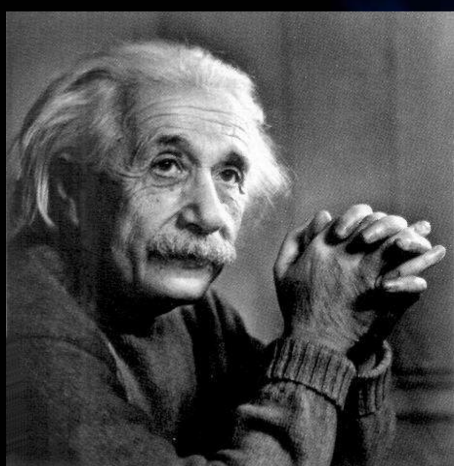
آشنایی بانسبیت خاص

تالیف :رابرت رزنیک

۳ واحد درسی -رشته فیزیک(جزودروس تخصصی انتخابی)

تدوین :دکتر مهدی سودمند

استادیار دانشگاه پیام نور



عنوان درس: نسبیت

منبع :آشنایی با نسبیت خاص

Introduction to Special Relativity

Robert Resnick

Wiley Fastern Limited, 1972

مولف : رابرت رزنیک

مترجم: جعفرگودرزی

انتشارات :مرکزنشردانشگاهی

تعداد واحد:3

جزو دروس تخصصی انتخابی

فصل ۱

زمینه تجربی نظریه نسبیت خاص

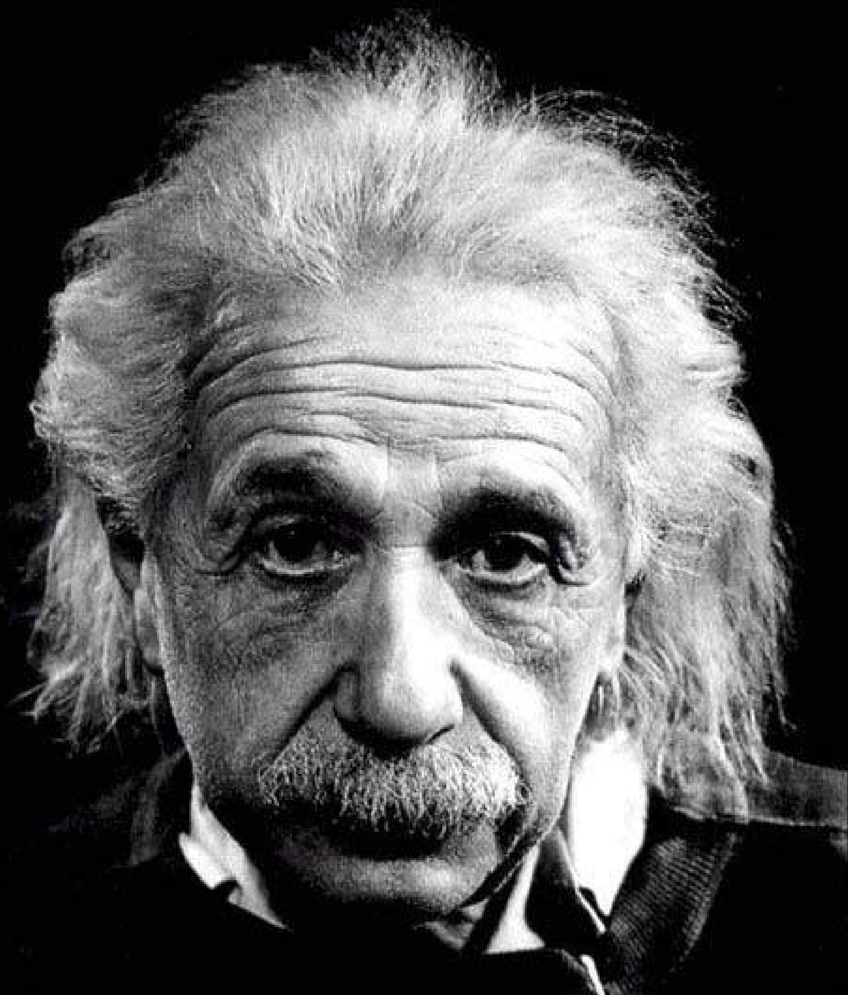
تبدیلات گالیله

نسبیت نیوتونی

آزمایش مایکلسون – مورلی

فرضیه انقباض لورنتس –فیتزجرالد

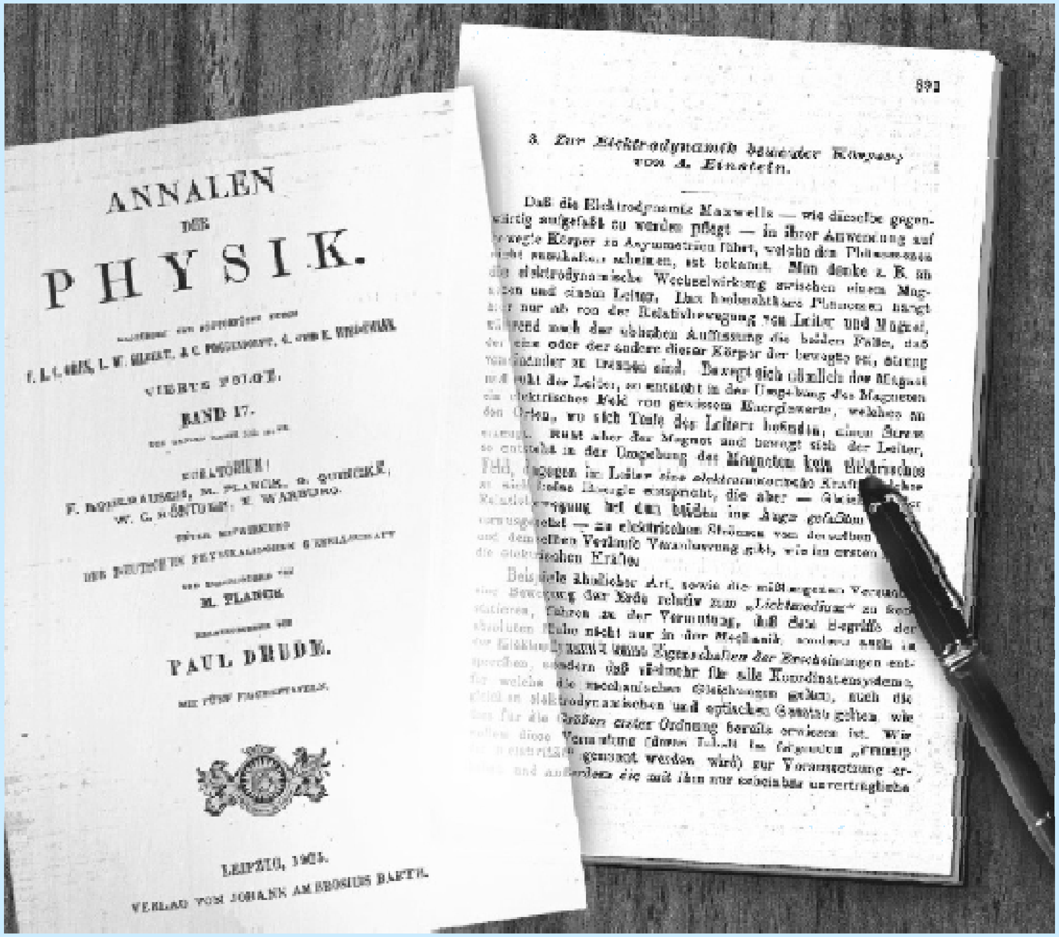
اصول موضوع نظریه نسبیت خاص



اگر می خواهید حقیقت را بیان کنید ظریف کاری را به خیاط واگذارید.

آلبرت انشتین

مقاله اصلی انشتین در مورد نظریه نسبیت خاص:



اصل نسبیت خاص:

شخصی که با سرعت نور حرکت می کند چراغ قوه خود را روشن می کند. نورنشریافته نسبت به او و هرشخص دیگری با سرعت نور حرکت خواهدکرد.

نسبیت خاص

- "خاص" : "فقط در مورد چهارچوب های مرجع لخت بکارمیرود

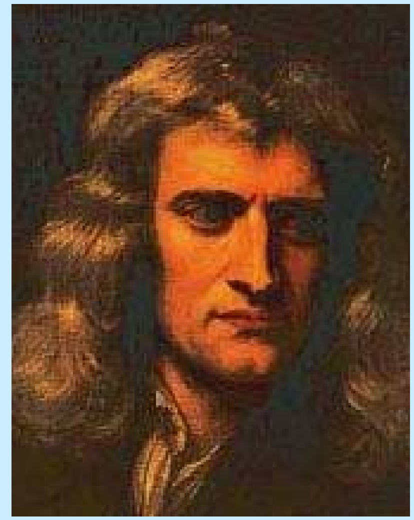
- "نسبیت" : "هیچ چهارچوب مرجع مطلق و منحصر به فردی وجود ندارد.

- "نسبیت خاص" : "قوانین فیزیک در کلیه چهارچوب های مرجع لخت یکسان است."

چند تعریف :

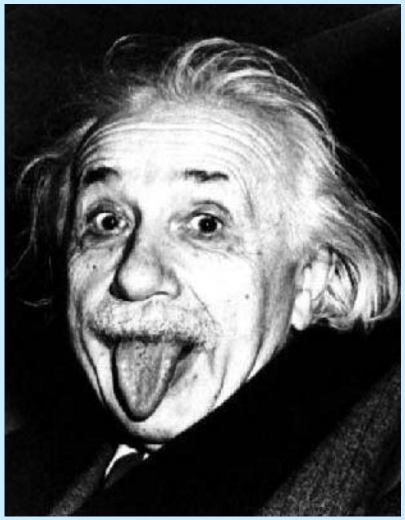
- **چارچوب مرجع** ، چارچوبی است که قانون لختی (قانون اول نیوتون) در آن صادق است.
- **دستگاه لخت** ، یک چاچوب بدون شتاب است .
- **رویداد** چیزی است که مستقل از چارچوب مرجعی که برای توصیف آن بکار می رود اتفاق می افتد.
- **یک رویداد** را نسبت به یک چارچوب با چهار مختصه
- (فضا – زمانی) t,z,y,x نشان می دهند.

تضاد با فیزیک کلاسیک



از نظر نیوتون :

بازه زمانی و مکانی مطلق بوده و مستقل از حرکت ناظر است . سرعت نور نسبی است.

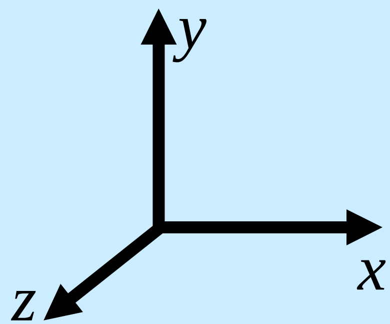


انشتین می گوید:

سرعت نور مطلق است و مستقل از حرکت ناظر است . بازه زمانی و فضایی نسبی هستند.

نسبیت نیوتونی (کلاسیک):

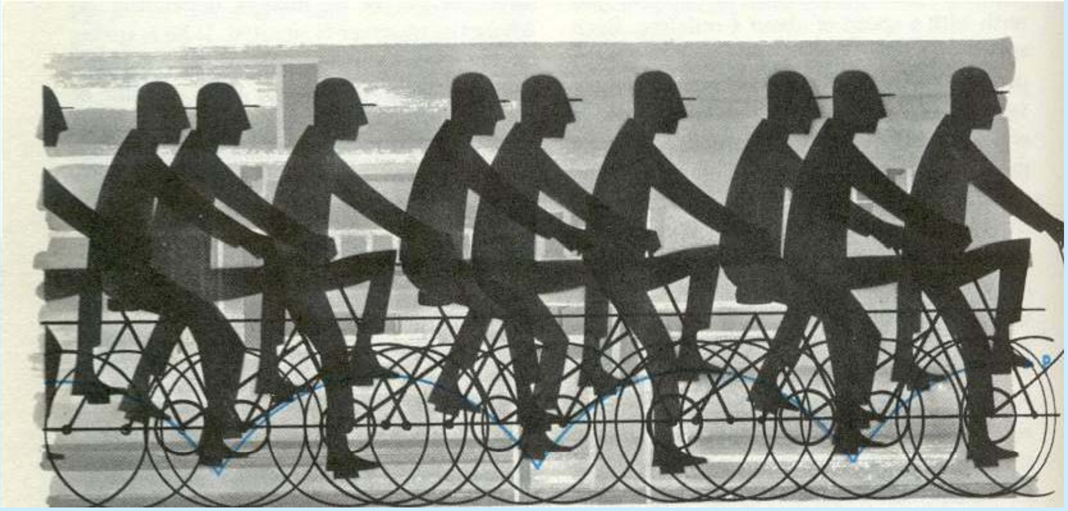
قوانین نیوتون باید نسبت به یک چارچوب مرجع مورد بررسی قرار گیرد.



چارچوب مرجعی که در آن قوانین نیوتون صادق باشد چارچوب مرجع لخت نامیده می شود.این چارچوب را وقتی می توان برپا کرد که جسم تحت تاثیر نیروی خارجی نبوده

.و با سرعت ثابت دارای حرکت مستقیم الخط یکنواخت باشد

.



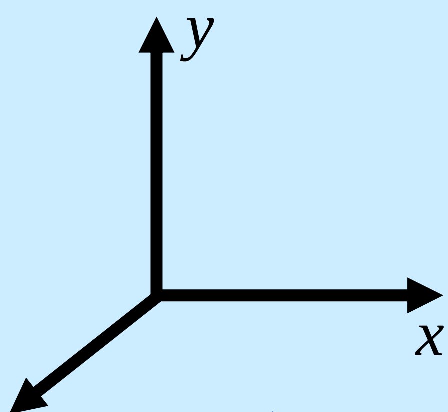
اهمیت چارچوب مرجع

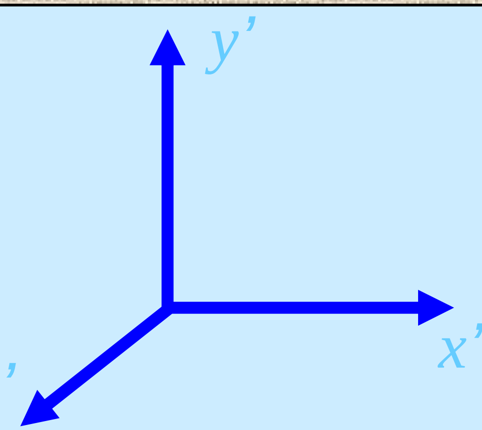
اصل نسبیت نیوتونی:

اگر قوانین نیوتون در یک چارچوب مرجع صادق باشد در این صورت در هر چارچوب مرجع دیگری که با سرعت یکنواخت نسبت به آن حرکت می کند نیز صادق است این اصل را اصل نسبیت نیوتونی یا ناوردایی گالیله می نامند

.

اگر محورهای دوچارچوب موازی باشند این چارچوب ها را دستگاه های مختصات لخت می گویند.

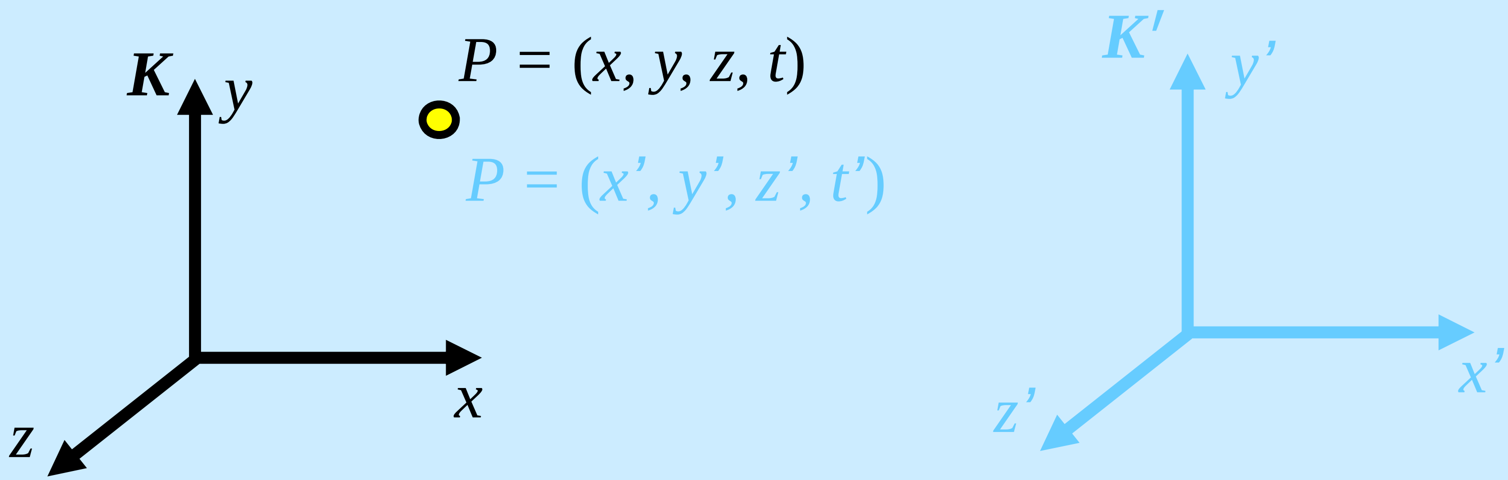




تبدیلات گالیله :

نقطه P در یک چاچوب مرجع k دارای مختصات $P = (x, y, z, t)$ است و

درچارچوب دیگر K' دارای مخصات $P = (x', y', z', t')$ است.



تبدیل گالیله :

- محورهای دستگاه ’K در جهت محور x با سرعت ثابت نسبت به دستگاه k حرکت می کند .
- زمان t برای کلیه ناظرها یک ناوردای بنیادی است یعنی برای کلیه ناظرها ی لخت یکسان است..

$$x' = x - \mathrm{v}t$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

روابط عکس :

- به جای v ، v- قرار دهید.
- به جای کمیت های پریم دار کمیت های بدون پریم قرار دهید.

$$x = x' + \mathrm{v}t'$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = t'$$

نسبیت سرعت ها :

$$\begin{cases} x' = x - vt \\ \dfrac{dx'}{dt} = \dfrac{dx}{dt} - v \qquad \left(t = t' \ , \dfrac{d}{dt} \approx \dfrac{d}{dt'}\right) \\ \therefore \quad \dfrac{dx'}{dt'} = \dfrac{dx}{dt} \\ \Rightarrow \quad \dfrac{dx'}{dt'} = \dfrac{dx}{dt} - v \\ \dfrac{dy'}{dt'} = \dfrac{dy}{dt} \qquad , \dfrac{dz'}{dt'} = \dfrac{dz}{dt} \\ \dfrac{dx'}{dt'} = u'_x \qquad \dfrac{dx}{dt} = u \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \boxed{\begin{array}{l} u'_x = u_x - v \\ u'_y = u_y \\ u'_z = u_z \end{array}} \end{cases}$$

نسبیت شتاب ها:

$$\begin{cases} \dfrac{du'_x}{dt'} = \dfrac{du_x}{dt} \\ \dfrac{du'_y}{dt'} = \dfrac{du_y}{dt} \\ \dfrac{du'_z}{dt'} = \dfrac{du_z}{dt} \end{cases} \Rightarrow a'_x = a_x \quad , a'_y = a_y \quad , a'_z = a_z$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{a}' = \vec{a}}$$

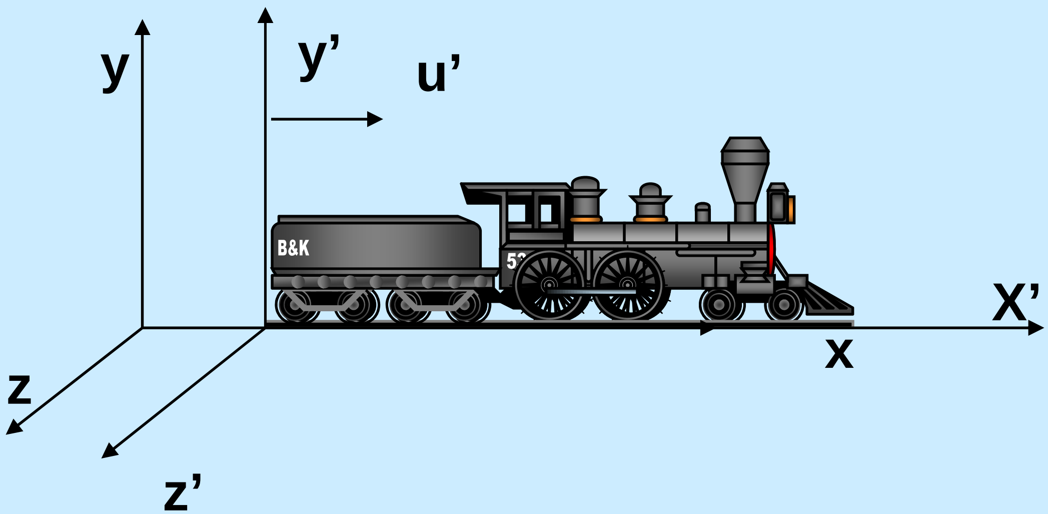
نتیجه:

- در فیزیک کلاسیک جرم به چارچوب مرجع بستگی ندارد.
- و

$$a' = a$$

- درنتبجه : قوانین نیوتونی حرکت و معادلا حرکت در کلیه دستگاههای لخت دقیقا یکسان است.

مثال – مسافری با سرعت ثابت 3.5 km/h درامتداد راهروی قطاری که خود دریک مسیر مستقیم با سرعت ثابت 92.5 km/h نسبت به زمین حرکت می کند به طرف جلو قدم می زند سرعت مسافر نسبت به زمین چقدر است ؟

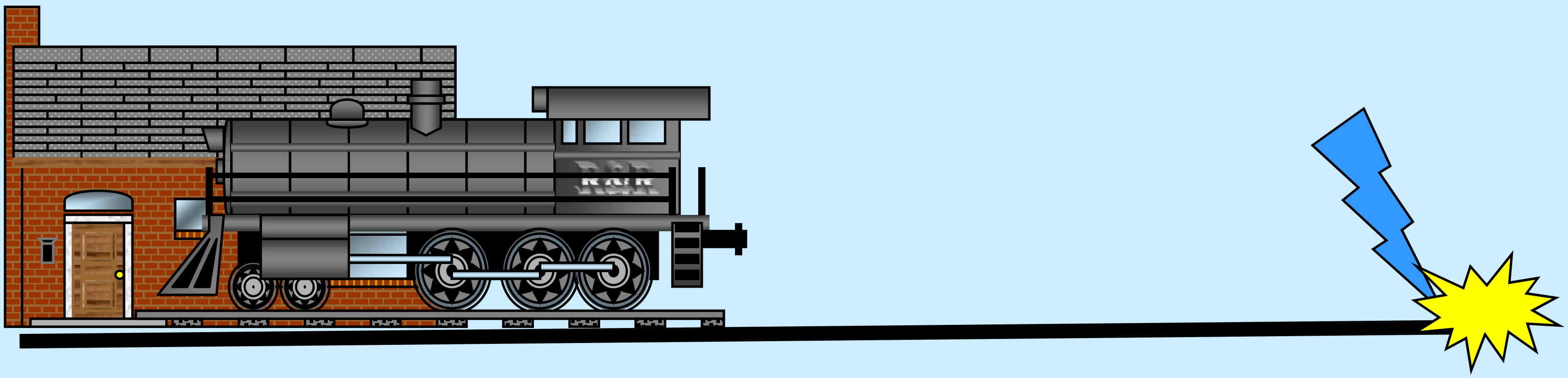


$$u'_x = 3.5km/h$$

$$v = 92.5km/h$$

$$u_x = u'_x + v = 3.5km.h + 92.5km/h = 96km/h$$

مثال-قطار در ساعت 12 با سرعت 60mi/h ازکنار یک ایستگاه راه آهن عبور می کند .بیست ثانیه پس ازآن برق آذرخشی به نقطه ای از ریل راه آهن که درجهت حرکت قطار یک مایل با ایستگاه فاصله دارد برخورد می کند .مختصات آذرخش ازدید ناظر واقع در ایستگاه و مهندس قطار چگونه است ؟



ازدید هردو ناظر مختصه زمانی عبارت است از:

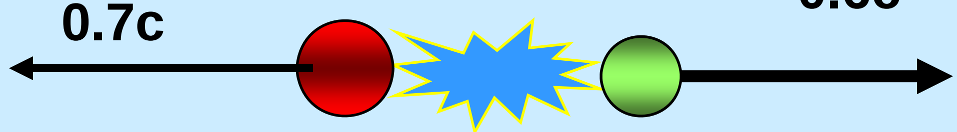
$$t=t'=(20s)(1hr/3600s)=1/180hr$$

ناظر واقع در ایستگاه مختصه فضایی رابرابر با x=1mi اندازه می گیرد .ازنظر مهندس قطار مختصه فضایی عبارت است از:

$$X'=x-vt=1mi-(60mi/hr)(1/180hr)=2/3mi$$

مثال-ازنمونه یک ماده رادیو اکتیو درچارچوب آزمایشکاه درحال سکون است دوالکترون در جهتهای مختلف خرج می شوند . سرعت یکی از الکترونها ازدید ناظر آزمایشکاه 0.6C و سرعت الکترون دیگر 0.7C است . مطابق تبدیلهای سرعت ، سرعت یکی از الکترونها نسبت به الکترون دیگر چقدراست ؟

فرض کنید که ناظر نسبت به آزمایشگاه ساکن باشد و ناظر O’ نسبت به ذره ای که با سرعت 0,6C حرکت می کند (درجهت مثبت) درحال سکون باشد. دراین صورت از تبدیل سرعت گالیله داریم :



$$u'_x = u_x - v = -0.7c - 0.6c = -1.3c$$

این مسئله نشان میدهد که مطابق تبدیلهای گالیله سرعتهای بزرگتر از سرعت نور امکان پذیراست که نتیجه ای ناسازگار با نسبیت خاص است.

