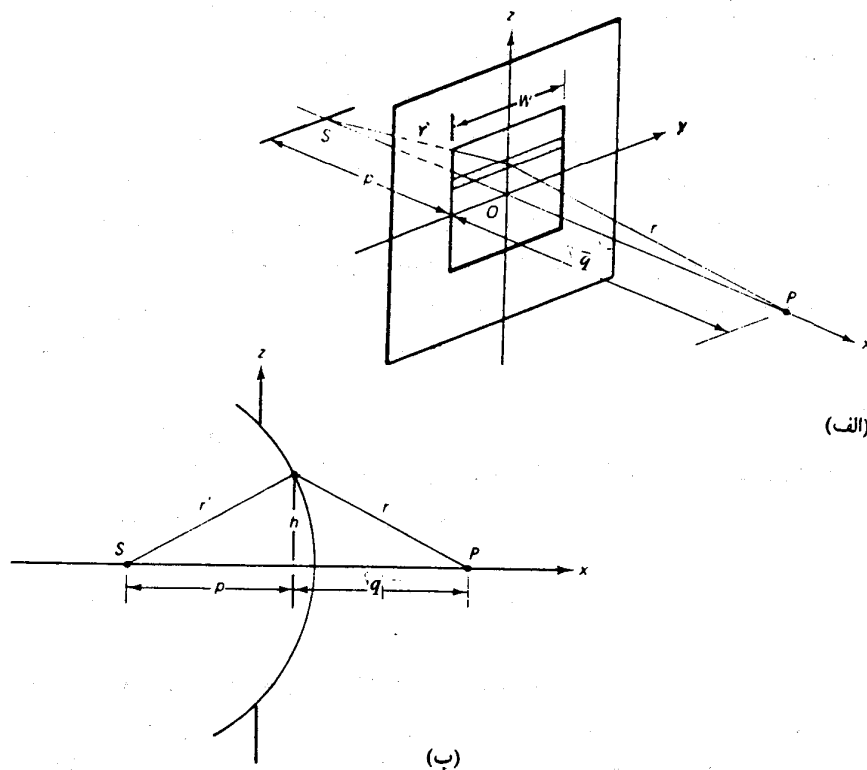




## 8-7 ماریچ کورنو

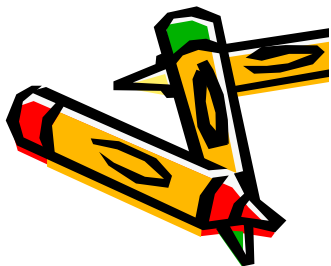


روزنه مستطیل شکل  
برای انتگرال گیری



نمای جانبی روزنه

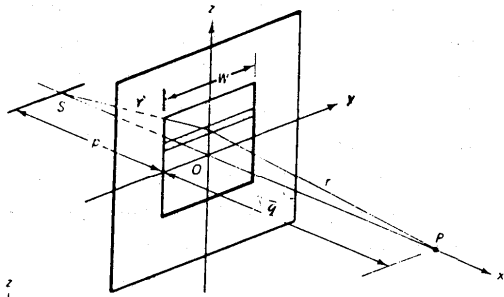
شکل ۷ - ۱۱ (الف) جبهه‌های موج استوانه‌ای ناشی از شکاف چشمه‌ای  $S$  در روزنه راستگوشه پراشیده می‌شوند. (ب) نمای جانبی روزنه (الف).



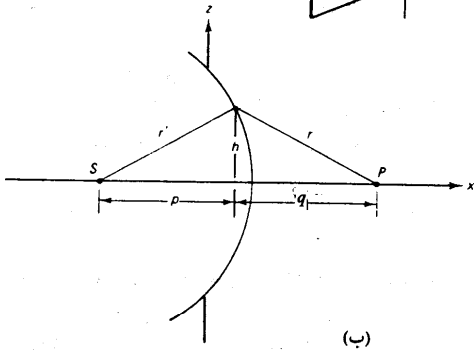




# 8-7 ماریچ کورنو



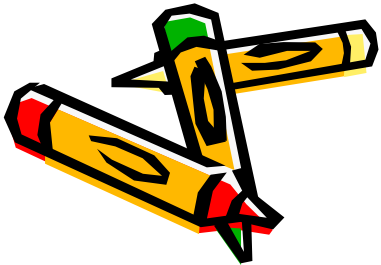
$$E_p = c \int_{AP} e^{i\kappa(r+r')} da$$



$$(الف) \quad r' = (p^2 + h^2)^{\frac{1}{2}} = p \left[ 1 + \frac{h^2}{p^2} \right]^{\frac{1}{2}} = p \left[ 1 + \frac{h^2}{2p^2} \right]$$

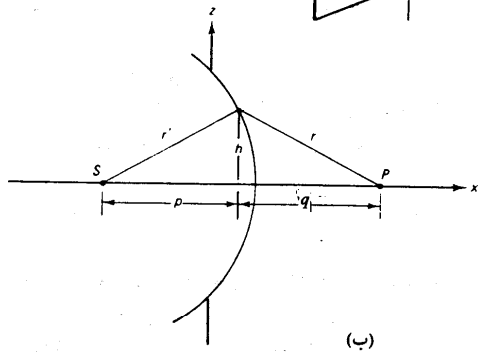
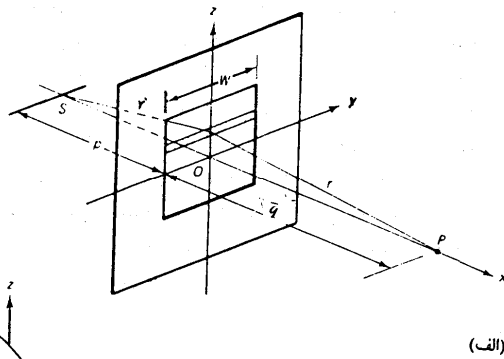
$$r' = p + \frac{1}{2} \left[ \frac{h^2}{p} \right]$$

شکل ۷-۱۱ (الف) جبهه‌های موج استوانه‌ای ناشی از شکاف چشمه‌ای S در روزنه راستگوشه پراشیده می‌شوند. (ب) نمای جانبی روزنه (الف).