مثال : نیروهایی که دوذره به همدیگر وارد می کنند در امتداد خط مستقیمی است که دو ذره را به یکدیگر وصل می کند .این نیروها برابر با منهای مشتق پتانسیل نشان داده می شوند . نشان دهید که معادلات حرکت چنین ذره ای دراثر تبدیلات گالیله ناوردا است.

پاسخ: دردستگاه s :

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} \qquad , F_y = -\frac{\partial U}{\partial y} \qquad , F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

$$\Rightarrow \; m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -\frac{\partial U}{\partial x}$$

$$m_1 \frac{d^2 y_1}{dt^2} = -\frac{\partial U}{\partial y}$$

$$m_1 \frac{d^2 z_1}{dt^2} = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

ادامه....

میدانیم که:

$$m_1' = m_1 \quad ,\frac{d^2x_1}{dt^2} = \frac{d^2x_1'}{dt'^2} \quad ,\frac{d^2y_1}{dt^2} = \frac{d^2y_1'}{dt'^2} \quad ,\frac{d^2z_1}{dt^2} = \frac{d^2z_1'}{dt'^2}$$

$$x_2' - x_1' = x_2 - x_1 \quad ,y_2' - y_1' = y_2 - y_1 \quad ,z_2' - z_1' = z_2 - z_1$$

$$r_{12}' = \sqrt{(x_2' - x_1')^2 + (y_2' - y_1')^2 + (z_2' - z_1')^2}$$

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} = r_{12}$$

ادامه...

اکنون باید ثابت کنیم که:

$$-\frac{\partial U}{\partial x_1}=-\frac{\partial U}{\partial x_1'}\quad ,-\frac{\partial U}{\partial y_1}=-\frac{\partial U}{\partial y_1'}\quad ,-\frac{\partial U}{\partial z_1}=-\frac{\partial U}{\partial z_1'}$$

$$\Rightarrow -\frac{\partial U}{\partial x_1}=-\frac{dU}{dr_{12}}\frac{\partial r_{12}}{\partial x_1}=\frac{dU}{dr_{12}}\frac{x_2-x_1}{r_{12}}$$

$$-\frac{\partial U}{\partial x_1'}=-\frac{dU}{dr_{12}'}\frac{\partial r_{12}'}{\partial x_1'}=\frac{dU}{dr_{12}'}\frac{x_2'-x_1'}{r_{12}'}$$

ولی :

$$r_{12}=r_{12}'\quad ,x_2-x_1=x_2'-x_1'\quad ,U(r_{12})=U(r_{12}')$$

$$\Rightarrow -\frac{\partial U}{\partial x_1}=-\frac{\partial U}{\partial x_1'}$$

ادامه...

بنابراین معادلات حرکت یکسانی به شکل زیر در دستگاه s’ بدست می آید :

$$m_1 \frac{d^2 x'_1}{dt'^2} = -\frac{\partial U}{\partial x'_1}$$

$$m_1 \frac{d^2 y'_1}{dt'^2} = -\frac{\partial U}{\partial y'_1}$$

$$m_1 \frac{d^2 z'_1}{dt'^2} = -\frac{\partial U}{\partial z'_1}$$

نظریه نسبیت خاص ، که در اینجا مطالعه می کنیم فقط به بررسی رویدادهاتوسط ناظرهایی که در چارچوب های مرجع لخت قرار دارند می پردازد. اجسامی که حرکت آنها مورد مطالعه قرار می گیرد ممکن است که نسبت به چنین چارچوبهایی شتاب داشته باشند ولی خود چارچوب ها بدون شتاب اند.

آیا د ستگاه یگانه ای وجود دارد که سرعت نور درآن برابر با c باشد؟
لازمه وجود اتر (یا چارچوب اتر):

- به نظر می رسید که ماهیت موجی نور نیاز به یک محیط انتشار دارد . این محیط انتشار را اتر نامیدند. .
- اتر باید دارای چگالی کم باشد تا سیاره ها بدون افت انرژی در آن حرکت کنند.
- این محیط می بایستی دارای خاصیت کشسانی باشد تا سرعت بالای امواج نور درآن ممکن باشد.
- این محیط نباید امواج طولی را پشتیبانی کند.
- امواج نور دراین محیط باید از تبدیل گالیله پیروی کنند.

معادلات ماکسوئل و چارچوب مطلق

مطابق نظریه ماکسودل سرعت نور از رابطه زیر بدست می آید:

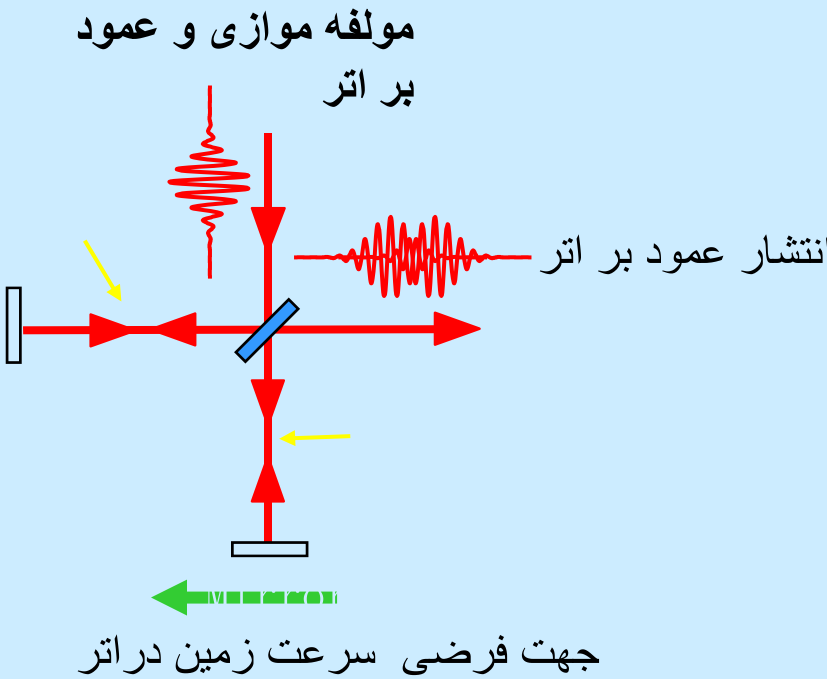
$$\boxed{c = \frac{1}{\sqrt{\mu_\circ \varepsilon_\circ}}}$$

بنابراین سرعت نور به دو ثابت بستگی دارد و خود یک ثابت خواهد بود:

فرض شد که اتر یک دستگاه و چارچوب مرجع مطلق است که سرعت نور درآن برابر با این ثابت بوده و دبگر اندازه گیریها را نسبت به آن می توان انجام دادو

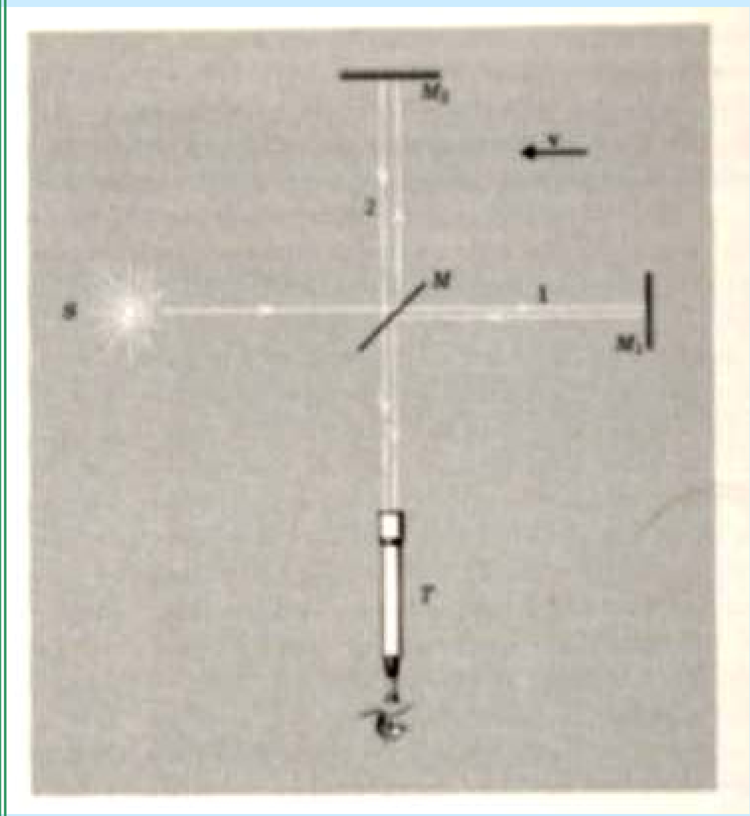
آزمایش مایکلسون – مورلی کوششی برای اثبات وجود اتر بود.

آزمایش مایکلسون - مورلی:



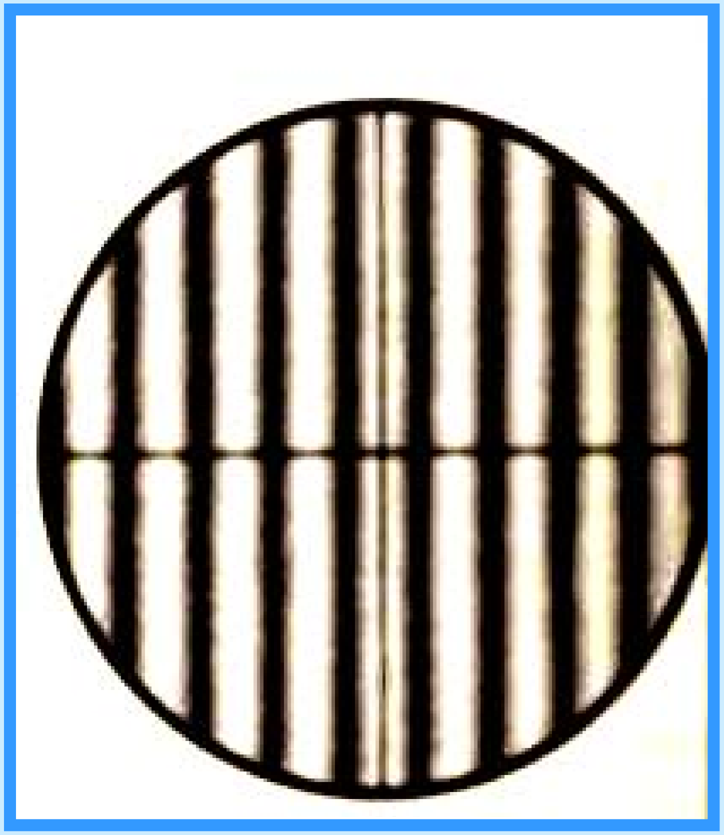
مایکلسون ومورلی تشخیص دادند که زمین همواره نسبت به اتر ساکن نیست و انتشار نور در امتداد موازی و عمود بر حرکت اتر باید طول مسیر و فاز متفاوتی داشته باشد.

تداخل سنج مایکلسون



طرح ساده ای از تداخل سنج مایکلسون که نشان می دهد باریکه نورتابیده از چشمه sبه وسیله آیینه نیمه نقره اندودM به دوباریکه تقسیم می شود .این باریکه ها توسط آینه های 1و2 بازتابیده می شوند و به طرف آیینه نیمه نقره اندود برمی گردند . آنها سپس وارد تلسکوپ T می شوند و درآنجا ، پس از تداخل ، یک نقش فریز به دست می اید .دراین شکل V سرعت اتر نسبت به تداخل سنج است.

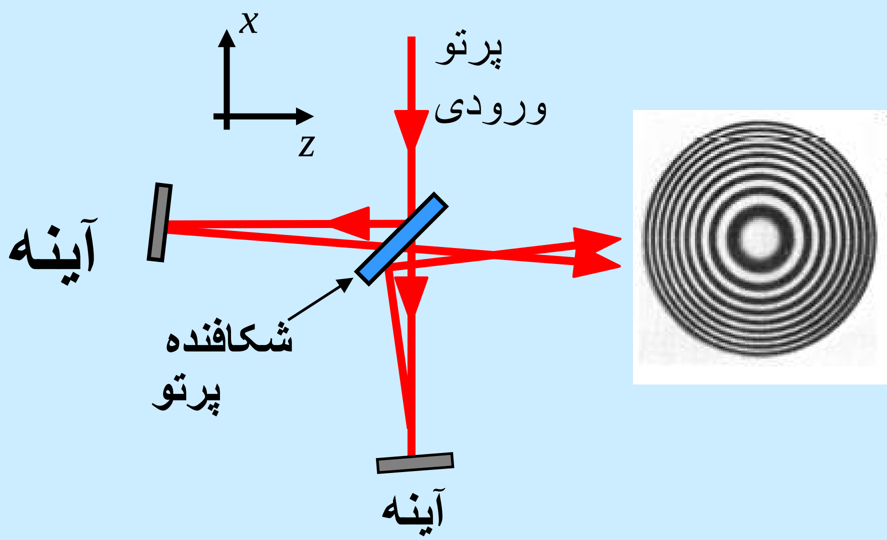
فریزهای مایکلسون



یک دستگاه فریزمتعارف که وقتی M_1 , M_2 کاملا برهم عمود نیستند درتلکسوپ T دیده می شود.

تداخل سنج مایکلسون و فریزهای تداخلی

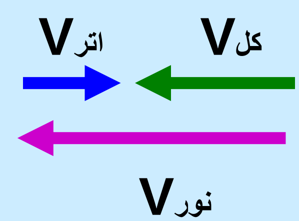
- بخاط داریدکه تداخل سنج مایکلسون فریزهای تداخلی ایجاد می کند.



چزئیات آ زمایش مایکلسون - مورلی

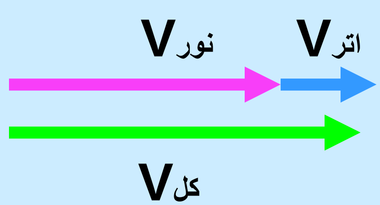
اگر نور برای انتشار به یک محیط نیاز داشته باشد دراین صورت سرعت آن بستگی به سرعت محیط خواهد داشت . بردارهای سرعت باهم جمع بردار می شوند:

سرعت ها پادموازی



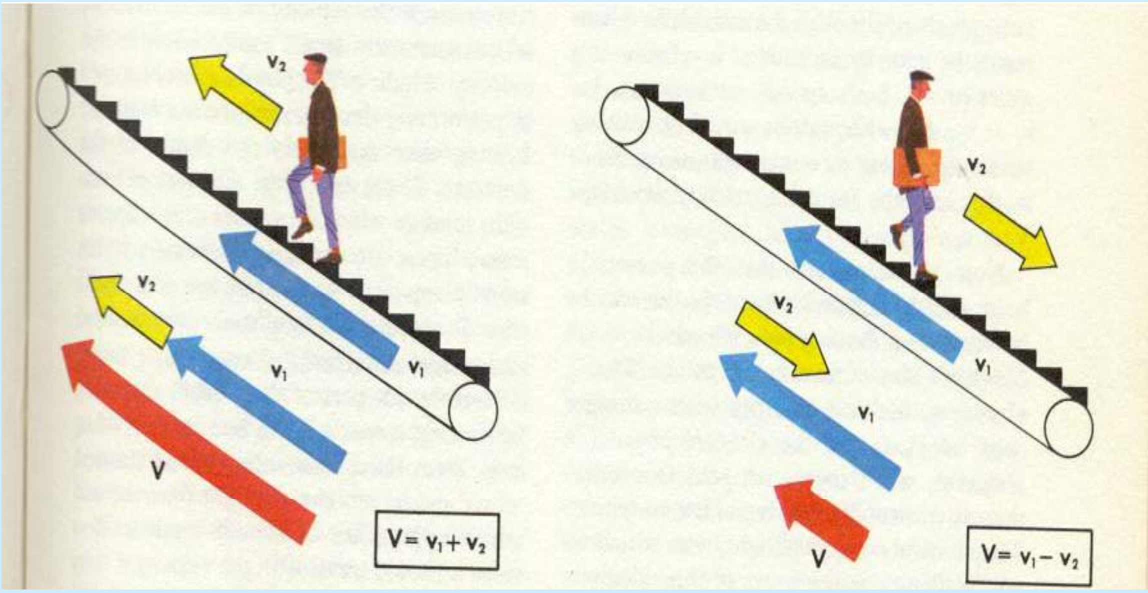
$$V_{\text{کل}} = V_{\text{نور}} - V_{\text{اتر}}$$

سرعت ها موازی



$$V_{\text{کل}} = V_{\text{نور}} + V_{\text{اتر}}$$

نسبی بودن سرعت

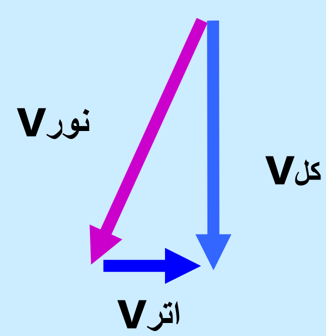


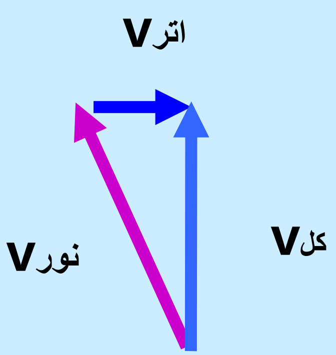
چزئیات آ زمایش مایکلسون - مورلی

در بازوی دیگر تداخل سنج ، سرعت کل باید عمود بوده و نو ر تحت زاویه منتشر شود:

سرعت عمود بعداز آینه

سرعت عمود بر آینه

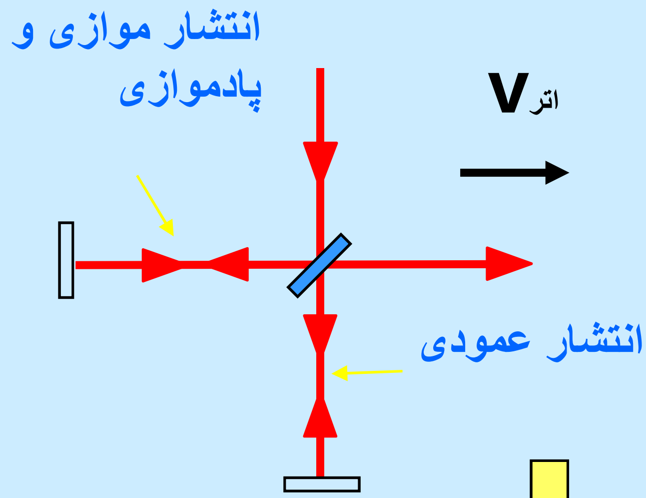




$$V_{\text{کل}} = \sqrt{V_{\text{نور}}^{2} - V_{\text{اتر}}^{2}}$$

جزئیات آزمایش مایکلسون - مورلی

اگر c سرعت نورو v سرعت اتر باشد..



$$\Delta t_{\parallel} = \frac{L}{c-\mathrm{v}} + \frac{L}{c+\mathrm{v}}$$

$$= \frac{L(c+\mathrm{v})}{c^2-\mathrm{v}^2} + \frac{L(c-\mathrm{v})}{c^2-\mathrm{v}^2}$$

$$= \frac{2Lc}{c^2-\mathrm{v}^2}$$

$$= \frac{2L}{c}\frac{1}{[1-\mathrm{v}^2/c^2]}$$

$$\Delta t_{\perp} = \frac{2L}{\sqrt{c^2-\mathrm{v}^2}}$$

$$= \frac{2L}{c}\frac{1}{\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2}}$$

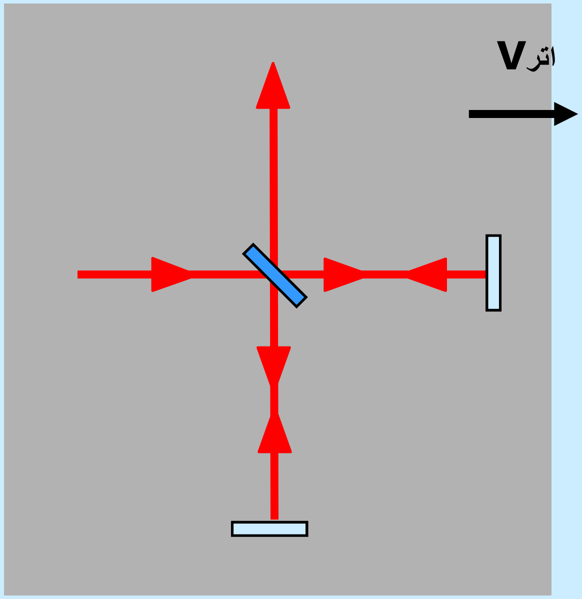
تاخیرها در دو بازو به روش متفاوتی به سرعت اتر بستگی دارند.

جزئیات آزمایش مایکلسون - مورلی

چون جهت سرعت اتر معلوم نبود مایکلسون و مورلی آزمایش را دوبار انجام دادند و این بار دستگاه را باندازه 90 درجه چرخاندند.

$$\Delta t_{\parallel} = \frac{2L}{c}\frac{1}{[1 - \mathrm{v}^2 / c^2]}$$

$$\Delta t_{\perp} = \frac{2L}{c}\frac{1}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2 / c^2}}$$



تاخیرها عوض شده و هرنوع انتقال نوار مخالف آزمایش اول خواهد بود. با چرخش 180 درجه به جستجو این انتقال نوار پرداختند.

تحلیل آزمایش مایکلسون - مورلی

$$\Delta t_{\parallel} = \frac{2L}{c}\frac{1}{[1 - \mathrm{v}^2 / c^2]} \qquad \Delta t_{\perp} = \frac{2L}{c}\frac{1}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2 / c^2}}$$

باچرخش دستگاه به اندازه 90 درجه طول مسیر نوری عوض شده و سبب تغییر مقابلی در زمان می شود . بنابراین اختلاف بین اختلاف مسیر ها برابر می شود با:

$$2\left(\Delta t_{\parallel} - \Delta t_{\perp}\right) = 2\frac{2L}{c}\left(\frac{1}{1 - \mathrm{v}^2 / c^2} - \frac{1}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2 / c^2}}\right)$$

بافرض: $\mathrm{v} << c$

$$\approx 2\frac{2L}{c}\left[\left(1 + \mathrm{v}^2 / c^2\right) - \left(1 + \mathrm{v}^2 / 2c^2\right)\right] = 2\frac{2L}{c}\frac{\mathrm{v}^2}{2c^2}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{2\left(\Delta t_{\parallel} - \Delta t_{\perp}\right) \approx 2L\frac{\mathrm{v}^2}{c^3}}$$

پیش بینی ازمایش مایکلسون – مورلی

بخاطر دارید که تغییر فاز برابر است

باحالضرب ω در تاخیر زمانی نسبی :

$$2\left(\Delta t_{\parallel} - \Delta t_{\perp}\right) \approx 2L\frac{\mathrm{v}^2}{c^3}$$

$$2\omega L\frac{\mathrm{v}^2}{c^3}$$

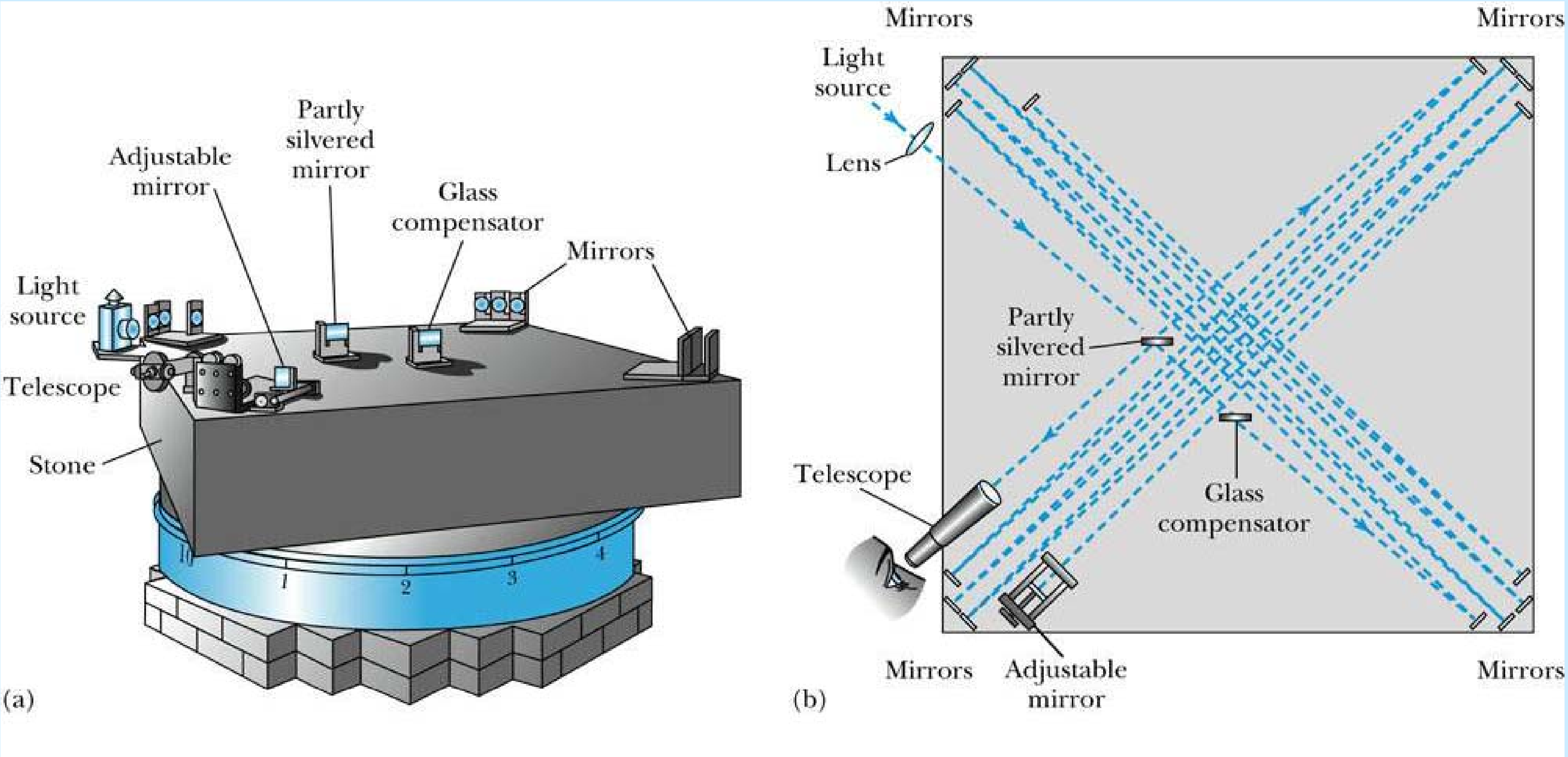
یا:

$$\boxed{4\pi\frac{L}{\lambda}\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}$$

- سرعت مدار زمین : $\mathrm{v} = 3 \times 10^4$ m/s
- طول بازوی تداخل سنج : $L = 1.2$ m
- لذا تفاوت زمانی برابر است با: 8×10^{-17} s
- برای نور مرئی انتقال فاز برابر است با: دوره 0.03 = 0.2 rad
- چون این تفاوت زمانی بسیار کوچک است بنابراین در محدوده آزمایش مایکلسون – مورلی برای نور مرئی باید انتقال فریزها را مشاهد ه کرد .

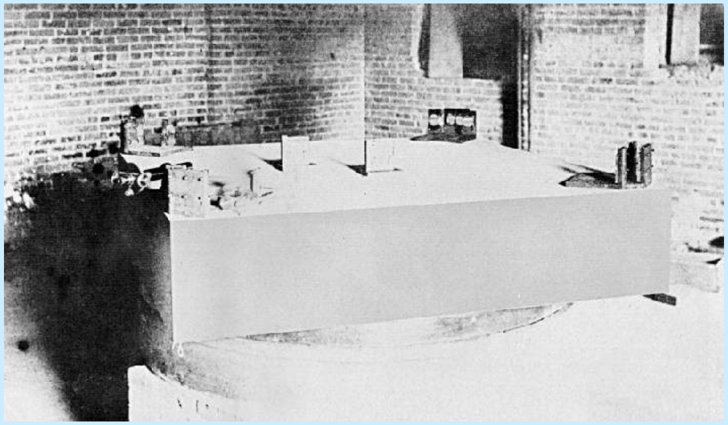
تجهیزات آزمایش مایکلسون - مورلی

برای افزایش طول هر بازو از آینه های متعدد مطابق شکل استفاده شد .

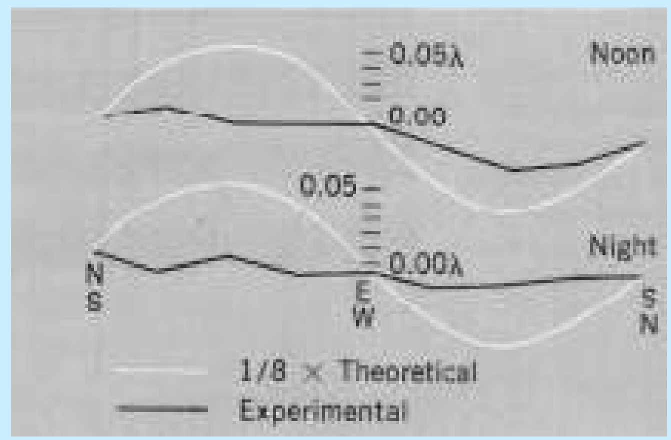


نتایج آزمایش مایکلسون - مورلی

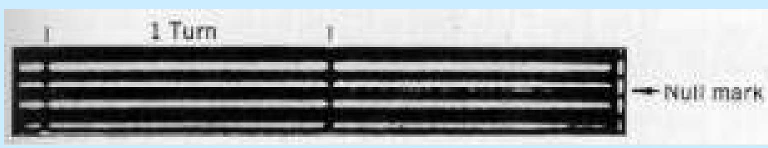
باچرخش تداخل سنج مایکلسون نسبت به سرعت اتر باید انتقال نوارهای تداخلی مشاهده شودولی چنین انتقالی در نوارها مشاهده نشد.



دستگاه مایکلسون



نتایج آزمایش مایکلسون – مورلی



با چرخش دستگاه تغییر در نوارهای تداخلی مشاهده نشد.

نتیجه گیری مایکلسون :

- فرضیه اتر ساکن مردود است .
- ***اتر وجود ندارد.!***
- ***جابه جایی فریزها همواره صفر بود(*** $\Delta N = 0$ ***) .***

آلبرت مایکلسون
(1852-1931)

ادوارد مورلی
(1838-1923)

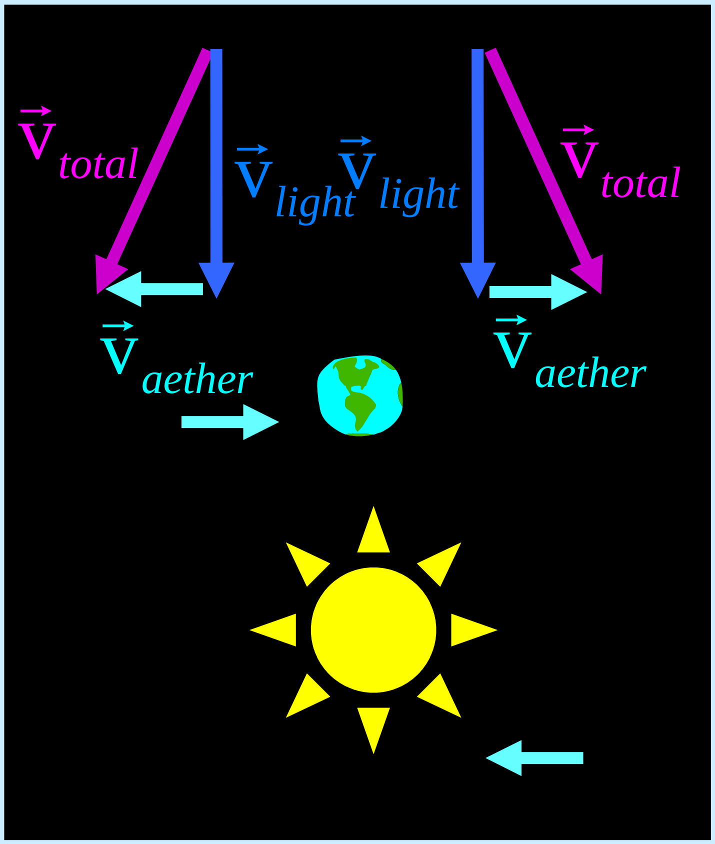
توضیحات ممکن برای نتیجه صفر آزمایش مایکلسون – مورلی

- **مهمترین توضیح برای نتیجه صفر آزمایش مایکلسون – مورلی فرضیه کشش اتری است .**

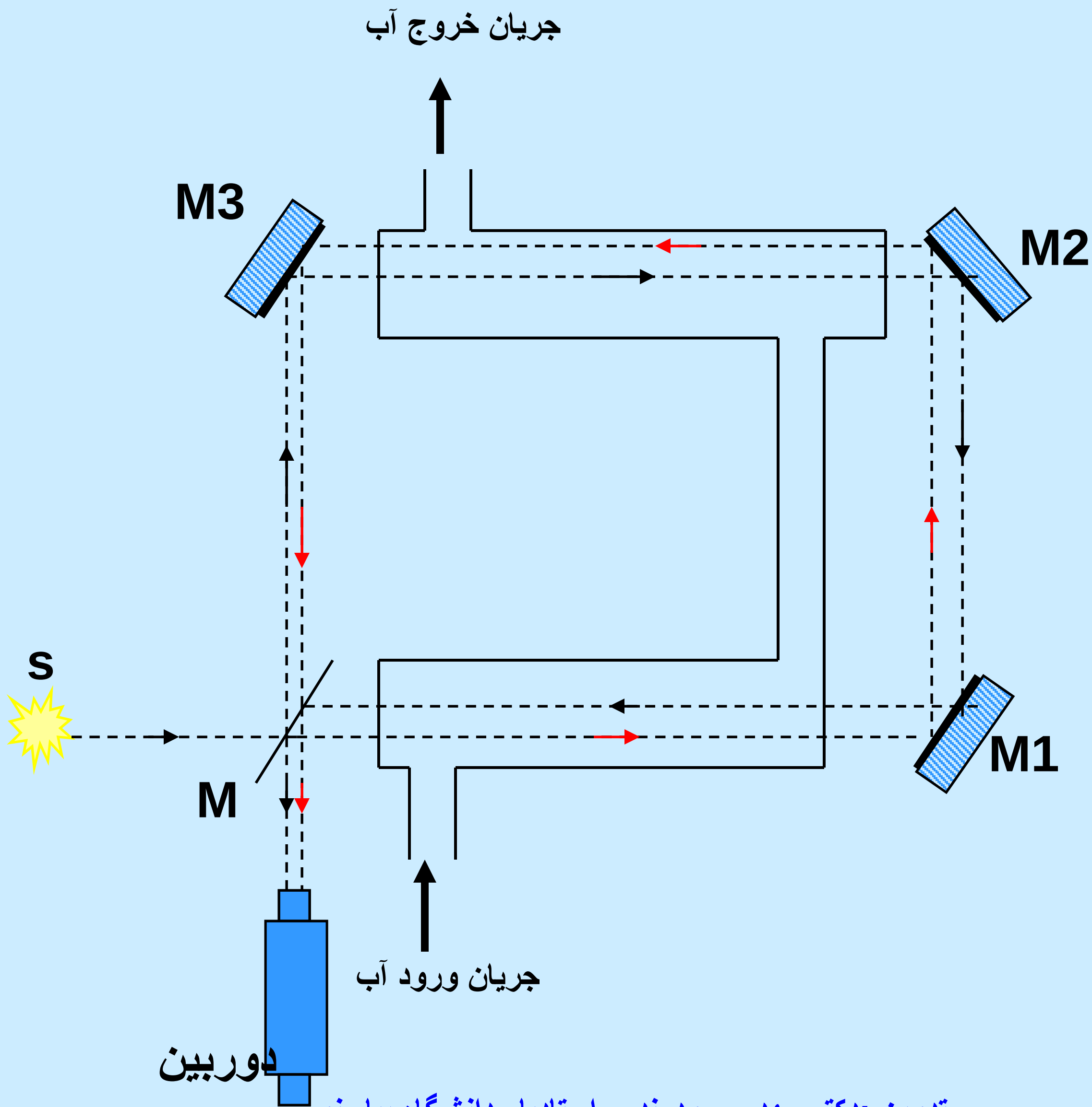
← طبق فرضیه کشش اتری ، زمین در ضمن حرکت بدور خورشید باید اتر را بدنبال خود بکشد. دو اثر:

1. آبیراهی ستاره ای
2. فرضیه همرفت فیزو

← این فرضده در تناقص بودند



آزمایش فیزو:



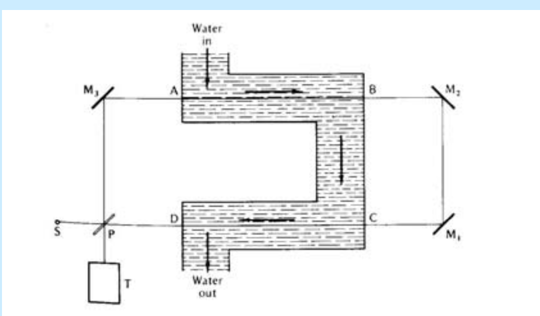
ادامه...

نور بعداز برخورد با آینه نیمه تراوای Mبه دو قسمت تقسیم می شود وبعداز طی مسیرهای مختلف عبورکرده ووارد دوربین می شود .یک باریکه نور همواره درجهت جریان آب و باریکه دیگر درجهت خلاف جریان آب عبور می کند.

سرعت نور در آب ساکن c/n و سرعت آب v_w است .فرنل سرعت نور v در محیطی باضریب شکست n که با سرعت v_w نسبت به ناظرحرکت می کند بارابطه زیر معرفی کرد:

$$v = \frac{c}{n} \pm v_w \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

ضریب داخل پرانتز ضریب کشش فرنل نامیده می شود.اندازه گیریهای فیزو بوسیله ازمایشی که طرح آن را دربالامی بینید تایید شد.



مثال :

درآزمایش فیزو اندازه گیریهای تقریبی پارامترهارابه صورت زیر بودند:

$$\ell = 1.5m \quad ,n = 1.33 \quad ,\lambda = 5.3\times10^{-7}m \quad ,v_w = 7m/s$$

فریزها یک جابه جایی معادل 0.23 یک فریز نسبت به حالت v_w مشاهده شد . ضریب کشش فرنل را حساب کنید.

$$t_1 = \frac{2\ell}{(\frac{c}{n}) - v_w d} \qquad ,t_2 = \frac{2\ell}{(\frac{c}{n}) + v_w d}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2\ell v_w d}{(\frac{c}{n})^2 - v_m^2 d^2} \approx \frac{4\ell n^2 v_w d}{c^2}$$

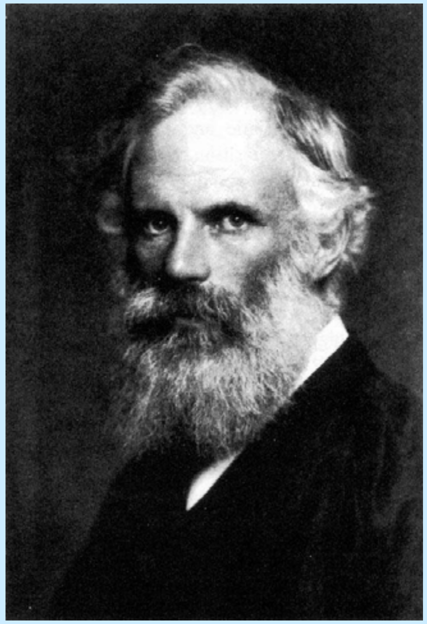
$$T = \frac{\lambda}{c} \qquad \Rightarrow \Delta N = \frac{\Delta t}{T} = \frac{4\ell n^2 v_w d}{\lambda c}$$

$$\boxed{d = \frac{\lambda c \Delta N}{4\ell n^2 v_w} = 0.47 \qquad , d = 1 - \frac{1}{n^2} = 0.44}$$

فرضیه انقباض لورنتس – فیتز جرالد

- لورنتس – فیتز جرالد برای توجیه نتیجه صفر آزمایش مایکلسون – مورلی و ابقای مفهوم چارچوب مرجع اتر این فرضیه را ارائه دادند که طبق آن اجسام در جهت حرکت خود نسبت به اتر ساکن ، به نسبت زیر منقبض می شوند:

هندریک لورنتس (1853-1928)



جورج فیتزجرالد (1851-1901)

$$\boxed{\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2}}$$

سرعت چارچوب

سرعت نور

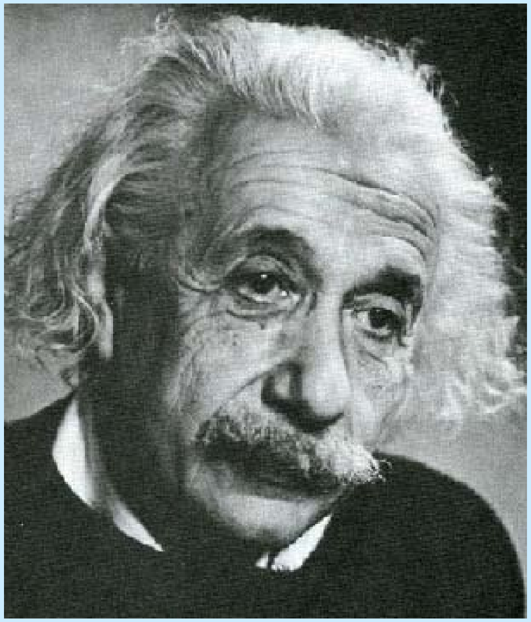
بنابراین:

$$\Delta t_{\parallel}=\frac{2L}{c}\frac{1}{[1-\mathrm{v}^2/c^2]}\rightarrow\frac{2L\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2}}{c}\frac{1}{[1-\mathrm{v}^2/c^2]}=\frac{2L}{c}\frac{1}{\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2}}=\Delta t_{\perp}$$

با مساوی کردن طول های مسیر تغییر فاز صفر میشود ولی دلیلی برای چنین انقباضی وجود ندارد.

فرضیه های انشتین:

- آلبرت انشتین دو ساله بود که مایکلسون – مورلی نتایج آزمایش خود را ارائه دادند.
- انشتین در سن 16 سالگی درمورد معادلات ماکسول در چارچوب های مرجع تعمق کرد.
- انشتین در سن 25 سالگی در سال1905 نظریه نسبیت خاص خود را ارائه نمود.
- این نظریه به آسانی آزمایش مایکلسون – مورلی را تحلیل می کرد.



Albert Einstein (1879-1955)

این نظریه رابطه جدیدی بین مکان و زمان ارائه نموده وطبق این نظریه قوانین نیوتون فقط یک تقریب است .

دونظریه انشتین :

- انشتین با قبول این عقیده که معادلات ماکسول باید در کلیه چاچوب ها ی لخت صادق باشد دو نظریه را ارائه داد:
- اصل نسبیت: قوانین فیزیک در تمام دستگاههای لخت یکسان هستند و هیچ دستگاه لخت مرجحی وجود ندارد.
- اصل ثابت بودن سرعت نور: در فضای تهی مقدار سرعت نور در تمام دستگاههای لخت یکسان و برابر با است c

آزمایش نهایی ؟!

برای تست نسبیت خاص باید با سرعت بسیار زیادی سیر کنیم و برگردیم .برای این کار به یک کشتی فضایی بسیار سریع نیاز داریم .چنین کشتی فضایی در خلیج Chesapeake درحال ساخت است.

فصل ۲

فصل دوم :سینماتیک نسبیتی

نسبیت همزمانی

معادلات تبدیل لورنتس

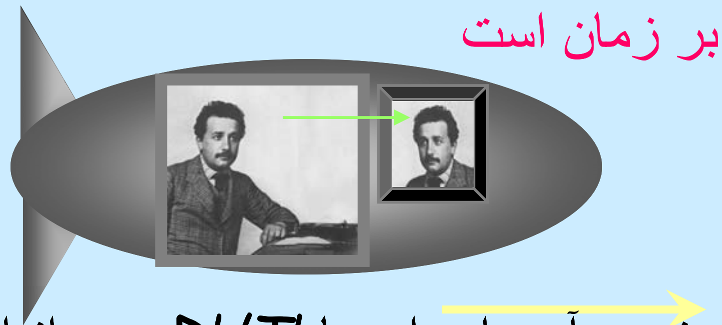
مقایسه طول های عمود بر حرکت نسبی

مقایسه طول های موازی با حرکت نسبی

جمع نسبیتی سرعتها

ابیراهی و اثردوپلر در نسبیت

زمان و فاصله مطلق نیستند

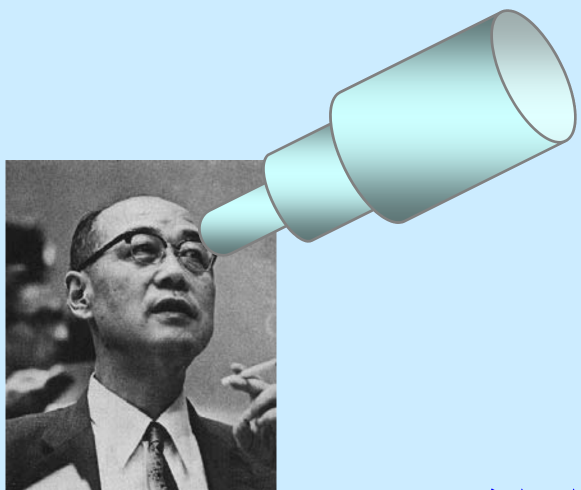


به خاطر داشته باشید که تندی نسبت مسافت تقسیم بر زمان است

انشتین مسافر سرعت نور را برابر با $c = D/T$ اندازه می گیرد.