# ادامه ماریچ کورنو



$$r = q + \frac{1}{2} \left[ \frac{h^2}{q} \right]$$

$$r + r' = (p + q) + \left[ \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right] \frac{h^2}{2}$$

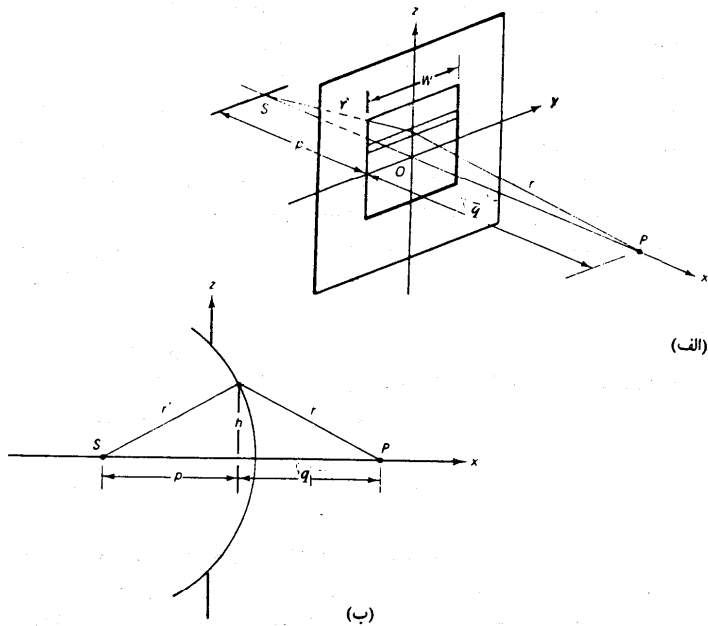
$$d \equiv p + q$$

شکل ۷-۱۱ (الف) جبهه‌های موج استوانه‌ای ناشی از شکاف چشمه‌ای S در روزنه راستگوشه پراشیده می‌شوند. (ب) نمای جانبی روزنه (الف).





# ادامه ماریچ کورنو



(الف)

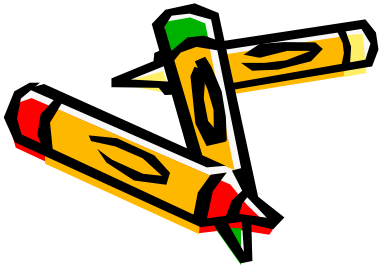
(ب)

شکل ۷-۱۱ (الف) جبهه‌های موج استوانه‌ای ناشی از شکاف چشمه‌ای  $S$  در روزنه راستگوشه پراشیده می‌شوند. (ب) نمای جانبی روزنه (الف).

$$\frac{1}{L} \equiv \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$$

$$r + r' = d + \frac{h^2}{2L}$$

$$E_p = c \iint e^{i\kappa(D+h^2/2L)} da$$





## ادامه ماریچ کورنو



بدر نظر گرفتن مساحت جزئی  $da$  به صورت نوار سایه دار

$$E_p = cW e^{i\kappa D} \int e^{i\kappa z^2 / 2L} dz$$

$$z = \sqrt{\frac{\lambda L}{2}} v$$

$$v = \sqrt{\frac{2}{L\lambda}} z$$

تغییر متغیر ها





# ادامه ماریچ کورنو

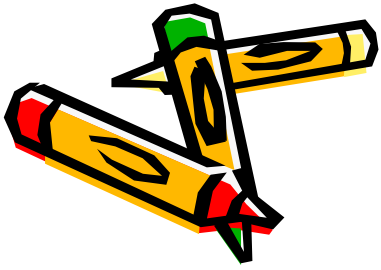


$$|E_p| = cw \left| \int e^{i\pi v^2/2} \sqrt{\frac{L\lambda}{2}} dv \right|$$

$$|E_p| = E_o \left| \cos \left[ \frac{\pi v}{2} \right]^2 dv + i \int \sin \left[ \frac{\pi v}{2} \right]^2 dv \right|$$