ناظر روی زمین آن را برابر با $c = D'/T'$ اندازه می گیرد.

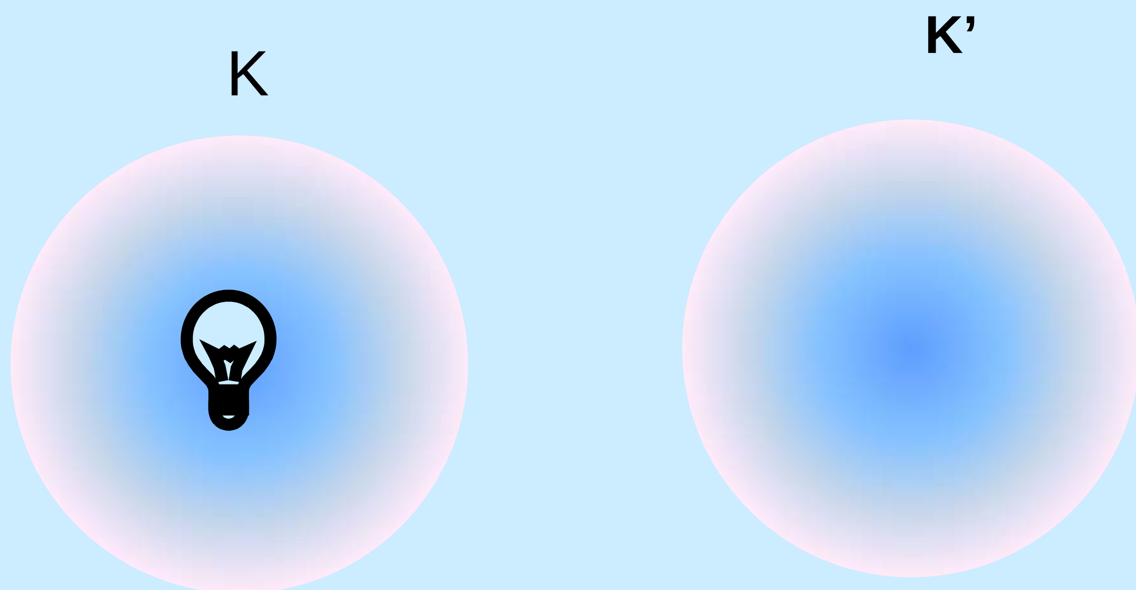
بنابراین سرعت نور c در هردو چارچوب یکسان است .



مسافت و زمان نسبت به ناظرهای مختلف متفاوت است!!

ثابت بودن سرعت نور:

- دوچارچوب ساکن **K** وچارچوب متحرک **K'** رادرنظر بگیرید..
- *درلحظه* $t = 0,$ مبدا دودستگاه برهم منطبق بوده و دستگاه **K'** بسوی راست در راستای محور x حرکت می کند .
- طبق فرضیه دوم انشتین باثابت بودن سرعت نور جبهه های موج در هر دو چارچوب کروی خواهد بود.



ثابت بودن سرعت نور با تبدیل گالیله سازگار نیست:

- جبهه امواج کروی در چارچوب K :

$$\boxed{x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2}$$

- جبهه امواج کروی در چارچوب K' :

$$\boxed{x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2t'^2}$$

- با توجه به تبدیل گالیله :

$$x' = x - \mathrm{v}t$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

جملات اضافی در چارچوب متحرک

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = (x^2 - 2x\mathrm{v}t + \mathrm{v}^2t^2) + y^2 + z^2 \neq c^2t'^2$$

نشان دهید که شکل معادله امواج الکترومغناطیسی :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}=0$$

$$\frac{\delta x'}{\delta x}=1 \quad , \frac{\delta x'}{\delta t}=-v \, , \frac{\delta x'}{\delta x}=\frac{\delta y'}{\delta y}=\frac{\delta z'}{\delta z}=1$$

$$\frac{\delta x'}{\delta y}=\frac{\delta x'}{\delta z}=\frac{\delta y'}{\delta x}=\frac{\delta t'}{\delta x}=\ldots=0$$

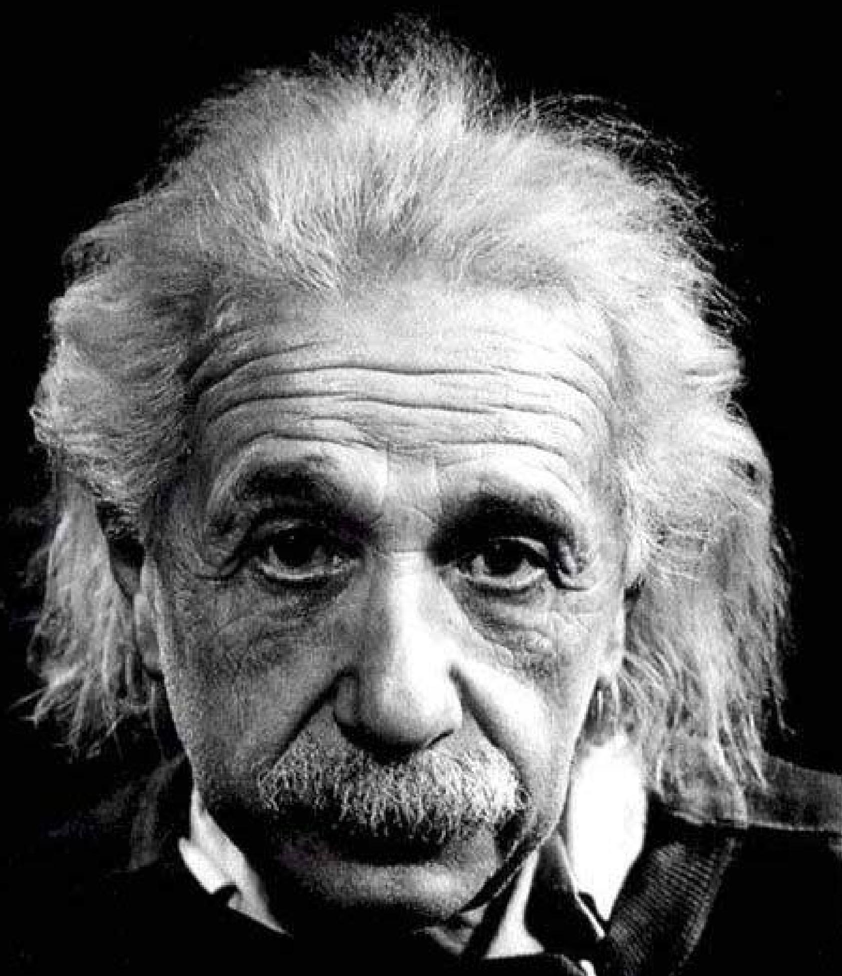
$$\frac{\delta \Phi}{\delta x}=\frac{\delta \Phi}{\delta x'}\frac{\delta x'}{\delta x}+\frac{\delta \Phi}{\delta y'}\frac{\delta y'}{\delta x}+\frac{\delta \Phi}{\delta z'}\frac{\delta z'}{\delta x}+\frac{\delta \Phi}{\delta t'}\frac{\delta t'}{\delta x}=\frac{\delta \Phi}{\delta x'} \quad , \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x'^2}$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}=\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y'^2} \qquad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}=\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z'^2}$$

$$\frac{\delta\Phi}{\delta t} = -v\,\frac{\delta\Phi}{\delta x'} + \frac{\delta\Phi}{\delta t'} \qquad \frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2\Phi}{\partial t'^2} - 2v\,\frac{\partial^2\Phi}{\partial x'\partial t'} + v^2\,\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z'^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial t'^2} + \frac{1}{c^2}\left(2v\,\frac{\partial^2\Phi}{\partial x'\partial t'} - v^2\,\frac{\partial^2\Phi}{\partial x'^2}\right) = 0$$

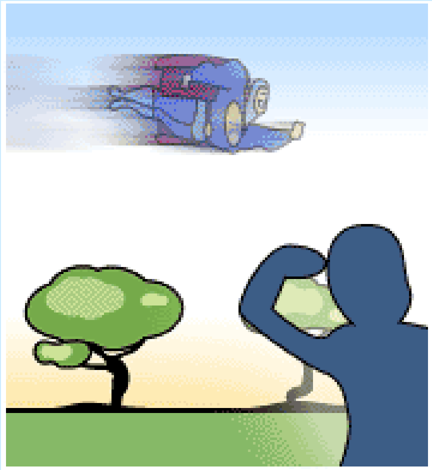
لذا معادله ناوردا نیست .



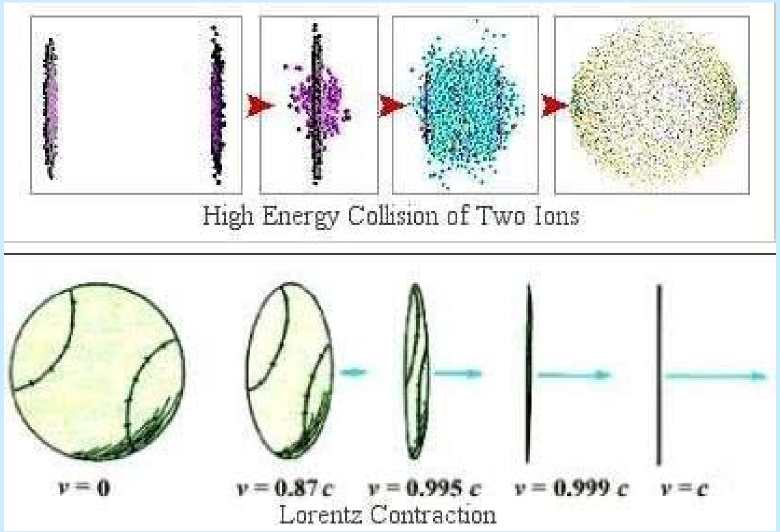
غیر قابل فهم ترین چیز در باره جهان این است که جهان اصولا” قابل درک است .

البرت انشتین

چه چیزهایی در چارچوب های مختلف یکسان نیست؟



• جدایی زمان و مکان



• سرعت ، شتاب و نیرو

• میدانهای الکتریکی و مغناطیسی

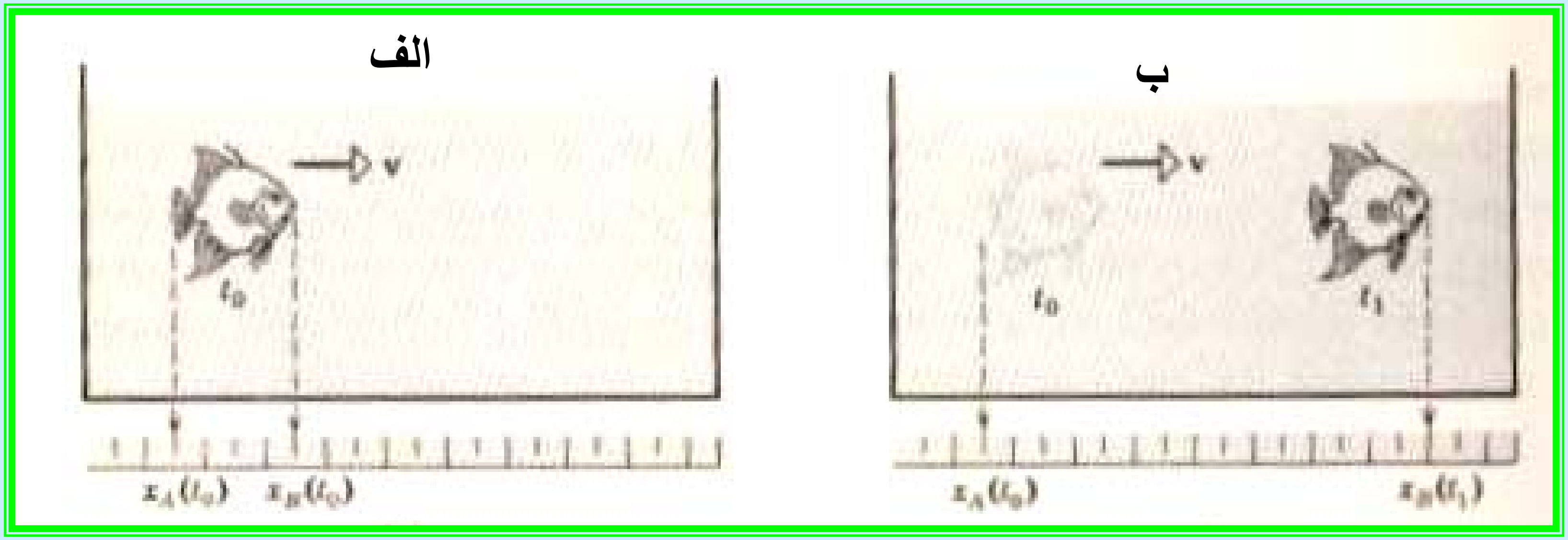
همزمانی در چارچوب های مختلف

جدایی زمانی درچارچوب های لخت مختلف یکسان نیست . دراین صورت می پرسیم که جدایی زمانی چه وقت یکسان است ؟

پاسخ این است که اگر حرکت نسبی بین چارچوب ها وجود نداشته باشد .

بنابراین درصورت وجود حرکت نسبی چارچوب ها ، جدایی های زمانی یکسان نخواهد بود . جدایی زمانی صفر که آنرا رویداد های همزمان می نامیم چه وقت واقعیت دارد ؟ این همزمانی وقتی وجود خواهد داشت که جدایی فضایی صفر باشد . یعنی ، دو رویداد در یک مکان از فضا روی دهند و یا در صفحه عمود برجهت حرکت باشند . دراین صورت جدایی زمانی در کلیه چارچوب های مرجع که در جهت تخاصی حرکت می کنند صفر خواهد بود

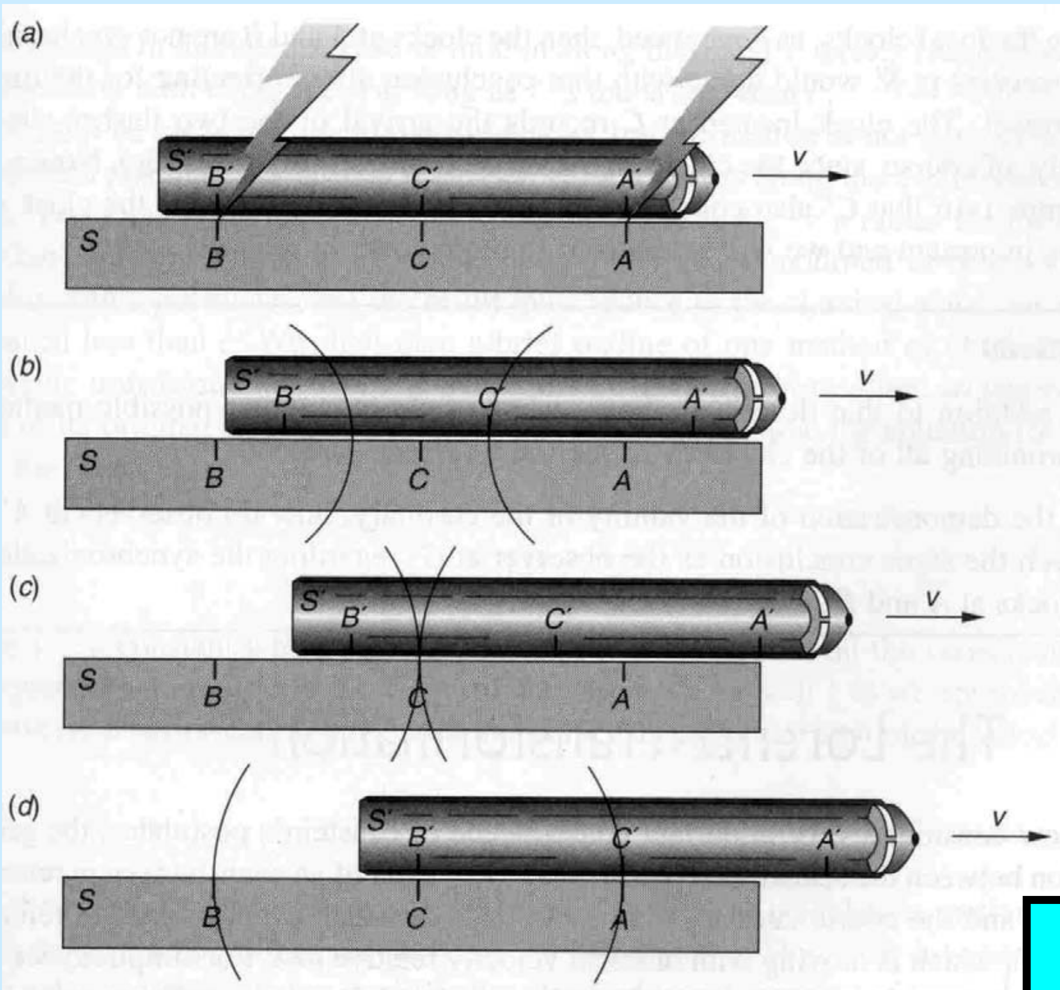
همزمانی



برای اندازه گیری طول بدن یک ماهی درحال شنا باید مکانهای دم و سر آن را به طور همزمان اندازه گیری کرد الف – نه درزمانهای دلخواه ب

بازه های زمانی : رویدادهای همزمان

- دورویداد همزمان در یک چارچوب لخت در هر چارچوب دیگری که نسبت به چارچوب اول درحرکت نسبی است همزمان نیستند.



دوجرقه در A,B

جرقه راست ابتدا در C' دیده می شود

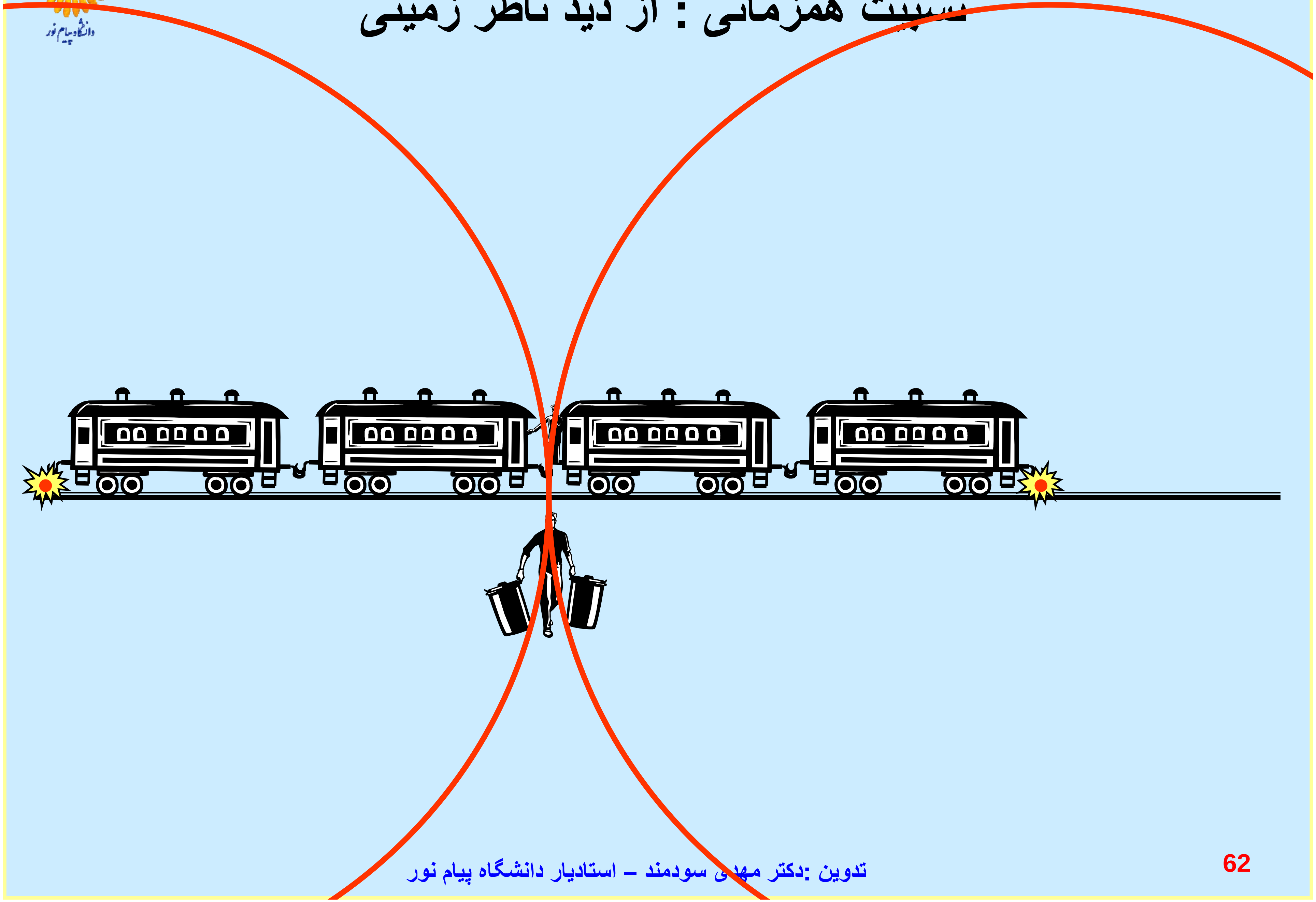
دوجرقه همزمان در C دیده می شوند

جرقه چپ سپس در C' دیده می شود

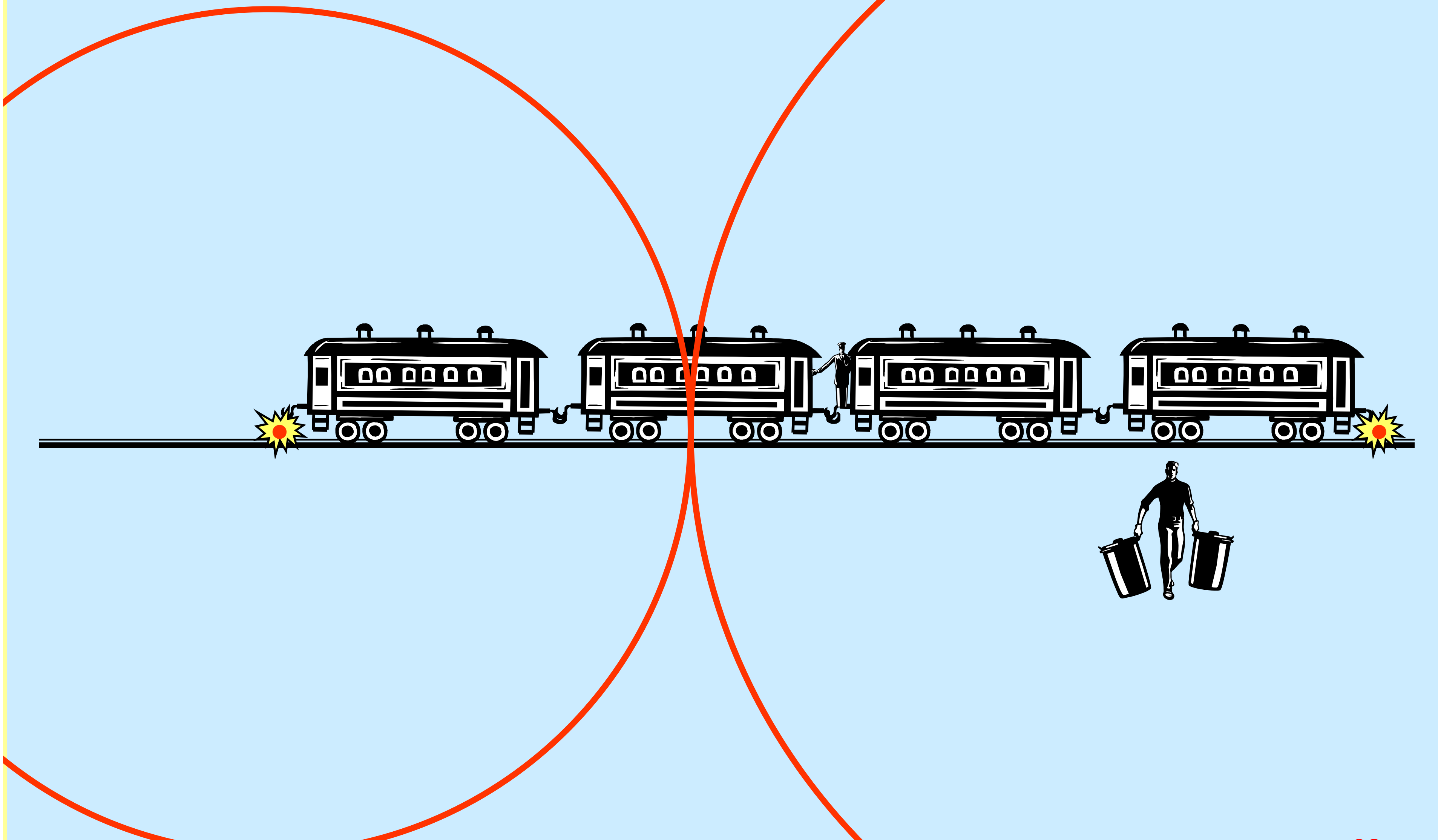
چارچوب S : دوجرقه هم زمان

چارچوب S' : ابتدا جرقه راست دیده می شود

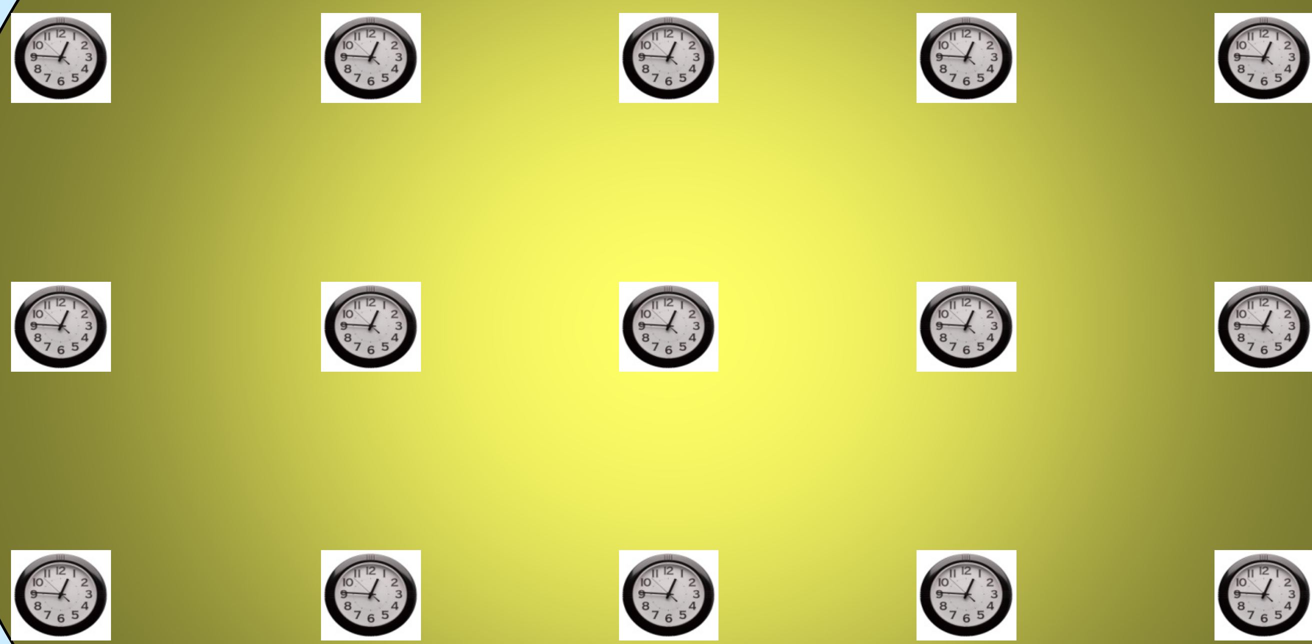
نسبیت همزمانی : از دید ناظر زمینی



نسبیت همزمانی : قطار انشتین:از دید قطار



همزمان کردن ساعتها



روش همزمان کردن ساعت ها:

برای اینکه کلیه ساعت ها زمان یکسانی را نشان دهند یعنی، همزمان باشند اینگونه عمل کنید:

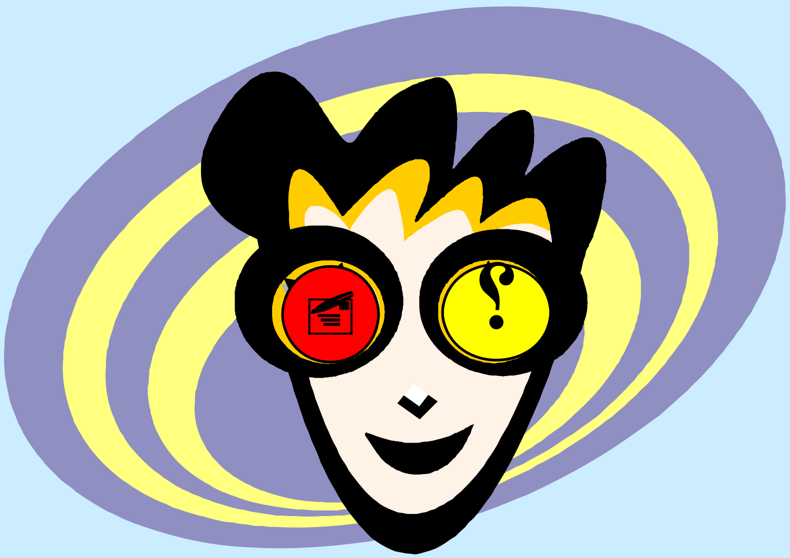
ساعت ها را بوسیله علائمی که با سرعت نورحرکت می کنند (رادیوئی ، نوری ، میکروموج و...) همزمان کنید.

زمان متناهی لازم برای انتقال علامت را بحساب آورید.

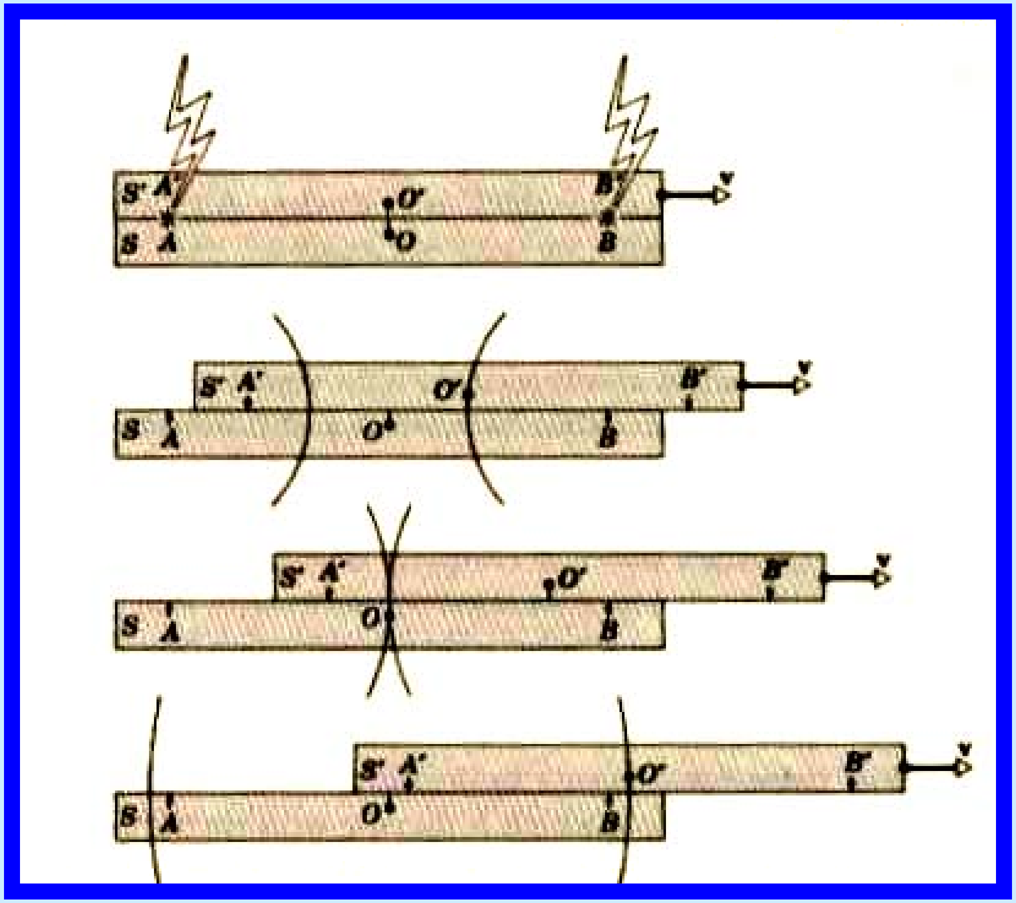
درحالی که ساعت مرجع را روی صفر قرار می دهید علامتی را به ساعت بعدی که به فاصله L از آن قرار دارد بفرستیدوآن ساعت را روی زمان $t = \frac{L}{c}$ تنظیم کنید.

همین کار را برای کلیه ساعتها تکرار کنید . دراین صورت ساعت ها هم زمان خواهند شد.

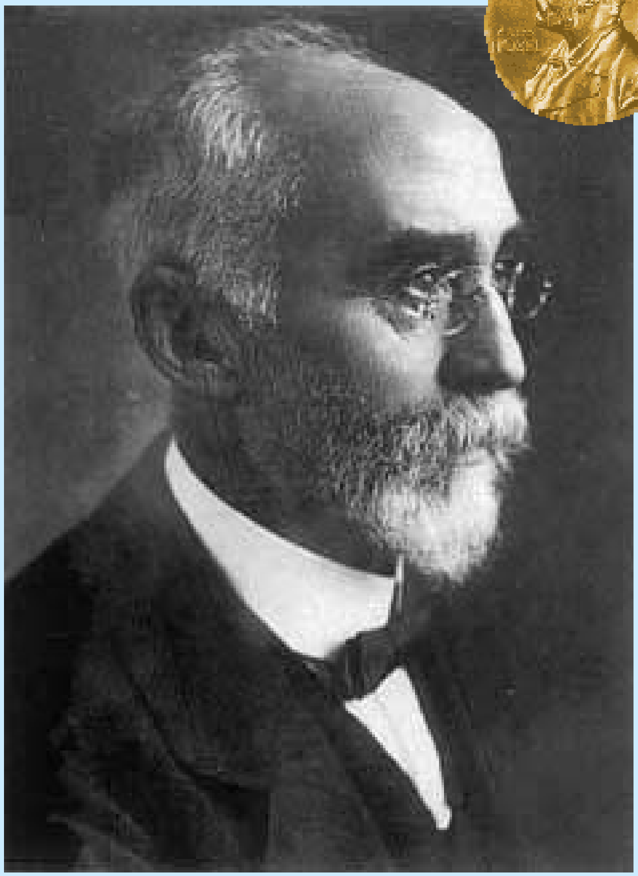
یک سئوال- فرض کنید که دو رویداد درفواصل مساوی از یک ناظر روی دهند . فرض کنید که ناظر حکم زیر را به عنوان تعریف همزمانی بپذیرد:
" دورویداد همزمان هستند اگر علامتهای نوری ای که از هریک از رویدادها گسیل می شود دریک لحظه به ناظر برسند"""
نشان دهید که مطابق این تعریف اگر ناظر پی ببرد که دو رویداد همزمان هستند دراین صورت ناظر دیگری که نسبت به ناظر اول حرکت می کند عموماآن دو رویداد را ناهمزمان می یابد.



به شکل زیر توجه کنید .تپ های نوری بطور همزمان به ناظر o می رسند درحالی که زمان رسیدن آنها به ناظر 'o همزمان نیست.



تبدیلات لورنتس



انشتین با استفاده از تبدیلات لورنتس نشان داد که چگونه اندازه گیریهای زمان و مکان تحت تاثیر حرکت چارچوب های مرجع قرار می گیرد.

این تبدیلات برای نخستین بار بتوسط همکار او اچ.ای. لورنتس (1853-1928) درسال 1904 ارائه شد تانشان دهد که چگونه فورمولهای الکترومغناطیس در کلیه چارچوب هایی که به طور یکنواخت نسبت به هم حرکت می کنند یکسان است .

انشتین نخستین کسی بود که به اهمیت این موضوع پی برد.

تحت چه تبدیلی معادله موج الکترومغناطیسی ناوردا است ؟

- تحت چه تبدیلی جبهه های موج در دو چارچوب کروی می ماند؟

- فرض کنید که این تبدیل $x' = \gamma (x - vt)$ باشد بطوریکه $x = \gamma' (x' + vt')$, که γ هر ضریبی می تواند باشد.

- مطابق فرضیه اول انشتین $\gamma' = \gamma$:

- جبهه طول موج در راستای -x' ومحور x باید در روابط $x' = ct'$ و $x = ct$ صدق کنند

- بنابراین $ct' = \gamma (ct - vt)$ یا $t' = \gamma t (1 - v/c)$

- و $ct = \gamma' (ct' + vt')$ یا $t = \gamma' t' (1 + v/c)$

- باجاگذاری t در: $t' = \gamma t (1 - v/c)$

$$t' = \gamma^2 t' \left(1 - \frac{v}{c}\right)\left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

$$\boxed{\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\text{v}^2/c^2}}$$

▪چند خاصت γ :

$$1-\frac{\text{v}^2}{c^2}=\frac{1}{\gamma^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\text{v}^2}{c^2}=1-\frac{1}{\gamma^2}$$

اگر سرعت کوچک باشد:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\text{v}^2/c^2}} \approx \frac{1}{1-\frac{1}{2}\text{v}^2/c^2} \approx 1+\tfrac{1}{2}\text{v}^2/c^2$$

$$\gamma \approx 1+\tfrac{1}{2}\text{v}^2/c^2$$

پیدا کردن تبدیلی برای t' :

اکنون $x' = \gamma\,(x - \mathrm{v}\,t)$ را در $x = \gamma\,(x' + \mathrm{v}\,t')$ قرار دهید :

- $x = \gamma\,[\gamma\,(x - \mathrm{v}\,t) + \mathrm{v}\,t']$
- با حل معادله برحسب t' خواهیم داشت : $x - \gamma^2\,(x - \mathrm{v}\,t) = \gamma\,\mathrm{v}\,t'$
- یا : $t' = x/\gamma\,\mathrm{v} - \gamma\,(x/\mathrm{v} - t)$
- یا : $t' = \gamma t + x/\gamma\,\mathrm{v} - \gamma\,x/\mathrm{v}$
- یا : $t' = \gamma t + (\gamma x/\mathrm{v})\,(1/\gamma^2 - 1)$
- یا: $1/\gamma^2 - 1 = -\mathrm{v}^2/c^2$

$$\boxed{t' = \gamma(t - \mathrm{v}x/c^2)}$$

معادلات تبدیل لورنتس :

$$x' = \frac{x - \mathrm{v}t}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2 / c^2}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \mathrm{v}x / c^2}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2 / c^2}}$$

بادستکاری جبری معادلات مستقیم لورنتس ، معادلات عکس لورنتس را بدست آورید.

پاسخ:

$$x' = \gamma(x - vt) \qquad \Rightarrow x = \frac{x'}{\gamma} + vt$$

$$t' = \gamma(t - \frac{vx}{c^2}) \qquad \Rightarrow t = \frac{t'}{\gamma} + \frac{vx}{c^2}$$

$$x = \frac{x'}{\gamma} + \frac{vt'}{\gamma} + \frac{v^2 x}{c^2} \qquad \Rightarrow x = \frac{1}{1 - \frac{v}{c^2}}\left(\frac{x' + vt'}{\gamma}\right) = \gamma(x' + vt')$$

$$t = \frac{t'}{\gamma} + \frac{\gamma v x'}{c^2} + \frac{\gamma v^2 t'}{c^2} = \gamma\left[t'\left(\frac{1}{\gamma^2} + \frac{v^2}{c^2}\right) + \frac{vx'}{c^2}\right] = \gamma\left(t' + \frac{vx'}{c^2}\right)$$

مثال- درلحظه $t=t'=0$ درچارچوب s جبهه موج کروی نورباسرعت c منتشر می شود .نشان دهید ناظرین درچارچوب s’ که باسرعت v نسبت به چارچوب s حرکت می کند ولی جبهه های کروی موج نور از نقطه o’ به بیرون انتشار پیدا می کند.

پاسخ:

$$x^2+y^2+z^2=c^2t^2$$

$$\left[\frac{x'+vt'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right]^2+(y')^2+(z')^2=c^2\left[\frac{t+\left(\frac{vx'}{c^2}\right)}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right]$$

$$(x')^2+(y')^2+(z')^2=c^2(t')^2$$

مثال – در چارچوب s درمختصات فضا –زمان $x=100km$,
$y=10km, z=1km, t=0.5ms$ موج نوری منتشرمی شود.
درچارچوب s' که باسرعت $0.8c$ درراستای محور xx' حرکت می کند ناظرین چه مختصاتی را اندازه می گیرند.

پاسخ:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{100km - (-0.8 \times 3 \times 10^5 km/s)(5 \times 10^{-5} s)}{\sqrt{1 - 0.8^2}} = 376km$$

$$t' = \frac{t - (\frac{v}{c^2})x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{5 \times 10^{-4} s[(-0.8)(100km)]/(3 \times 10^5 km/s)}{\sqrt{1 - 0.8^2}} = 1.28ms$$

$$y' = y = 10km \qquad , \; z' = z = 1km$$

معادلات تبدیل لورنتس :

شکل متقارن تر معادلات:

$$x' = \gamma(x - \beta ct)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma(t - \beta x / c)$$

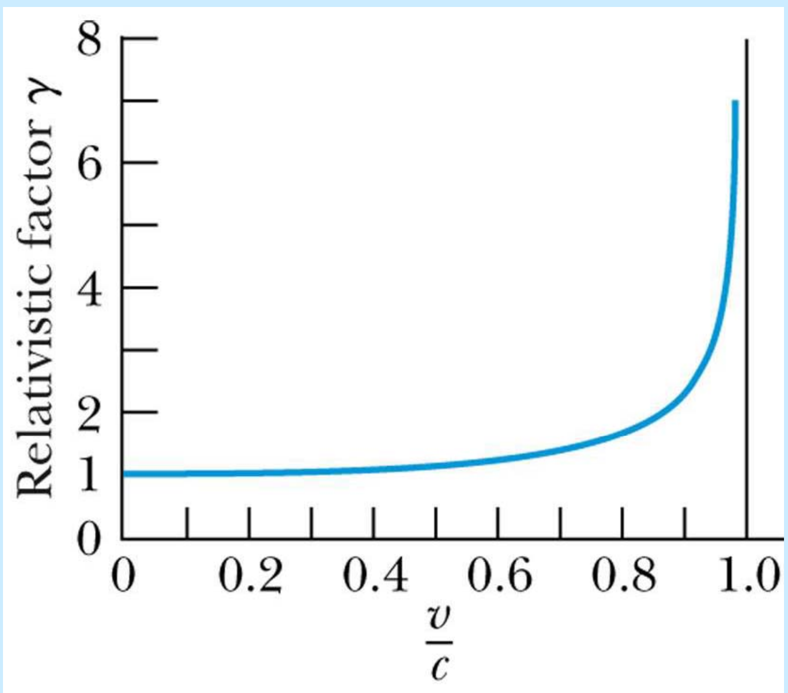
$$\beta = \mathrm{v} / c$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2 / c^2}}$$

خواص γ

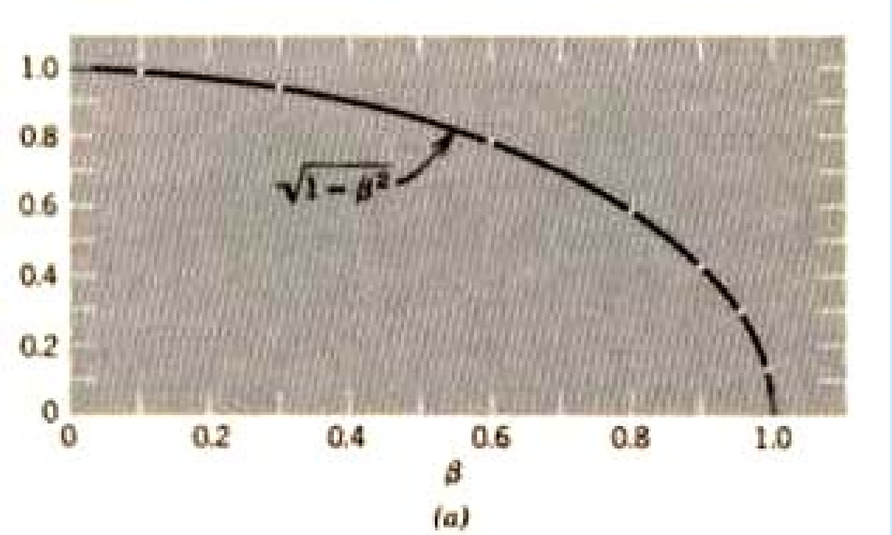
- بخاط دارید که برای کلیه ناظرین $\beta = v / c < 1$ است.