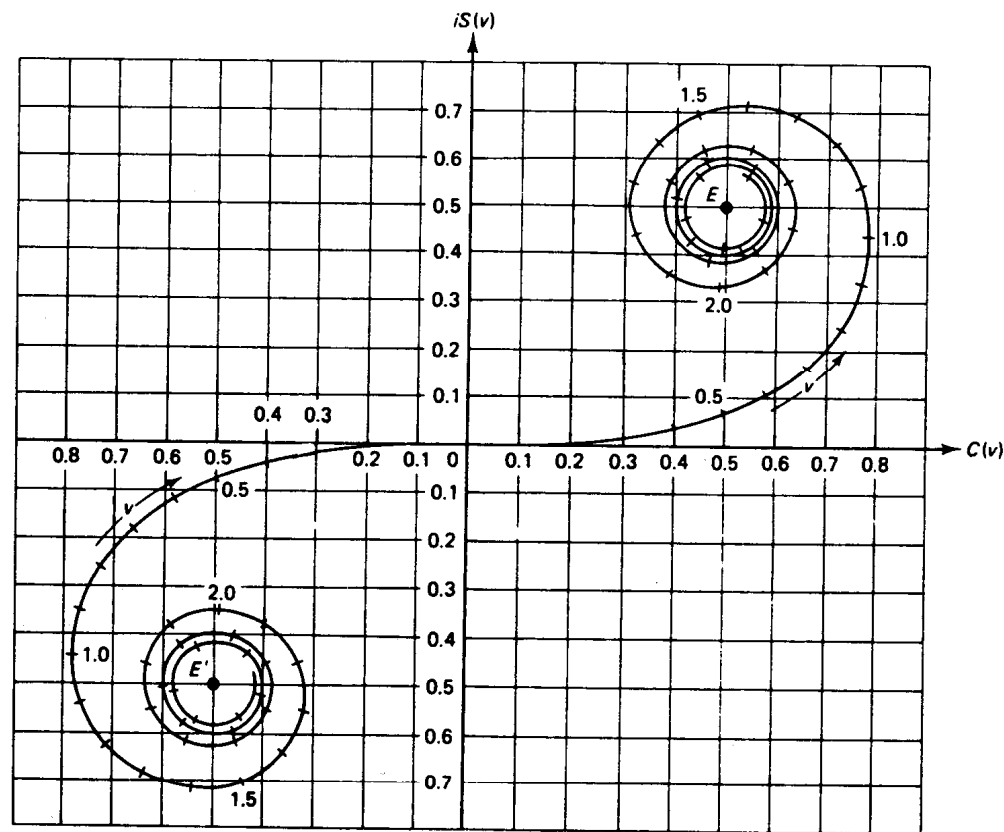
محاسبه بزرگی  $E_p$

با استفاده از قضیه اویلر

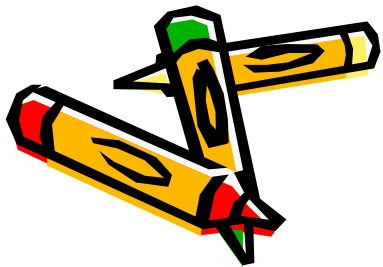




# ادامه ماریچ کورنو

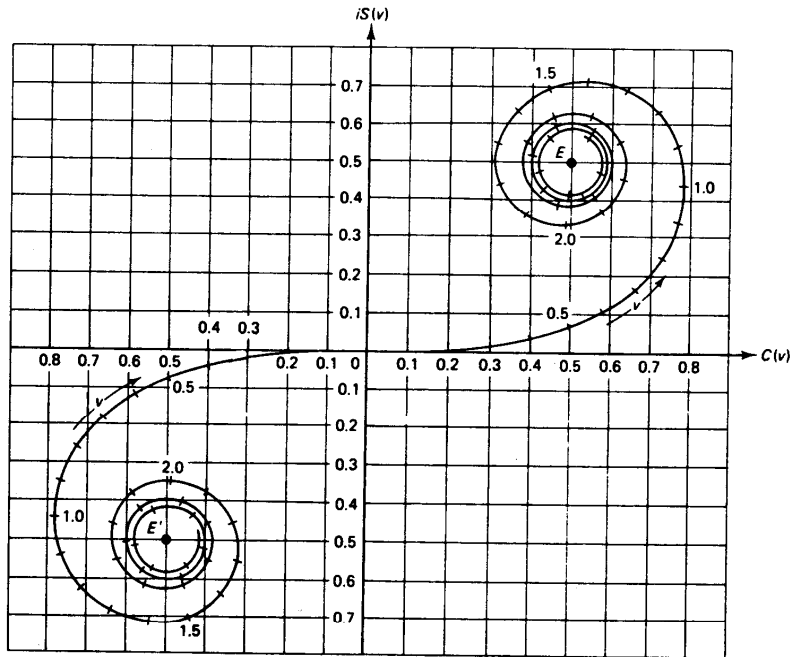


شکل ۷-۱۲ ماریچ کورنو. فواصلی که در طول ماریچ قرار دارند، مقادیر متغیر  $v$  را نشان می‌دهند.





# ادامه ماریچ کورنو



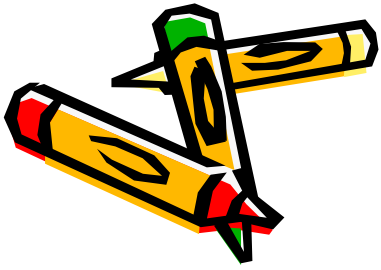
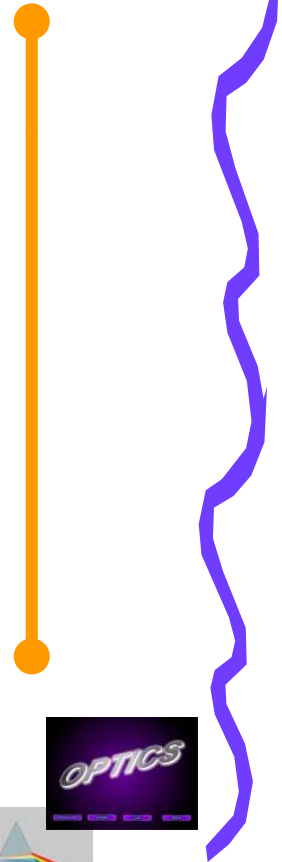
شکل ۷-۱۲ ماریچ کورنو. فواصلی که در طول ماریچ قرار دارند، مقادیر متغیر  $v$  را نشان می دهند.

$$E_p = cW e^{i\kappa D} \int e^{i\kappa z^2/2L} dz$$

$$z = \sqrt{\frac{\lambda L}{2}} v$$

$$v = \sqrt{\frac{2}{L\lambda}} z$$

$$|E_p| = cw \left| \int e^{i\pi v^2/2} \sqrt{\frac{L\lambda}{2}} dv \right|$$



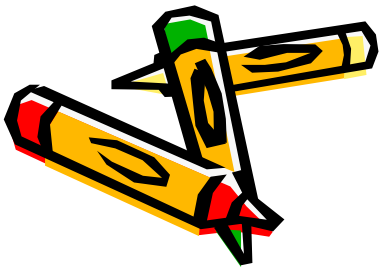


## ادامه ماریچ کورنو

$$|E_p| = E_o \left| \cos \left[ \frac{\pi \nu}{2} \right]^2 d\nu + i \int \sin \left[ \frac{\pi \nu}{2} \right]^2 d\nu \right|$$

$$c(\nu) = \int_0^\nu \cos \left[ \frac{\pi \nu}{2} \right]^2 d\nu$$

$$s(\nu) = \int_0^\nu \sin \left[ \frac{\pi \nu}{2} \right]^2 d\nu$$







## ادامه ماریچ کورنو

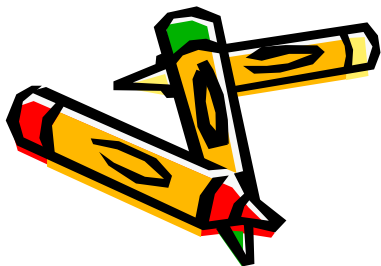


$$I_p = I_o (c + is)(c - is) = I_o (c^2 + s^2)$$

$$E_p^2 \propto (c^2 + s^2)$$

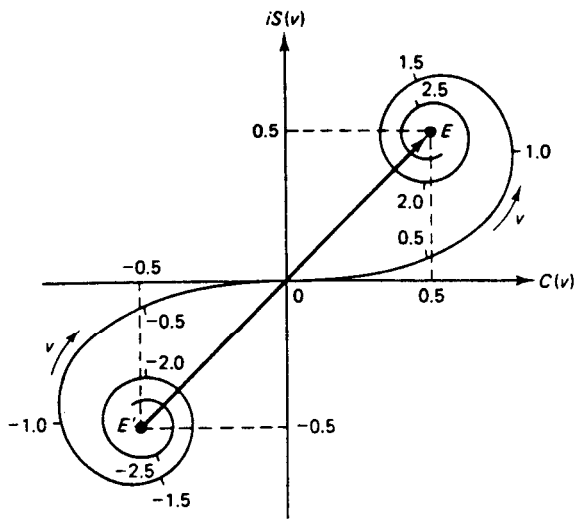
$$dl^2 = d\chi^2 + dy^2$$

$$dl^2 = \left[ \cos^2 \left[ \frac{\pi v^2}{2} \right] + \sin^2 \left[ \frac{\pi v^2}{2} \right] \right] dv^2$$





## 9-7 کاربرد ماریچ کورنو



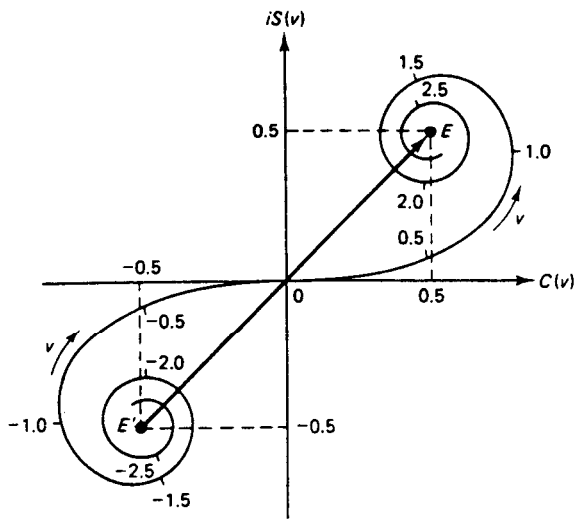
$$\int_0^{\infty} \cos \left[ \frac{\pi v}{2} \right]^2 dv = \int_0^{\infty} \sin \left[ \frac{\pi v}{2} \right]^2 dv = 0.5$$

شکل ۷-۱۳ فازور معرف جبهه موج بی مانع روی ماریچ کورنو دارای بزرگی  $\sqrt{2}$  است.



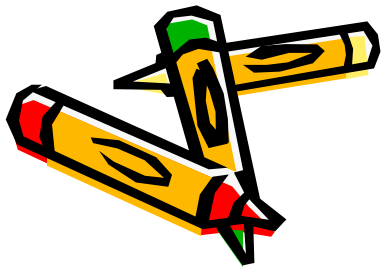


# ادامه کاربرد ماریچ کورنو



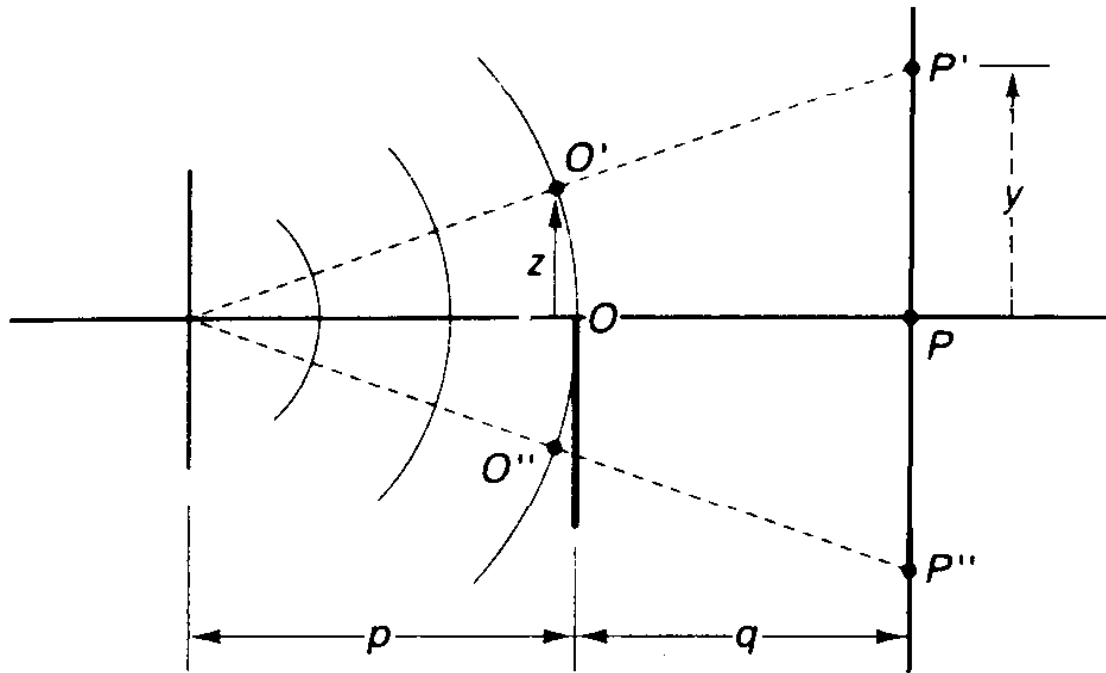
$$I_p = 2I_o = I_u$$

شکل ۷-۱۳ فازور معرف جبهه موج بی مانع روی ماریچ کورنو دارای بزرگی  $\sqrt{2}$  است.