Γمساوی 1 است اگر v = 0 باشد.
بطور عمومی :



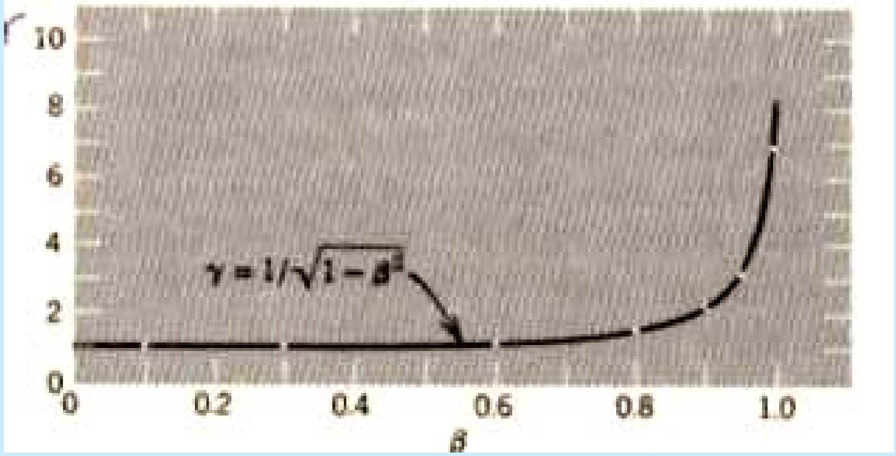
$$\gamma \ge 1$$

منحنی γ برحسب β:
توجه کنید که(v < c)



الف – منحنی $\sqrt{1-\beta^2}$ برحسب
تابعی از

β



ب- منحنی $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ برحسب
تابعی از β

تبدیلات کامل لورنتس :

$$x' = \frac{x - \mathrm{v}t}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2 / c^2}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \mathrm{v}x / c^2}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2 / c^2}}$$

$$x = \frac{x' + \mathrm{v}t'}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2 / c^2}}$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = \frac{t' + \mathrm{v}x' / c^2}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2 / c^2}}$$

تبدیل سرعت لورنتس :
ازتبدیلات مختصات لورنتس دیفرانسیل بگیرید:
مولفه x :

$$dx' = \frac{dx - vdt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad , \quad dt' = \frac{dt - \frac{v}{c^2}dx}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\Rightarrow u'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx - vdt}{dt - \frac{v}{c^2}dx} = \frac{\frac{dx}{dt} - v}{1 - \frac{v}{c^2}\frac{dx}{dt}}$$

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c^2}u_x}$$

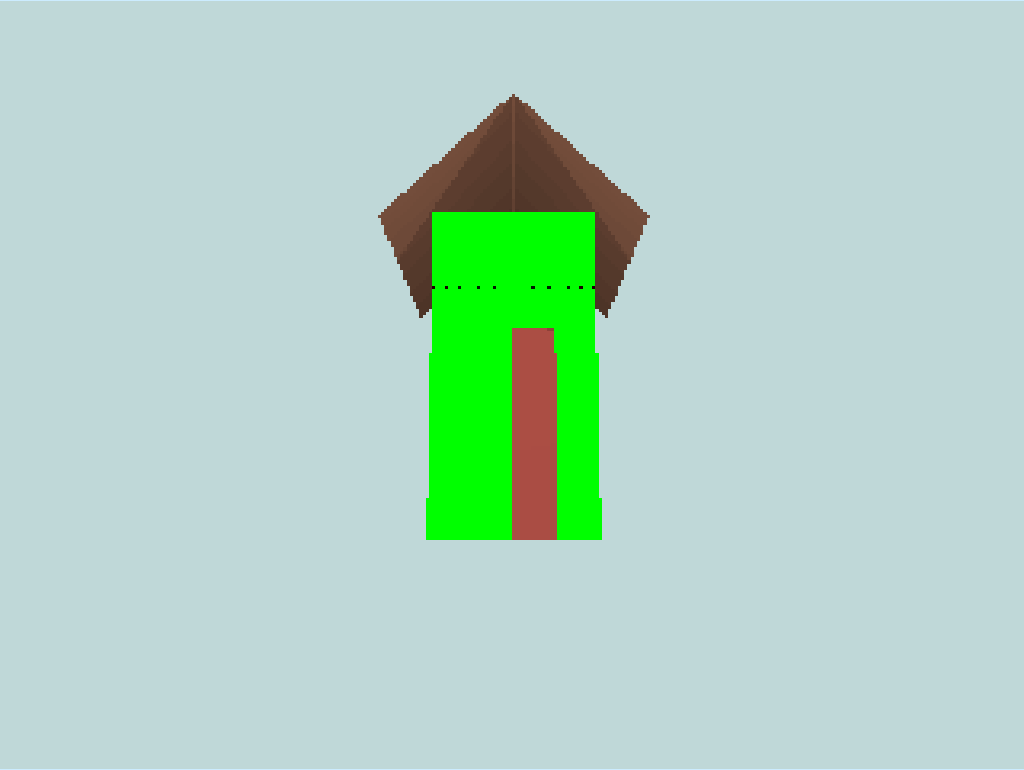
وبه همین ترتیب :

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c^2} u_x} \qquad u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{v}{c^2} u_x}$$

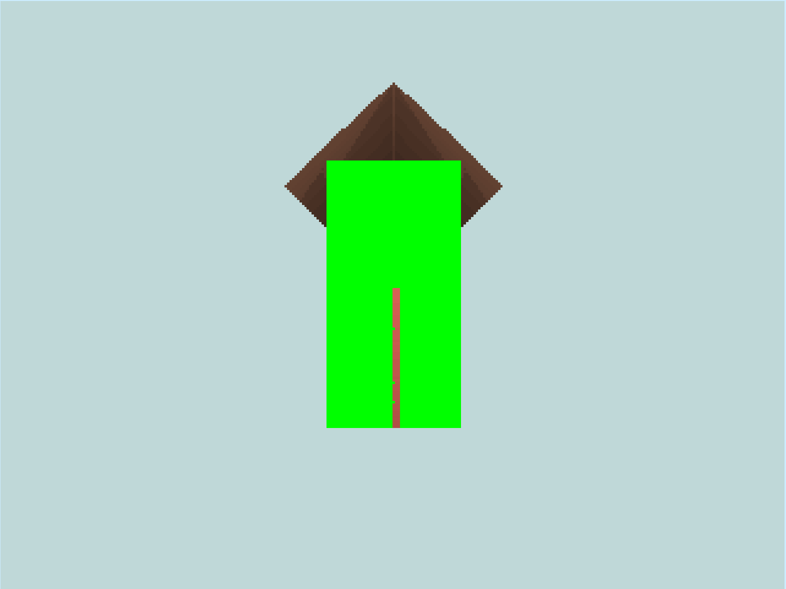
$$u'_y = \frac{u_y \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c^2} u_x} \qquad u_y = \frac{u'_y \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{v}{c^2} u'_x}$$

$$u'_z = \frac{u_z \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c^2} u_x} \qquad u'_z = \frac{u_z \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{v}{c^2} u_x}$$

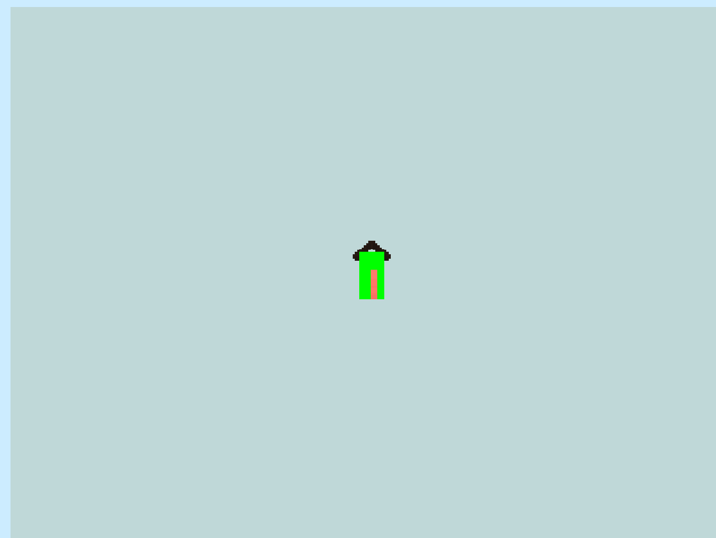
مشاهده یک خانه درسرعت های معمولی



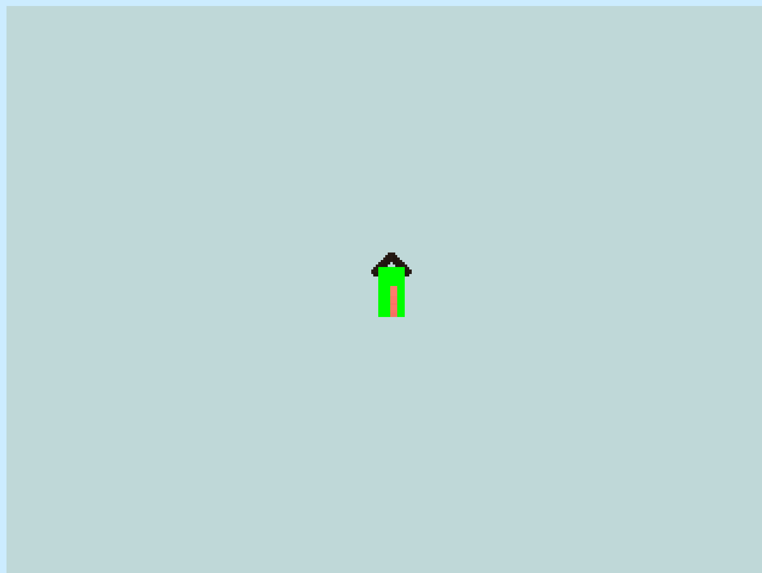
پرواز درکناریا بسوی یک خانه باسرعت 50درصدسرعت نور



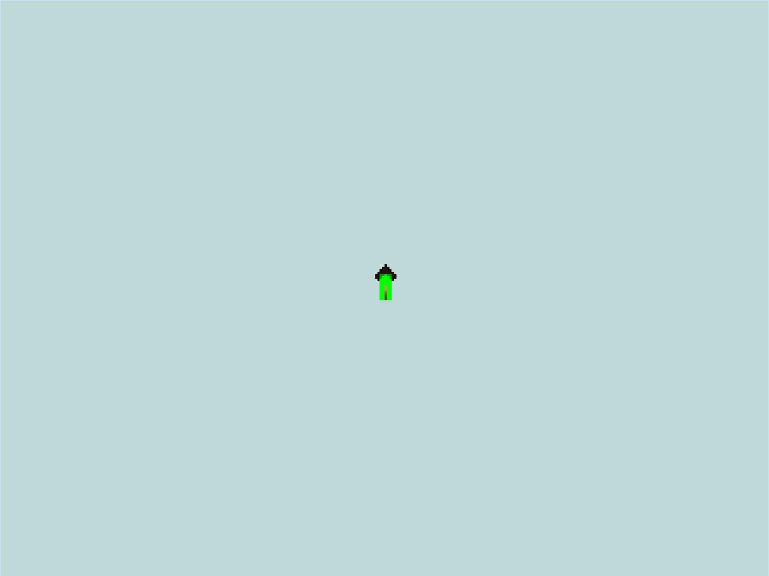
پرواز درکنار ویابسوی یک خانه باسرعت 90%/99% سرعت نور



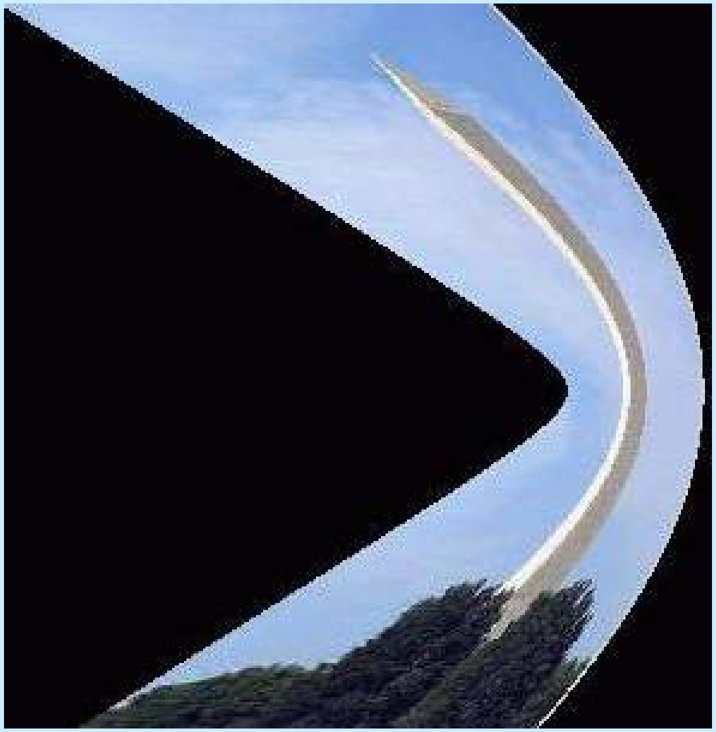
پرواز بسوی یک خانه با سرعت 99درصد سرعت نور



پرواز درکناریا بسوی یک خانه با سرعت 99.9% سرعت نور



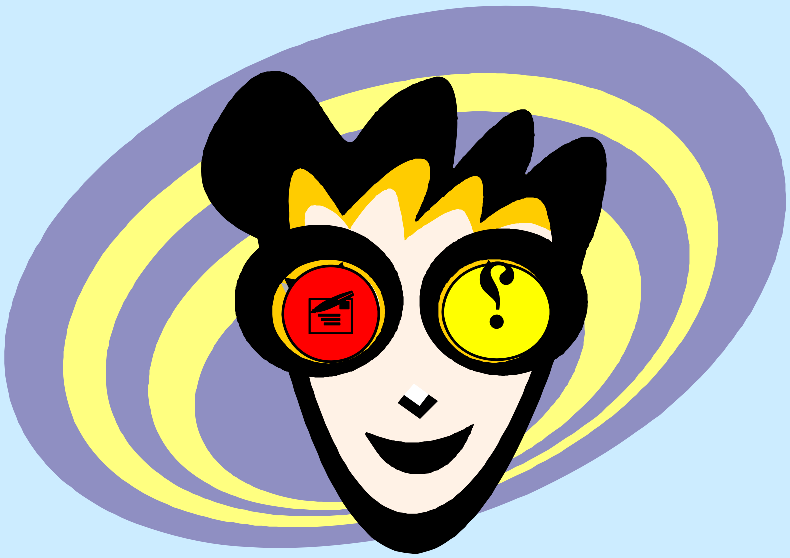
مشاهده یک ساختمان بلند درواشنگتن با سرعت ها ی نسبیتی



پرواز 602 میلیون مایل درساعت

ایستاده درکنار

مثال – ازدید ناظر o،ذره ای باسرعت 0.8c در امتداد 30 درجه نسبت به محور x حرکت می کند. سرعت ذره ادید ناظر دوم o’ که با سرعت -0.6c درامتداد محورمشترک x-x’ حرکت می کند چقدراست ؟



پاسخ :

$$u_y=(0.8c)\sin 30=0.4c$$

$$u_x=(0.8c)\cos 30=0.693c$$

$$u'_x=\frac{u_x-v}{1-\frac{v}{c^2}u_x}=\frac{0.693c-(-0.6c)}{1-\frac{(-0.6c)}{c^2}(0.693c)}=0.913c$$

$$u'_y=\frac{u_y\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1-\frac{v}{c^2}u_x}=\frac{(0.4c)\sqrt{1-(0.6)^2}}{1-\frac{(-0.6c)}{c^2}}=0.226c$$

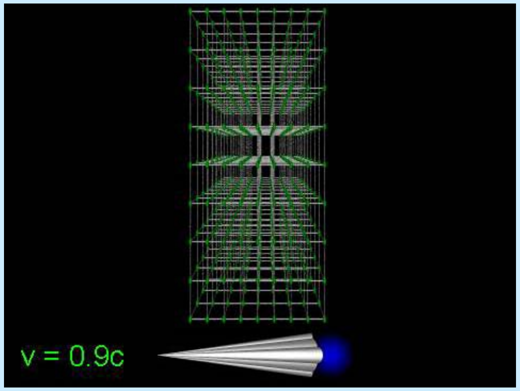
$$u'=\sqrt{u'^2_x+u'^2_y}=\sqrt{(0.193c)^2+(0.226c)^2}=0.931c$$

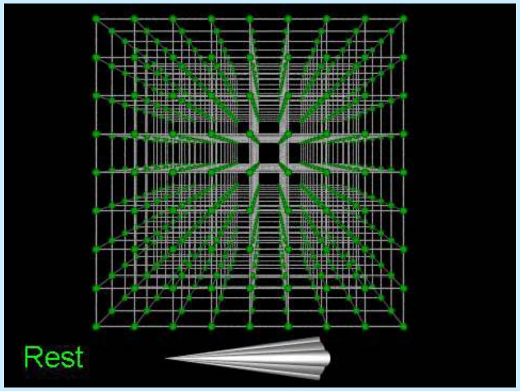
$$\tan\varphi'=\frac{u'_y}{u'_x}=\frac{0.226c}{0.913c}=0.248 \quad\Rightarrow\quad \varphi'=13.9\circ$$

چند نتیجه از معادلات لورنتس :

ا- طول یک جسم وقتی که نسبت به ناظر ساکن باشد بیشترین مقدار را داردووقتی با سرعت **v** نسبت به ناظر حرکت می کند طول اندازه گیری شده آن در جهت حرکتش با عامل $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ منقبض می شود. درصورتی که ابعاد در جهت عمود برآن بدون تغییر می ماند

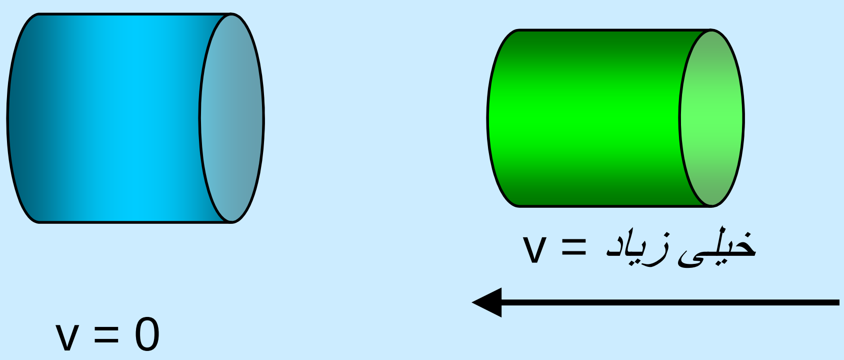
2-یک ساعت وقتی نسبت به ناظر ساکن است تندتر از همیشه کارمی کندو وقتی با سرعت **v** نسبت به ناظر حرکت می کند آهنگ کار آن با عامل $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ کند می شود.





بعد عرضی تغییر نمی کند!

- انقباض لورنتس فقط در جهت عرضی؛ یعنی درامتداد حرکت ، صورت می گیرد .
- اندازه عرضی تغییرنمی کند!
- به شکل زیر توجه کنید:



همزمانی رویدادها درصفحه قائم:

- رویدادهایی که روی لبه استوانه سبز همزمان هستند روی لبه استوانه آبی نیز همزمان هستند.
- به علت تقارن ، هیچ جهت ارجحی در فضا وجود ندارد و فضا ایزوتروپیک است .
- عدم انقباض لورنتس در بعد عرضی با همزمانی رویدادها در بعد عرضی همبسته است همانگوه که انقباض طولی با همزمانی نسبیتی همبسته است.

آزمایشات Gedanken ذهنی :

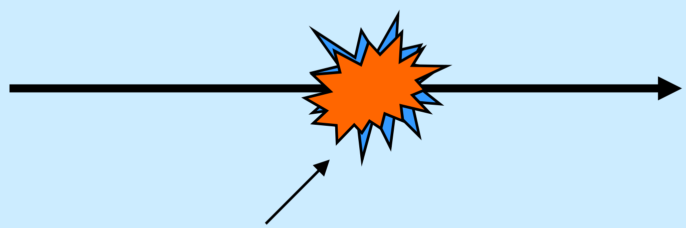
آزمایشات ذهنی

برای تست نظریه های انشتین به سرعت های بسیار زیاد که فعلا دسترسی به آنها ممکن نیست از آزمایشات دهنی که انشتین آنرا **Gedanken** می نامید استفاده می شود.

انشتین جوان

زمان ویژه

- برای اندازه گیری زمان بهتر است از زمان ویژه استفاده کنیم .
- زمان ویژه T_0, زمان بین دو پیشامداست که در یک مکان و بوسیله ساعتی که در آن مکان قرار داده شده است اندازه گیری می شود.



دو رویداد در یک مکان

اتساع زمان

- فرض می کنیم که زمان دو انفجار در دستگاه متحرک K' برابر با t_2' و t_1' اندازه گیری شده باشد دراین صورت طبق تبدیل لورنتس :

$$T' = t_2' - t_1' = \frac{(t_2 - t_1) - (\mathrm{v}/c^2)\cancel{(x_2 - x_1)}}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}}$$

$$x_1' \neq x_2'$$

در دستگاه در حال سکونK , $x_2 - x_1 = 0$ بازه زمانی بین این دو رویداد
است: $T_0 = t_2 - t_1$, لذا:

$$\boxed{T' = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}}}$$

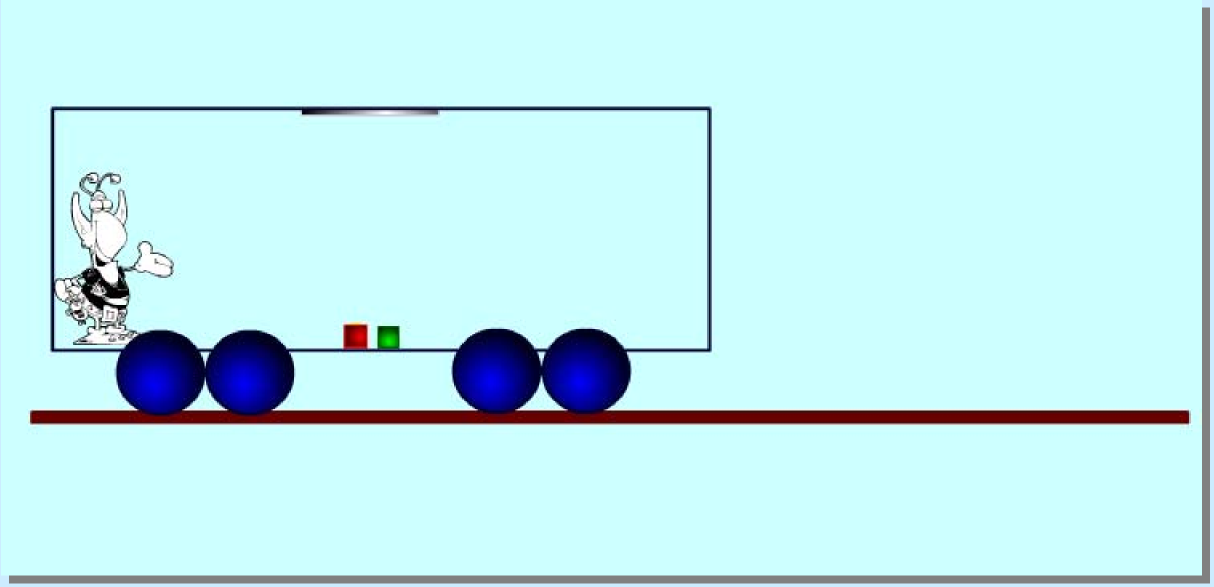
زمان ویژه

اتساع زمان

- $: T' > T_0$ زمان اندازه گیری شده بین دورویداد در مکان های مختلف بزرگتر از زمان بین همین دورویداد که در یک مکان روی دهند است.این را اتساع زمان گویند.
- اندازه گیری در دستگاه ساکن به یک ساعت و دستگاه متحرک به دو ساعت نیاز دارد.

آزمایش ساده ای بانور: اتساع زمان

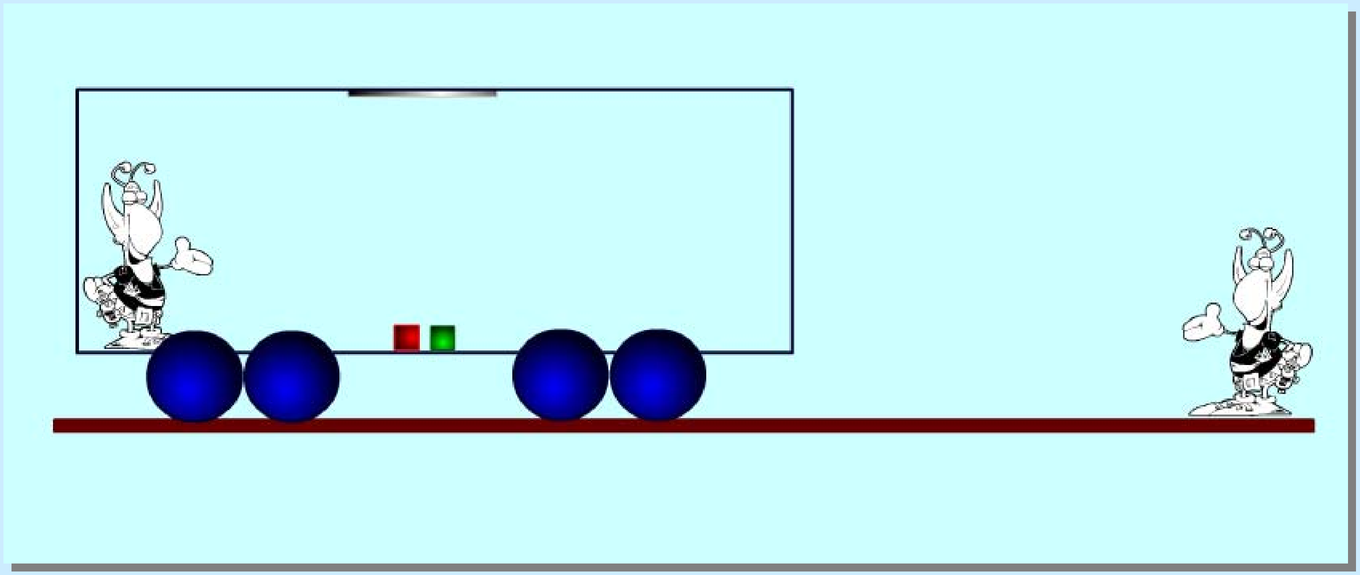
ازدید ناظر روی دستگاه متحرک (قطار):



تپ نوری از کف قطار نشر یافته وبعداز رسیدن به سقف قطار منعکس می شود.