# ادامه کاربرد ماریچ کورنو



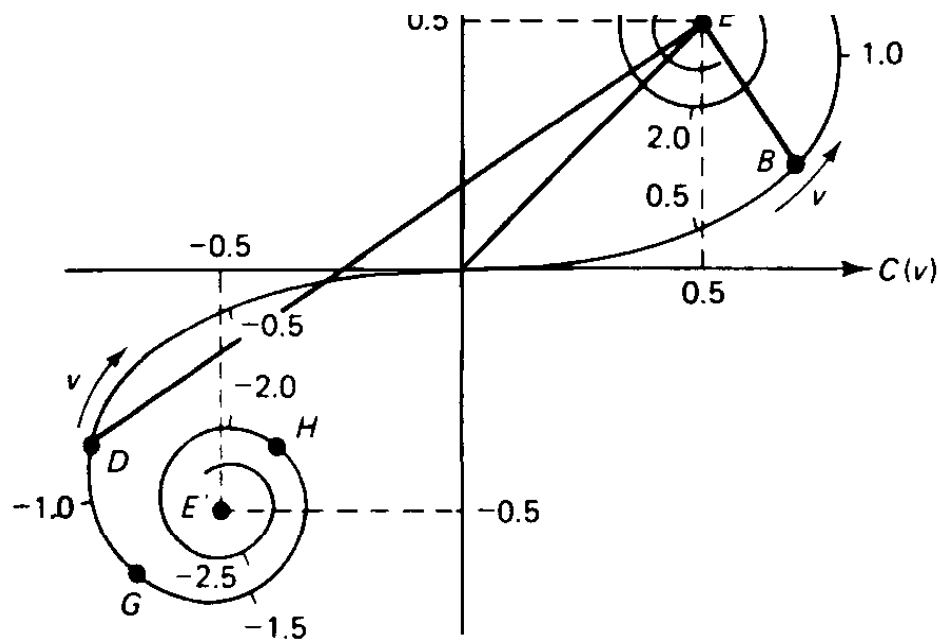
$$I_p = \frac{1}{2} I_o = \frac{1}{4} I_u$$

$$I_p = 0.87 I_u$$

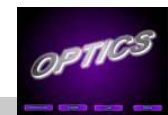




## ادامه کاربرد ماریچ کورنو

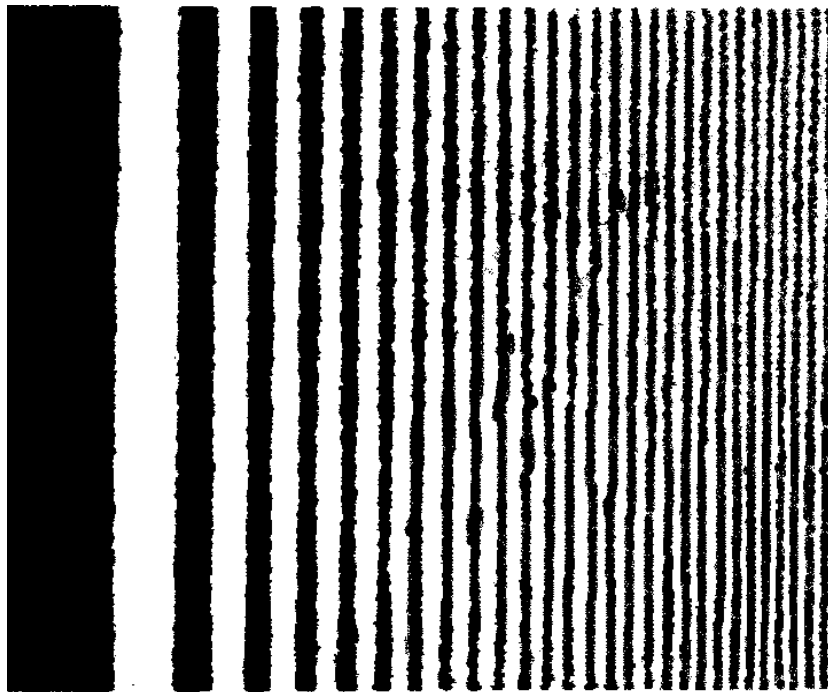


$$y = \left[ \frac{p+q}{p} \right] z$$





## ادامه کاربرد ماریچ کورنو



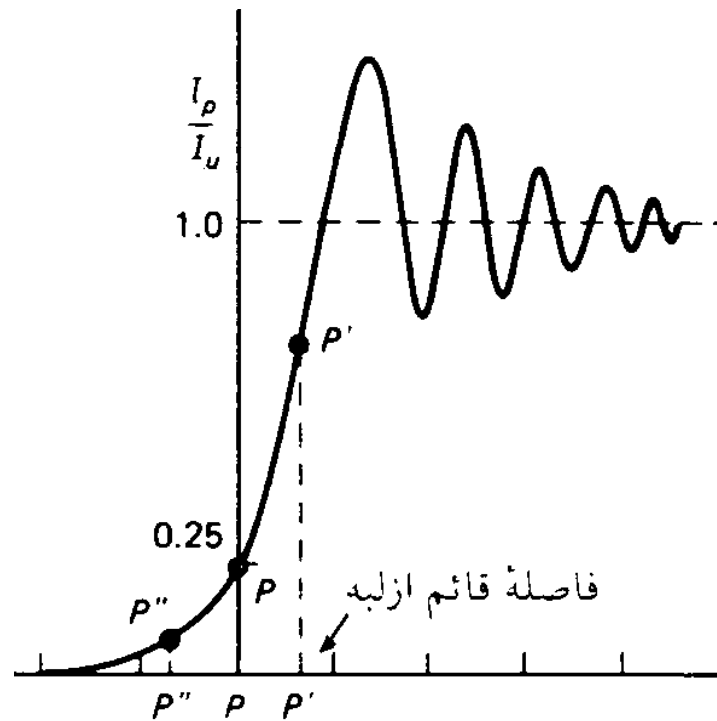
پراش فرنل لبه

$$\Delta v = \sqrt{\frac{2}{L\lambda}} \Delta z = \sqrt{\frac{2}{L\lambda}} w$$

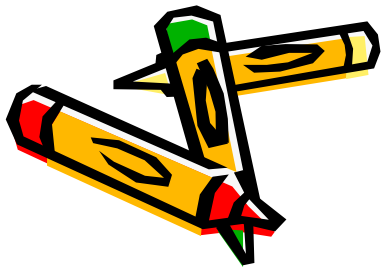




## ادامه کاربرد ماریچ کورنو



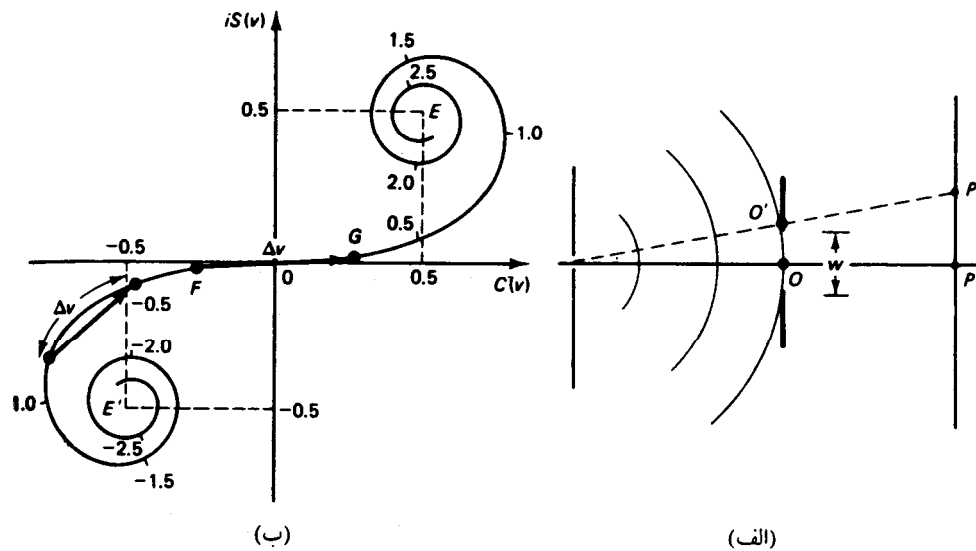
تغییرات شدت پراش لبه





# ادامه کاربرد ماریچ کورنو

پراش فرنل در تک شکاف



$$L = \frac{pq}{p+q}$$

$$\Delta v = \sqrt{\frac{2}{L\lambda}} \Delta z = \sqrt{\frac{2}{L\lambda}} w$$

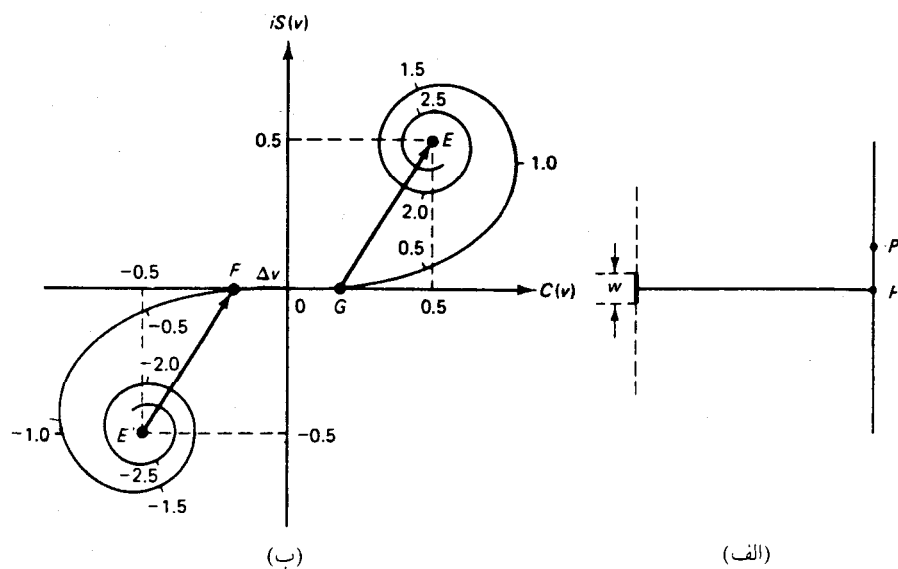
شکل ۷-۱۵ (الف) پراش فرنل در تک شکاف، (ب) نمایش دامنه موج پراشیده با استفاده از ماریچ کورنو





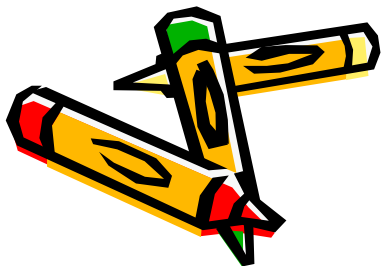


# ادامه کاربرد ماریچ کورنو



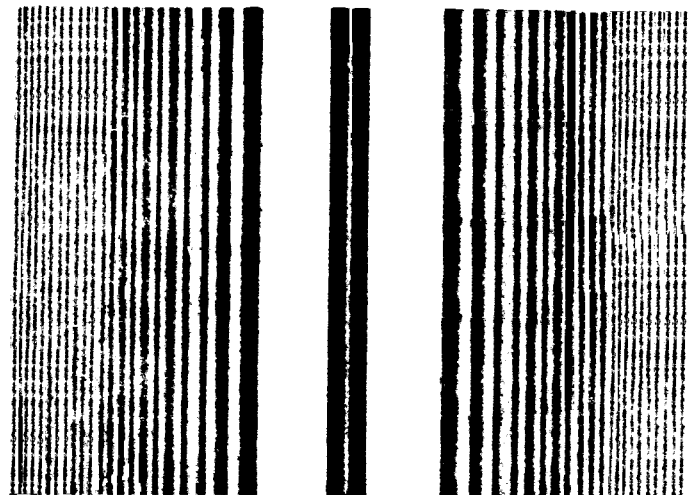
شکل ۷-۱۶ (الف) پراش فرنل در مانع سیمی، (ب) نمایش دامنه موج پراشیده شده روی ماریچ کورنو