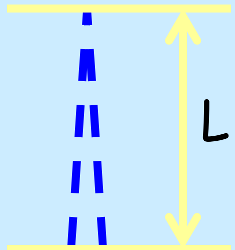
زمان رفت و برگشت نور t', ,که بوسیله ناظر روی قطار اندازه گیری شده است .

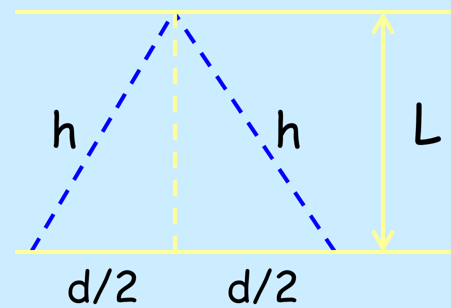
از دید ناظر روی زمین :



زمان اندازه گیری شده رفت وبرگشت نور ,t ,بوسیله ناظر ساکن روی زمین

هندسه این مسئله:





ازنظرناظر ساکن:

$$t = \frac{2h}{c}$$

ناظر در چارچوب متحرک:

$$t' = \frac{2L}{c}$$

$d = vt$, $v=$ سرعت چارچوب متحرک

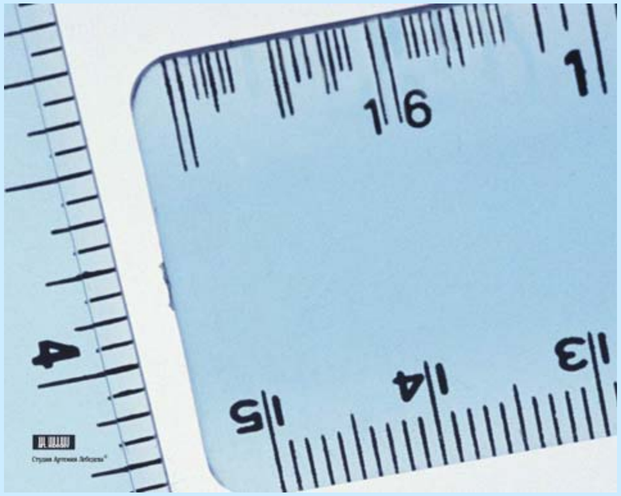
$$h^2 = (\tfrac{1}{2}d)^2 + L^2$$

$$\left(\frac{ct}{2}\right)^2 = \left(\frac{vt}{2}\right)^2 + \left(\frac{ct'}{2}\right)^2$$

اتساع زمان:

$$\boxed{t = \frac{t'}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}}$$

طول ویژه:



هرگاه دوانتهای یک جسم را که در یک چارچوب درحال سکون است اندازه گیری شود آنرا طول ویژه می گویند.

طول ویژه بزرگترین طول است ناظرین متحرک طول جسم را کوتاهتر می بینند

انقباض طول:

- درچارچوب ساکن K, طول ویژه جسم برابراست با:

$$L_0 = x_r - x_\ell$$

- با اندازه گیری همزمان($t'_\ell = t'_r$)دو انتهای جسم (x'_r و x'_ℓ) در دستگاه متحرک با استفاده از تبدیل لورنتس می توان نوشت:

$$L_0 = x_r - x_\ell = \frac{(x'_r - x'_\ell) + \mathrm{v}\cancel{(t'_r - t'_\ell)}}{\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2}} = \frac{L'}{\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2}} = \gamma L'$$

طول جسم در چارچوب متحرک: $L' = x'_r - x'_\ell$

اجسام متحرک کوتاهتر بنظر می رسند.

$$\boxed{L' = L_0/\gamma = L_0\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2}}$$

جمع نسبیتی سرعت ها:

اگر قطاری با سرعت v نسبت به زمین و مسافری در قطار باسرع u’ نسبت به آن حرکت کند سرعت مسافر نسبت به زمین برابر است با (از نظر فیزیک کلاسیک):

$$u=u'+v$$

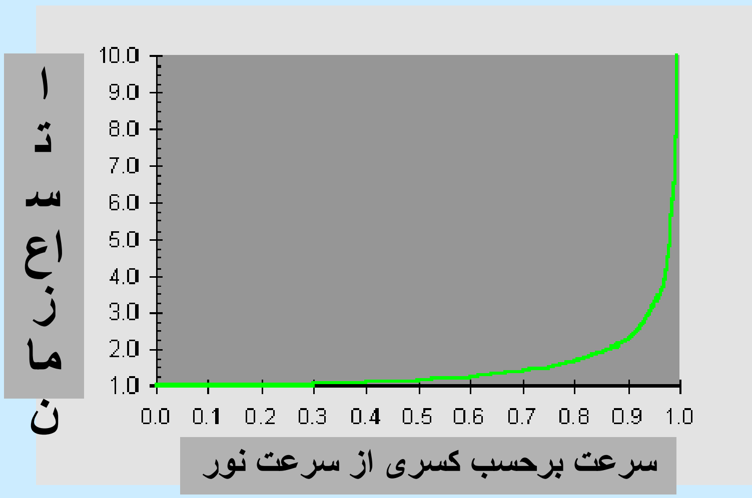
مکان شخص نسبت به قطار x’=u’t’ و مکان او نسبت به زمین x=ut است . ازنظر نسبیت با استفاده ازمعادلات لورنتس می توان چنین نوشت:

$$x=\frac{x-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=u't' \qquad , \qquad t'=\frac{t-(\frac{v}{c^2})x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\Rightarrow x-vt=u'(t-\frac{v}{c^2}x)$$

$$x=\frac{(u'+v)}{1+\frac{u'v}{c^2}}t \qquad \Rightarrow \boxed{u=\frac{u'+v}{1+\frac{u'v}{c^2}}}$$

مثال اتساع زمان

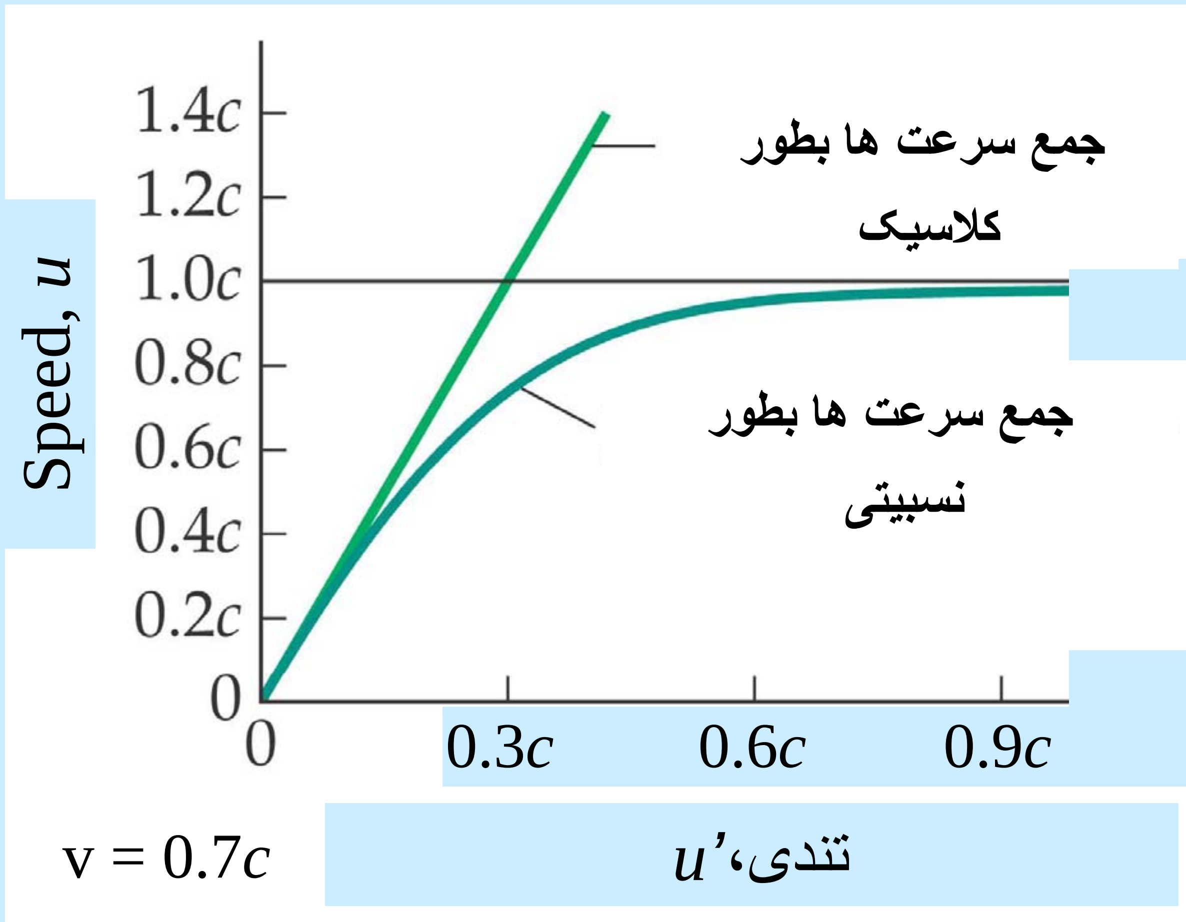


$$t = \frac{t'}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

فضانوردی زمین را باسرعت 0.95c به طرف یک سیاره در فاصله 4 سال نوری اززمین ترک می کند .ازنظر ناظر زمینی این مسافرت 42/8 سال طول می کشد ولی چارچوب فضانورد این مدت فقط 7/2 سال است

$$t' = 8.42 \times \sqrt{1 - (0.95c)^2 / c^2} = 8.42 \times \sqrt{1 - 0.9} = 2.7 years$$

منحنی جمع نسبیتی سرعت ها:



مثال : جمع سرعت ها

حتی اگر یکی از سرعت ها ی درگیر درمسئله سرعت نور باشد جمع سرعت ها را باید بطور نسبیتی انجام داد.

در آزمایشگاه سرن ذرات (π^0), باسرعت c, 99.975% حرکت می کنندو پرتوهای γ درجهت های خلاف نشر می کنند.پرتوهای γ ازجنس نور هستند ودرچارچوب مرجع پایون باسرعت نور حرکت می کنند سرعت این پرتوها در چارچوب مرجع درحال سکون ما چقدر است ؟ . (بطور کلاسیک 0 و$2c$! است)

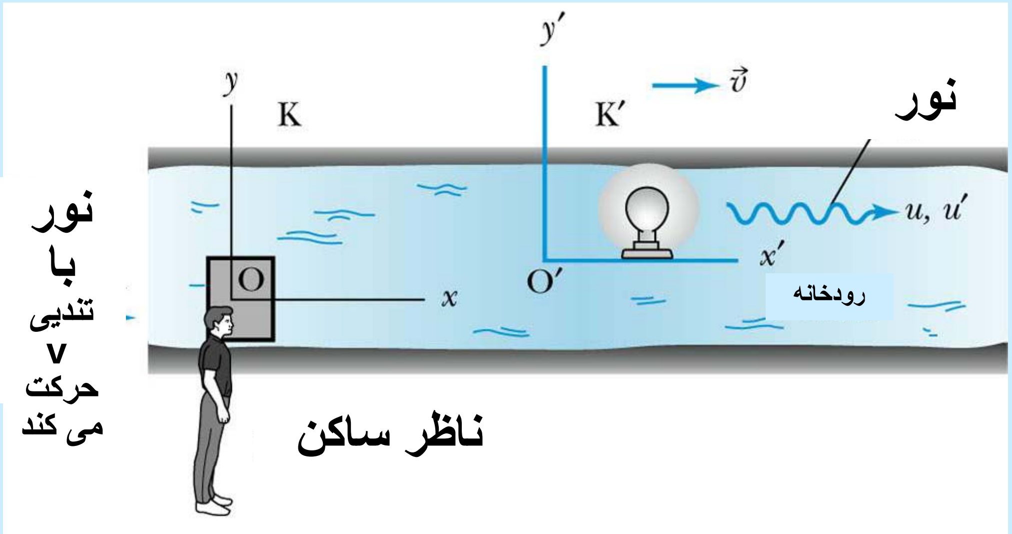
سرعت های موازی:

$$u_x = \frac{u'_x + \mathrm{v}}{1 + u'_x \mathrm{v}/c^2} = \frac{c + \mathrm{v}}{1 + c\mathrm{v}/c^2} = \frac{c + \mathrm{v}}{1 + \mathrm{v}/c} = \frac{c + \mathrm{v}}{(1/c)(c + \mathrm{v})} = c$$

سرعت های پادموازی:

$$u_x = \frac{u'_x + \mathrm{v}}{1 + u'_x \mathrm{v}/c^2} = \frac{c - \mathrm{v}}{1 - c\mathrm{v}/c^2} = \frac{c - \mathrm{v}}{1 - \mathrm{v}/c} = \frac{c - \mathrm{v}}{(1/c)(c - \mathrm{v})} = c$$

”کشش اتری “



درسا ل ,1851فیزو میزان کندشدن نور هنگام انتشار در مایعات را اندازه گرفت اوبطور تجربی رابطه زیر را یافت :

$$u = c/n + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)\mathrm{v}$$

این پدیده بنام “کشش اتری “ ملاکی برای مفهوم اتر در نظر گرفته شد.

"کشش اتری"

آرماند فیزو
(1819 - 1896)

فرض کنیدکه K' چارچوب آب که با سرعتv حرکت می کند باشد. تندی نور را درمحیط (u, u') در رابطه جمع سرعت ها درنظر می گیریم:.

درچارچوب آب درحال حرکت $u' = c/n$, است .

$$u = \frac{u' + \mathrm{v}}{1 + u'\mathrm{v}/c^2} = \frac{c/n + \mathrm{v}}{1 + (c/n)\mathrm{v}/c^2} = \left(\frac{c}{n}\right)\frac{1 + n\mathrm{v}/c}{1 + \mathrm{v}/nc}$$

$$\approx \left(\frac{c}{n}\right)(1 + n\mathrm{v}/c)(1 - \mathrm{v}/nc) \approx \left(\frac{c}{n}\right)(1 + n\mathrm{v}/c - \mathrm{v}/nc) = \frac{c}{n} + \mathrm{v} - \frac{\mathrm{v}}{n^2}$$

$$= \frac{c}{n} + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)\mathrm{v}$$

واین همان رابطه ای است که فیزو بدست آورد.

پدیده دوپلر

کریستین آندره دوپلر (1803-1853)

در پدیده دوپلر برای صوت وقتی منبع به ناظر نزدیک میشود بسامد آن زیاد و وقتی دور می شود بسامد آن کم می شود.

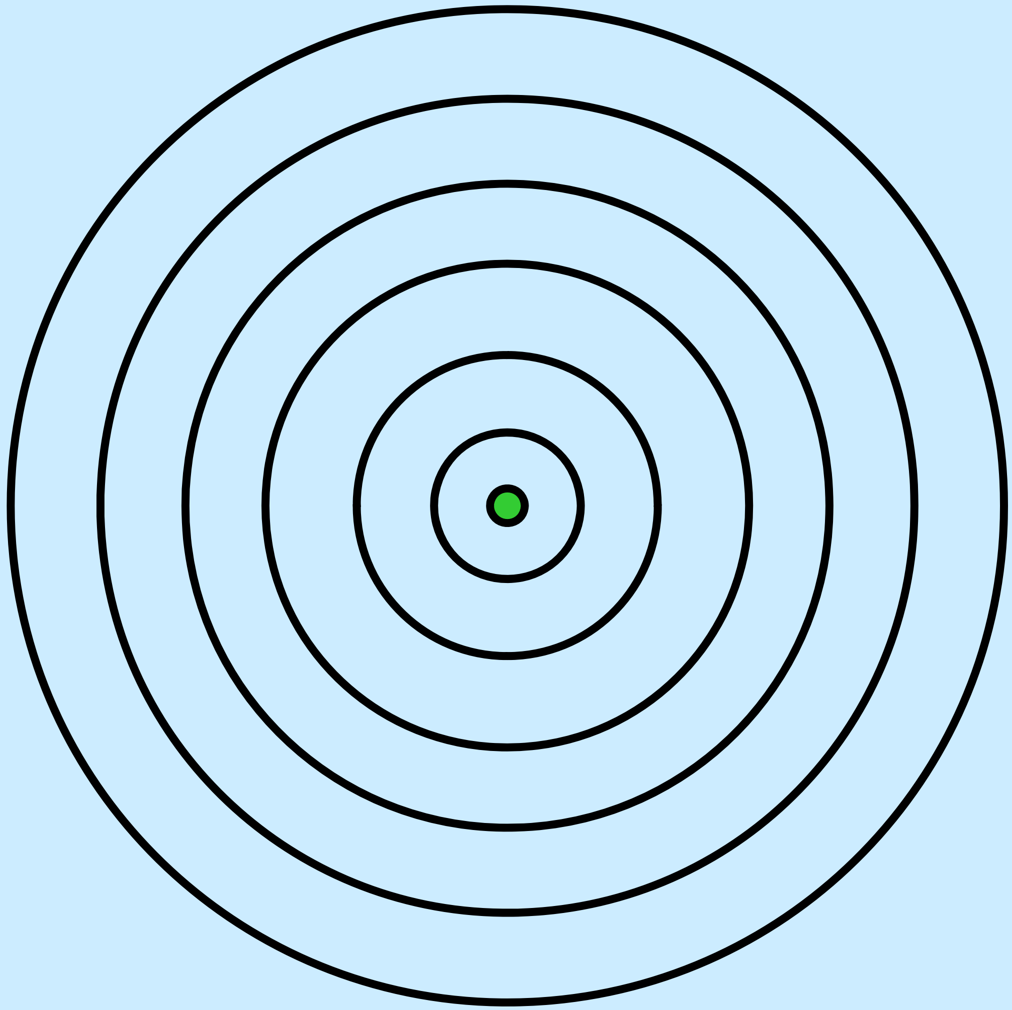
همین پدیده وقتی چشمه صوت ساکن و گیرنده صوت متحرک باشد و به چشمه نزدیک یا دور شود روی میدهد.

فورمول های مربوطه بستگی به آن داردکه چشمه ویا گیرنده کدام متحرک باشند.

اثر دوپلر اصل نسبیت را نقض می کند زیرا در واقع چارچوب خاصی برای امواج صوت وجود دارد.

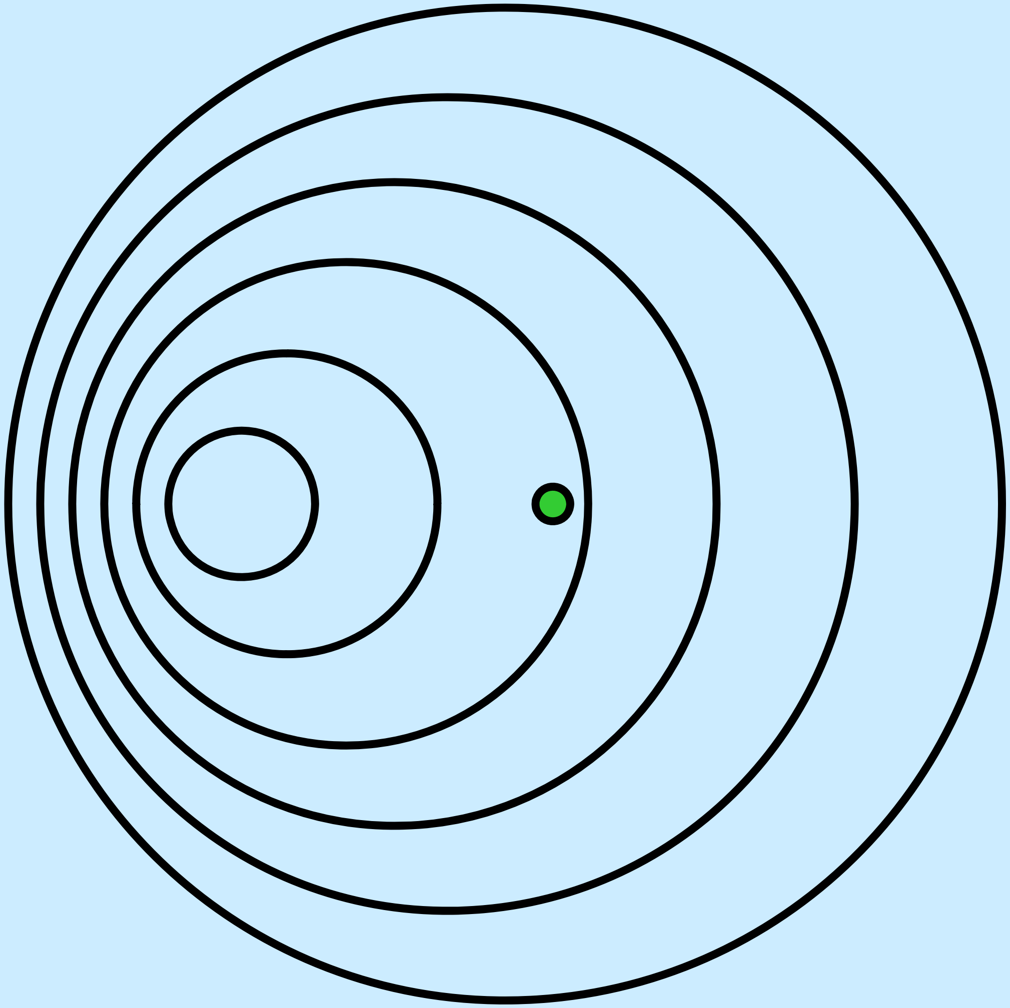
امواج صوت بستگی به محیطی مانند هوا و آب و ... برای انتشار دارند که نورچنین خاصیتی ندارد.

امواج یک منبع ساکن



گیرنده های ساکن
همه جا بسامدوطول
موج صوت را
یکسان می یابند.

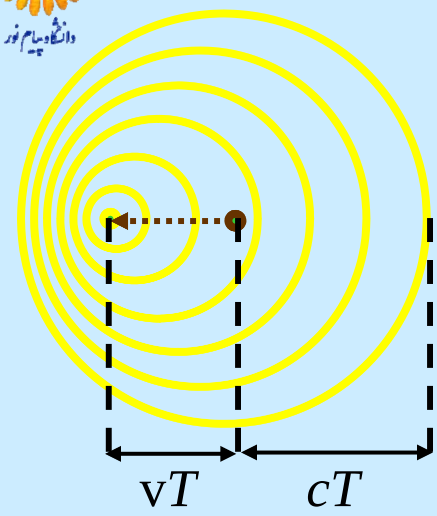
پدیده دوپلر را بخاطر بیاورید



بسامد چشمه دورشونده به سوی نور نور قرمز و چشمه نزدیک شوند به سور نور آبی انتقال پیدا می کند .

بسامد چشمه عبوری ابتدا بسوی آبی و سپس قرمز انتقال می یابد

پدیده دوپلرنسبیتی



- اگر وارد مرز نسبیت شویم چه اتفاقی می افتد؟

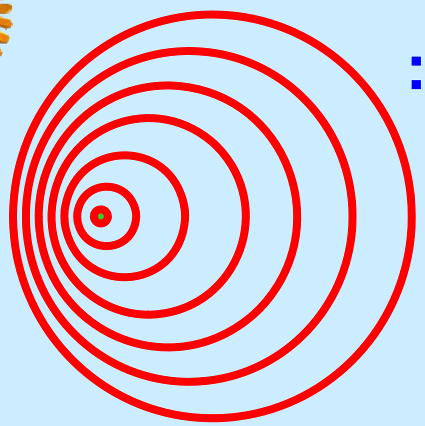
- چشمه نور،یک ستاره، در دستگاه K' از گیرنده(مثلا یک منجم) دردستگاه K باسرعت نسبی v دور می شود .