## پراش فرنل سیم





## ادامه کاربرد ماریچ کورنو



شکل ۷- ۱۷ نقش پراش فرنل در مانع سیمی نازک





## ادامه کاربرد ماریچ کورنو

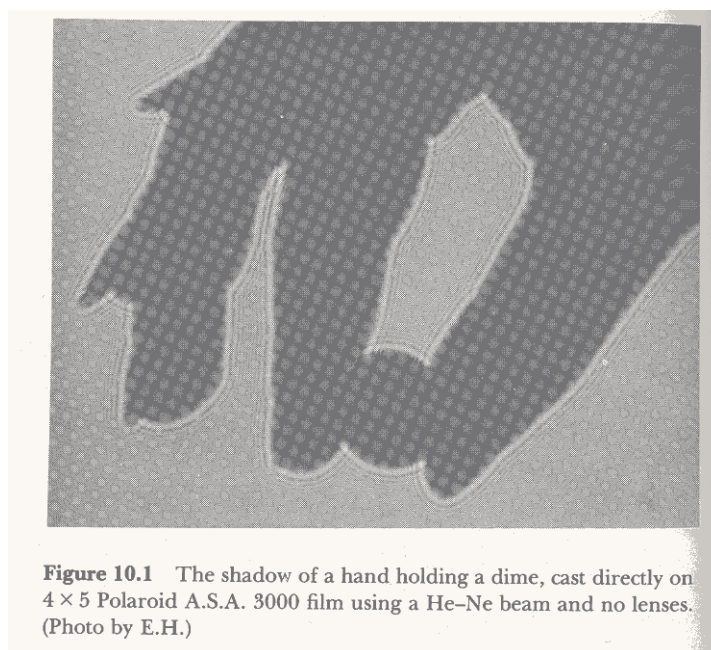


شکل ۷- ۱۸ نقش پراش و سایه فرنل برای یک بیچ





## ادامه کاربرد ماریچ کورنو



**Figure 10.1** The shadow of a hand holding a dime, cast directly on 4 × 5 Polaroid A.S.A. 3000 film using a He-Ne beam and no lenses. (Photo by E.H.)

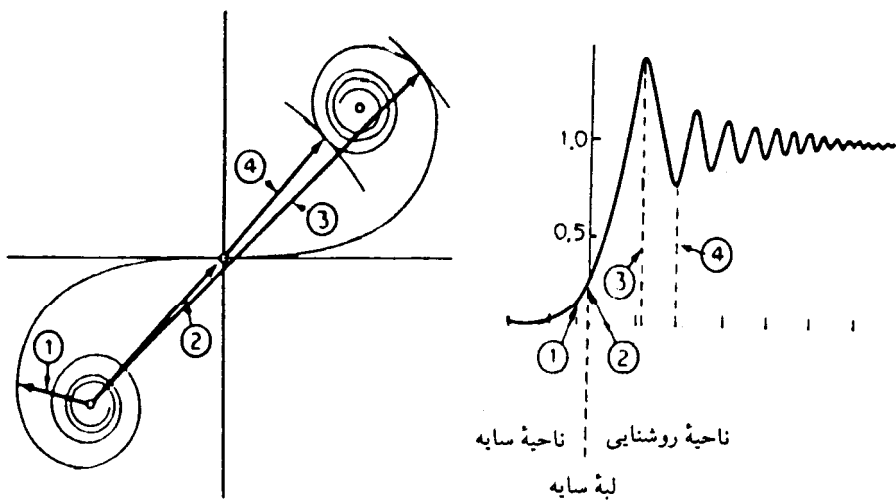




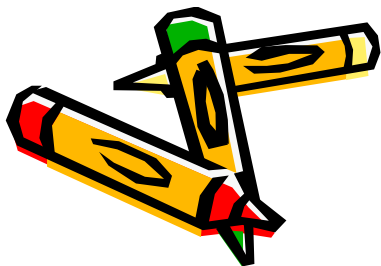
## ادامه کاربرد ماریچ کورنو



### نمونه دیگری از پراش لبه

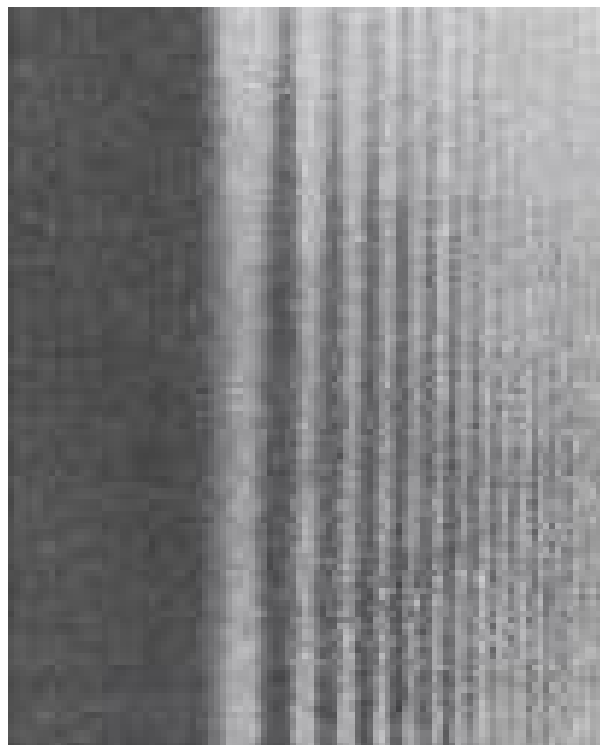


شکل ۷ - ۱۹ نمایش دامنه‌های موج روی ماریچ کورنو، و توزیع شدت نور روی پرده مشاهده



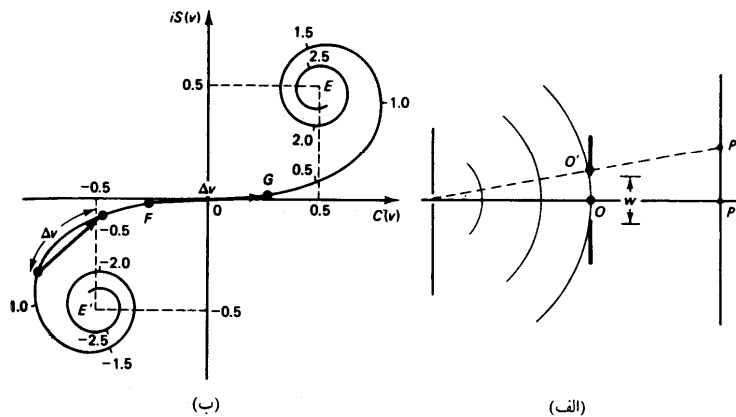


## ادامه کاربرد ماریچ کورنو



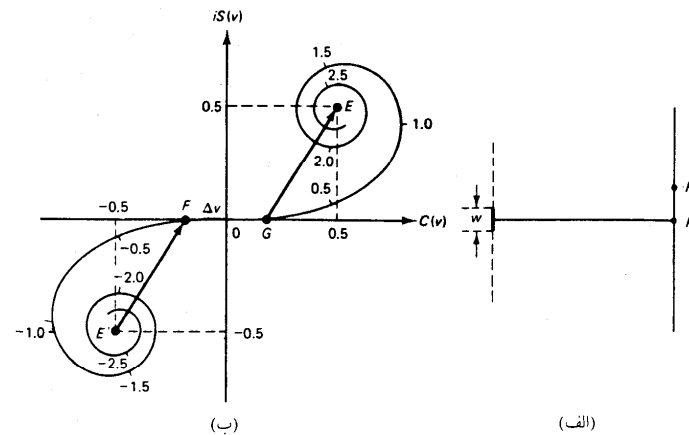


# 10-7 اصل باینه

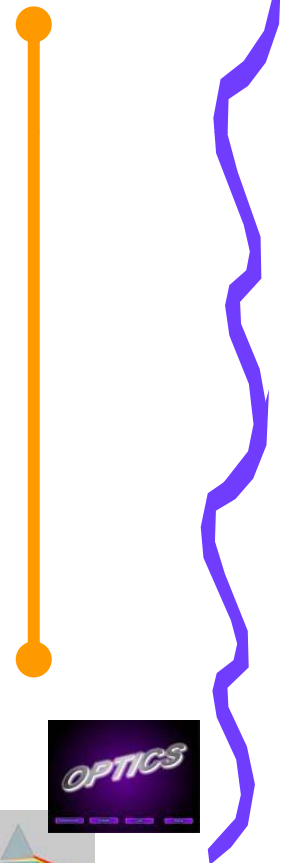
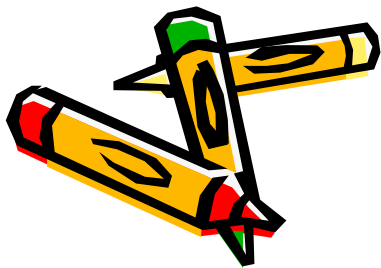


شکل ۷ - ۱۵ (الف) پراش فرنل در تکشکاف، (ب) نمایش دامنه موج پراشیده با استفاده از ماریچ کورنو

این دو روزنه مکمل دارند و در آنها جای منطقه های شفاف عوض شده است.



شکل ۷ - ۱۶ (الف) پراش فرنل در مانع سیبی، (ب) نمایش دامنه موج پراشیده شده روی ماریچ کورنو





## 10-7 اصل بابینه

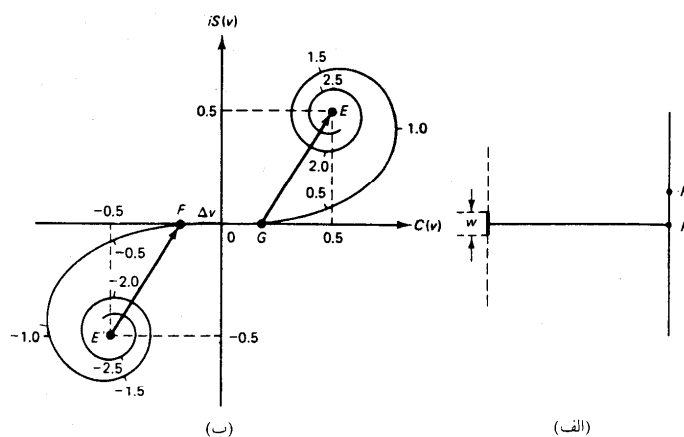


اصل بابینه: حاصل جمع دامنه های دو روزنه با دامنه بی مانع برابر است.

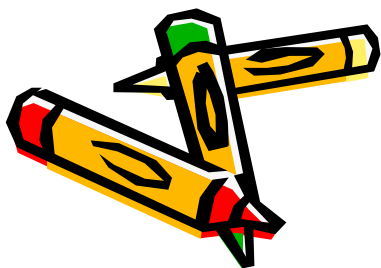
$$E_A + E_B = E_u$$

جمع فازورها در نقطه P (باتوجه به شکل زیر) چنین است:

$$E'F + FG + GE = E'E$$



شکل ۷-۱۶ (الف) پراش فرنل در مانع سیمی، (ب) نمایش دامنه موج پراشیده شده روی مارپیج کورنو







# 10-7 اصل باینه

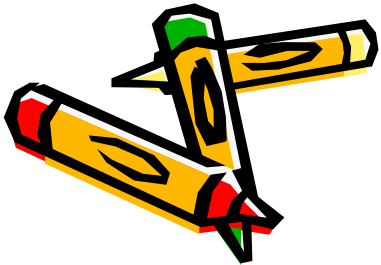
نمایندهای هر یک از جمله ها

معرف دامنه ناشی از سیم

$$E'F + FG + GE = E'E$$

معرف دامنه ناشی از شکاف

معرف دامنه بی مانع





اپتیک: نورشناسی



پایان



OPTICS



[www.salampnu.com](http://www.salampnu.com)

## سایت مرجع دانشجوی پیام نور

- ✓ نمونه سوالات پیام نور : بیش از ۱۱۰ هزار نمونه سوال همراه با پاسخنامه
- تستی و تشریحی
- ✓ کتاب ، جزوه و خلاصه دروس
- ✓ برنامه امتحانات
- ✓ منابع و لیست دروس هر ترم
- ✓ دانلود کاملاً رایگان بیش از ۱۴۰ هزار فایل مختص دانشجویان پیام نور

[www.salampnu.com](http://www.salampnu.com)