فرض کنید که در چارچوب ناظر چشمه N موج را در بازه زمانی T نشرکند (T_0' در چارچوب چشمه).

چون سرعت نور همواره ثابت است و چشمه با سرعت v حرکت می کند طول قطار موج در بازه زمانی T درچارچوب ناظر برابر است با:

$$\text{طول قطار موج} = cT + \mathrm{v}T$$

پدیده دوپلر نسبیتی:



- طول موج برابر است با:

$$\lambda = \frac{cT + \mathrm{v}T}{N}$$

وبسامد آن برابر است با:

$$\nu = \frac{cN}{cT + \mathrm{v}T}$$

- درچارچوب چشمه: $N = \nu_0 T_0'$ و $T_0' = T/\gamma$

چارچوب چشمه
زمان ویژه است

بنابراین:

$$\nu = \frac{c[\nu_0 (T/\gamma)]}{cT + \mathrm{v}T} = \frac{1}{1+\mathrm{v}/c}\frac{\nu_0}{\gamma} = \frac{\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2}}{1+\mathrm{v}/c}\nu_0$$

$$= \frac{\sqrt{(1-\mathrm{v}/c)\cancel{(1+\mathrm{v}/c)}}}{\sqrt{(1+\mathrm{v}/c)\cancel{(1+\mathrm{v}/c)}}}\nu_0 \Rightarrow \boxed{\nu = \sqrt{\frac{1-\mathrm{v}/c}{1+\mathrm{v}/c}}\,\nu_0}$$

- علامت + برای v/c وقتی چشمه وگیرنده از هم دورمی شوندوعلامت – وقتی به هم نزدیک می شوند.   .

مثال –معادله دوپلر را وقتی چشمه و ناظر ازهم دور می شوند تاجمله های مرتبه اول برحسب v/c محاسبه کنید:

$$\nu=\nu_{\circ}\sqrt{\frac{1-\frac{V}{c}}{1+\frac{V}{c}}}\times\sqrt{\frac{1+\frac{V}{c}}{1+\frac{V}{c}}}=\nu_{\circ}\frac{\sqrt{1-\frac{V^{2}}{c^{2}}}}{1+\frac{V}{c}}=\nu_{\circ}\frac{c}{c+V}$$

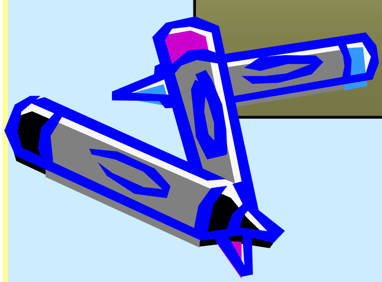
$$\nu=\nu_{\circ}\frac{c}{c+V}$$

که همان عبارت کلاسیک اثر دوپلر هنگامی است که گیرنده نسبت به محیط ساکن باشد.

مثال-فرض کنید که جابهجایی دوپلر درخط D_2 سدیم (5890 انگسترم) وقتی نورحاصل ازیک ستاره دوردست را مشاهده می کنیم برابربا 100A باشد سرعت دورشدن ستاره را تعیین کنید.

$$5990A^{\circ} = (5890A)\sqrt{\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}}, \quad \lambda = \lambda_{\circ}\sqrt{\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}}$$

$$v = 0.017c$$



مثال-مردی در یک سفینه فضایی که باسرعت **0.6c** ازیک سکوی فضایی دورمیشودنوری به طول موج **5000** آنگسترم به طرف سکو می فرستد بسامد نور ازدید ناظر واقع برسکو چقدراست ؟

$$\nu = \nu_{\circ}\sqrt{\frac{1-\frac{v}{c}}{1+\frac{v}{c}}} = \frac{3\times10^{8}m/s}{5\times10^{-7}m}\sqrt{\frac{1-0.6}{1+0.6}} = 3\times10^{14}\ \ Hz$$

مثال :

سرعت دو الکترون A و B به ترتیب ۹/۰c و ۸/۰c است. سرعت نسبی آنها:

الف) وقتی هر دو در یک جهت حرکت کنند.

ب) وقتی در جهت-های مخالف در حرکت باشند را پیدا کنید.

حل:

$$v = \frac{v_A - v_B}{1 - \frac{v_A v_B}{c^2}}$$

الف)

$$v_{AB} = \frac{0.9c - 0.8c}{1 - \frac{(0.9c)(0.8c)}{c^2}} = 0.36c$$

ب)

$$v_{AB} = \frac{0.9c - 0.8c}{1 + \frac{(0.9c)(0.8c)}{c^2}} = 0.99c$$

اگر از رابطه کلاسیکی برای محاسبهٔ سرعت نسبی استفاده کنیم، به ترتیب جوابهای ۱/۰c و ۷/۱c را برای «الف» و «ب» به دست خواهیم آورد.

مثال: موشک های A وB به ترتیب با سرعت 0.8c نسبت به زمین به طرف راست و با سرعت 0.6c نسبت به زمین به طرف چپ حرکت می کنند. سرعت موشک Aاز دید ناظر ساکن نسبت به موشک B چقدر است

جواب:

فرض می کنید که ناظر های O و $O^{/}$ و ذره به ترتیب نسبت به زمین ، موشک **B** و موشک **A** ساکن هستند.در این صورت داریم.

$$U_x=\frac{U_x-V}{1-\frac{V}{c^2}U_x}=\frac{0.8c-(-0.6c)}{1-\frac{(-0.6c)(0.8c)}{c^2}}$$

$$U_x=0.946c$$

مثال :

طول یک خط کش یک متری را که در راستای طول خود با سرعت ۷/۲×۱۰۸m/s حـــرکت می کند، بدست آورید.

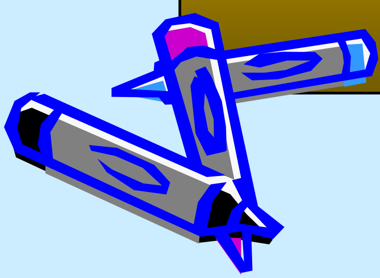
حل:

با توجه به فرمول نسبیت انقباض طول

$$L = L_0\sqrt{1-{v^2}/{c^2}}$$

$$L = 1\sqrt{1-\frac{(2.7\times10^8)^2}{(3\times10^8)^2}} = 0.44\text{m}$$

مثال: ستاره ای با سرعت $5\times10^{3}c$ از زمین دور می شود.جابجایی طول موج برای خط $\mathbf{D_2}$ سدیم $(5890\,\mathring{A})$ چقدر است



مثال :سرعت نوردرآب برابر با c/nکه در آن n ضریب شکست آب تقریبا برابر با   n=4/3 . فیزو درسال 1851 پی بردکه سرعت نور درآب را که خود نسبت به چارچوب آزمایشگاه با سرعت v حرکت می کند می توان به صورت زیر بیان کرد:

$$u = \frac{c}{n} + kv$$

$$u'_x = \frac{c}{n}$$

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{v}{c^2} u'_x} = \frac{\frac{c}{n} + v}{1 + \frac{v}{c^2}\frac{c}{n}} = (\frac{c}{n} + v)(1 + \frac{v}{nc})^{-1}$$

$$(1 + \frac{v}{nc})^{-1} \approx 1 - \frac{v}{nc}$$

$$u_x \approx (\frac{c}{n} + v)(1 - \frac{v}{nc}) \approx \frac{c}{n} + (1 - \frac{1}{n^2})v$$

$$k \approx 1 - \frac{1}{n^2} = 1 - \frac{1}{(\frac{4}{3})^2} = 0.438$$

فصل ۳

دینامیک نسبیتی

مکانیک و نسبیت

ضرورت تعریف مجدد اندازه حرکت

اندازه حرکت نسبیتی

قانون نسبیتی نیرو و دینامیک یک ذره

هم ارزی جرم و انرژی

خواص تبدیلی اندازه حرکت ، انررژی ، جرم ونیرو

مکانیک ونسبیت

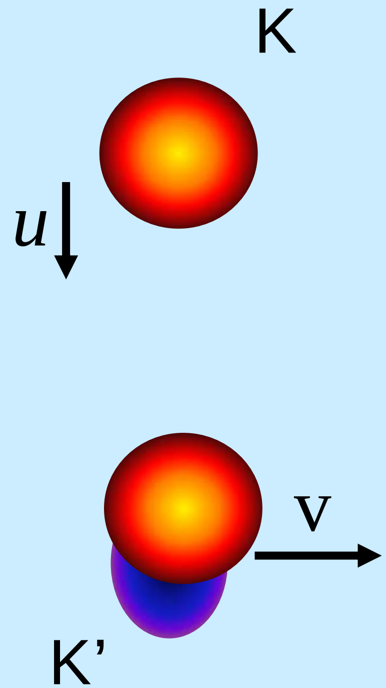
<u>اشکالات مکانیک کلاسیت</u>:

- قوانین مکانیک کلاسیک تحت تبدیلات لورنتس ناوردا نیست و فقط تحت تبدیلات گالیله ناوردا است.
- نیروهای کنش از دور مجازند.
- حدی برای سرعت وجود ندارد.
- نیروهای کنش و واکنش برابرند.

قوانین مکانیک کلاسیک را چگونه تغییر دهیم که با نسبیت سازگار باشد؟

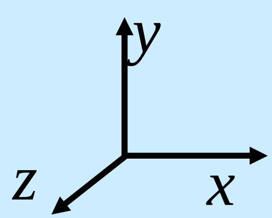
تکانه نسبیتی :

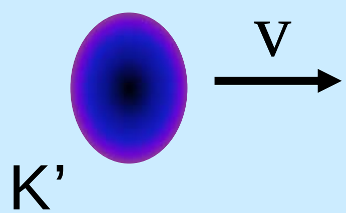
- چون فیزیکدانان عقیده دارند که پایستگی تکانه خطی یک اصل بنیادی در فیزیک است ابتدامسئله برخورد بدون حضورنیروهای خارجی را بررسی می کنیم



- علی دردستگاه **K** درحال سکون است و توپی به جرم m را درجهت -y- پرتاب می کند. مهدی (درچارچوب متحرک) توپی را در دستگاه K' که درجهت x باسرعت v نسبت به دستگاه **K** حرکت می اندازد..

$$dP/dt = F_{ext} = 0$$





تکانه نسبیتی :

- طبق تعریف کلاسیک تکانه ، تکانه توپی که علی می اندازد درجهت محور y است.تغییر

- $$p_{Fy} = -m\,u$$

تکانه دراین جهت از نظر اوبرابر است با :

$$\Delta p_{Fy} = 2\,m\,u$$

مهدی سرعت اولیه توپ خود را اینگونه اندازه می گیرد:

$$u'_{Mx} = 0 \quad \text{و} \quad u'_{My} = u.$$

$$u_{Mx} = \mathrm{v}$$

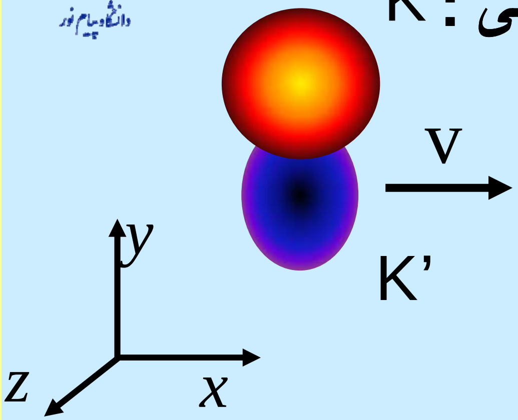
$$u_{My} = \frac{u}{\gamma} = u\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2}$$

- برای تعیین سرعت توپ مهدی آنگونه که بوسیله علی اندازه گیری می شود از معادلات نسبیتی سرعت استفاده می کنیم :

$$u_x = \frac{u'_x + \mathrm{v}}{1 + u'_x \mathrm{v}/c^2}$$

$$u_y = \frac{u'_y}{\gamma(1 + u'_x \mathrm{v}/c^2)}$$

تکانه نسبیتی : K



- قبل ازبرخورد ، تکانه توپ مهدی از نظر علی چنین است :

قبل ازبرخورد:

$$p_{Mx} = m\text{v}$$

قبل از برخورد:

$$p_{My} = mu\sqrt{1-\text{v}^2/c^2}$$

- برای یک برخورد کاملا” کشسان تکانه بعداز برخورد برابر است با:

- بعداز برخورد:

$$p_{Mx} = m\text{v}$$

- بعدازبرخورد:

$$p_{My} = -mu\sqrt{1-\text{v}^2/c^2}$$

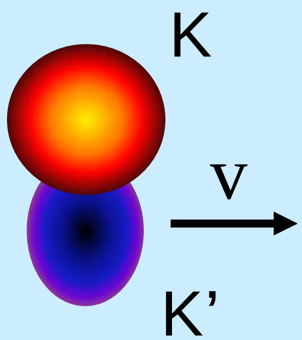
- از نظر علی برابر است با: y تغییر تکانه توپ مهدی درجهت

$$\Delta p_{My} = -2\,m\,u\sqrt{1-\text{v}^2/c^2}$$

این تغییر تکانه توپ خودش برابر نیست:

$$\Delta p_{Fy} = 2\,m\,u$$

تکانه نسبیتی :

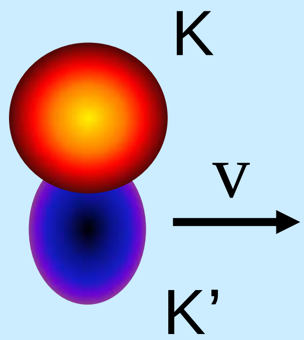


- پایستگی تکانه خطی ایجاب می کند که تغییر کل تکانه برخورد یعنی $\Delta p_F + \Delta p_M$, برابر با صفر باشد.درحالیکه می بینید جمع مولفه های **y**این تکانه ها صفر نیست.

- *بنابراین تکانه خطی با استفاده از قراردادهای تکانه در فیزیک کلاسیک پایستار نیست حتی اگر از تبدیلات نسبیتی سرعت استفاده کنیم .*

- البته مشکلی در جهت **X** وجود ندارد بلکه مشکل در جهت و راستایی که توپ در آن دستگاه پرتاب می شود یعنی جهت **y**وجود دارد.

تکانه نسبیتی :



- بجای رد قانون پایستگی تکانه خطی بطور کلی ، اصلاحاتی در تعریف آن بعمل می آوریم تاهم قانون پایستگی از نظر نسبیتی برقرار باشد و هم قانون دوم نیوتون نقض نشود.

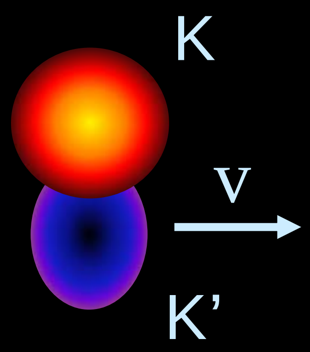
به این منظور یک بازبینی در تعریف جرم بعمل می اوریم و تکانه را چنین تعریف می کنیم :

$$\boxed{\vec{p} = \gamma\, m\, \vec{\mathrm{v}}}$$

که:

$$\boxed{\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2}}}$$

توجه :دراین فورمول از γ استفاده کرده ایم ولی v در γ سرعت جسم است نه سرعت چارچوب .



آیا این اصلاحات در عمل درست از آب در می آید؟

$$p_{Fy} = -\gamma_F\, m u = \frac{-mu}{\sqrt{1-u_F^2/c^2}} = \frac{-mu}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

مولفه y تکانه اولیه توپ مهدی برابر است با:

$$p_{My} = \gamma_M\, mu\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2} = mu\frac{\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2}}{\sqrt{1-u_M^2/c^2}}$$

که u_M تندی توپ مهدی دردستگاه K است:

$$u_M = \sqrt{u_{Mx}^2 + u_{My}^2} = \sqrt{\mathrm{v}^2 + u^2(1-\mathrm{v}^2/c^2)}$$

از معادلات جمع نسبیتی سرعت ها:

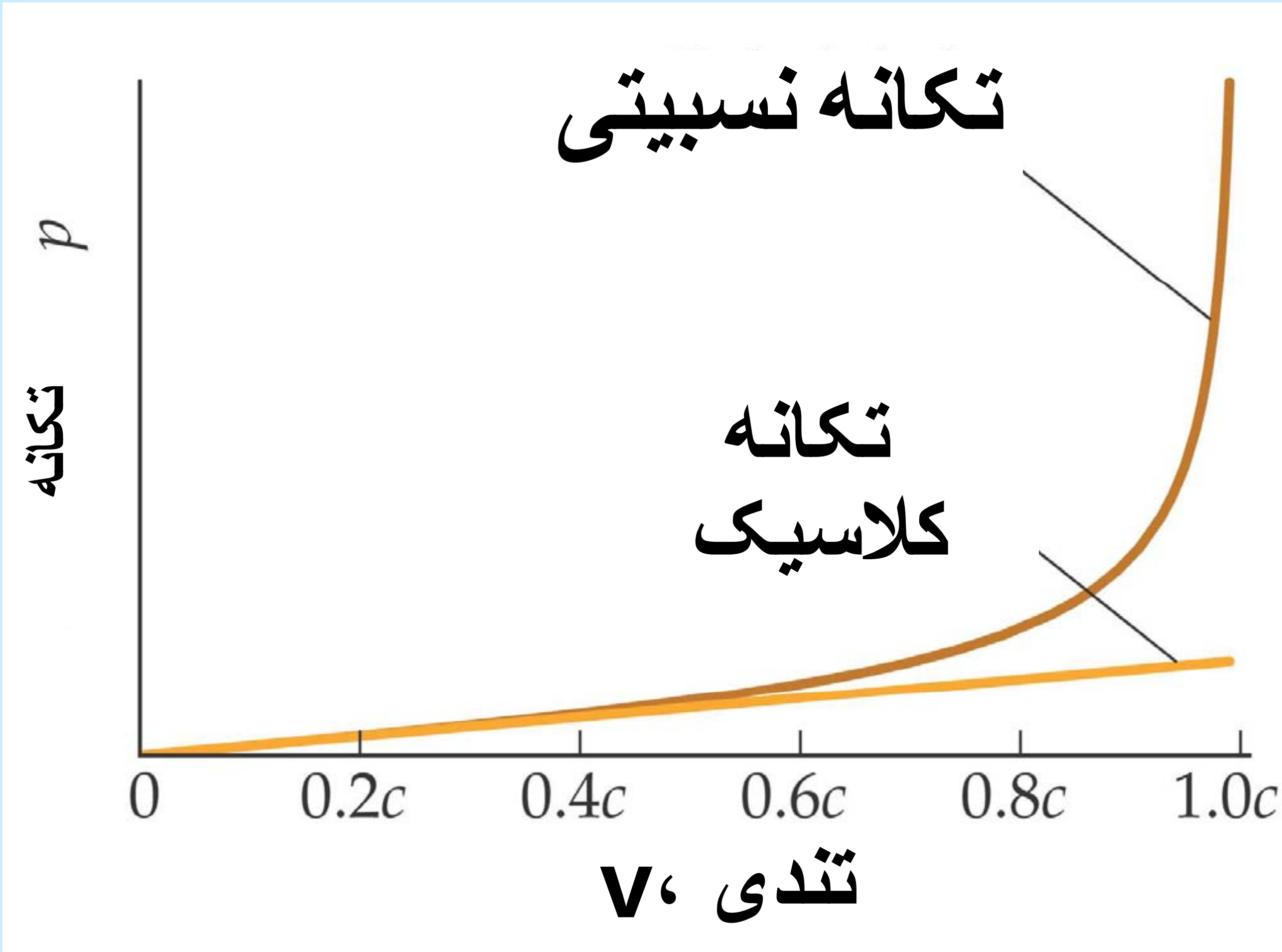
بنابراین:

بعداز ساده کردن

$$p_{My} = \frac{mu\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2}}{\sqrt{1-\left[\mathrm{v}^2+u^2(1-\mathrm{v}^2/c^2)\right]/c^2}} = \frac{mu}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

که دقیقا مولفه y تکانه توپ علی را خنثی می کند.

تکانه نسبیتی :



در سرعت ها ی بالا آیا جرم افزایش می یابد یاتکانه؟

- برخی از فیزیکدانان جرم معمولی نیوتونی را **جرم سکون** نامیده و با m_0 نشان می دهند ودر رابطه $m = \gamma m_0$,m را جرم نسبیتی می نامند.دراین صورت جرم در سرعت های بالا افزایش می یابد .

$$m = \frac{m_\circ}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = m_\circ \gamma \quad , \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

- بیشر فیزیکدانان ترجیج می دهند که جرم را بعنوان یک کمیت ناوردا حفظ کنند و آنرا خاصیت ذاتی جسم تلقی کنند. دراین طرز تلقی واژه جرم انحصارا” به معنای جرم سکون بکار می رود و از جرم نسبیتی صحبت نمی کنند

تکانه نسبیتی و مولفه های آن:

$$\vec{P}=\frac{m_\circ\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\left\{\begin{array}{l}\vec{P}_x=\dfrac{m_\circ\vec{v}_x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\\[2ex]\vec{P}_y=\dfrac{m_\circ\vec{v}_y}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\\[2ex]\vec{P}_z=\dfrac{m_\circ\vec{v}_z}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\end{array}\right.$$

انرژی نسبیتی :

- اکنون مفاهیم کاروانرژی را مجددا تعریف می کنیم .

- قانون دوم نیوتون را چنان تعریف می کنیم که شامل تعریف جدید ما از تکانه خطی باشد . طبق این تعریف نیرو برابر است با :

$$\vec{F}=\frac{d\vec{p}}{dt}=\frac{d}{dt}(\gamma m\vec{u})=\frac{d}{dt}\left(\frac{m\vec{u}}{\sqrt{1-u^2/c^2}}\right)$$

دراین جا مجددا از γ استفاده کرده ایم ولی توجه می کنیم که سرعت u سرعت جسم است نه چارچوب مرجع.

بازهم مفاهیم کلاسیک را بکار می بریم . کارجزیی(دیفرانسیلی) انجام شده برابر است با:

انرژی نسبیتی :

انرژی جنبشی مساوی با کاری است که باید انجام داد تاسرعت جسم ازصفر به u برسد:

$$K = \int_0^{W_0} dW$$

$$= \int_0^u \frac{dp}{d\mathrm{v}} \mathrm{v}\, d\mathrm{v}$$

$$dW = F\ dx = \frac{dp}{dt} dx$$

باتقسیم بر dt :

$$\frac{dW}{dt} = \frac{dp}{dt}\frac{dx}{dt} = \frac{dp}{dt}\mathrm{v}$$

از قاعده زنجیری:

$$\frac{dW}{d\mathrm{v}}\cancel{\frac{d\mathrm{v}}{dt}} = \frac{dp}{d\mathrm{v}}\cancel{\frac{d\mathrm{v}}{dt}}\mathrm{v}$$

با ساده کردن $d\mathrm{v}/dt$:

$$\frac{dW}{d\mathrm{v}} = \frac{dp}{d\mathrm{v}}\mathrm{v} \quad \text{or} \quad dW = \frac{dp}{d\mathrm{v}}\mathrm{v}\, d\mathrm{v}$$

انرژِی نسبیتی :

با انتگرال گیری :

$$K=\int_0^u \frac{dp}{d\mathrm{v}}\,\mathrm{v}\,d\mathrm{v} \;=\; p\mathrm{v}\Big|_0^u-\int_0^u p\,d\mathrm{v}$$

$$=pu-m\int_0^u \frac{\mathrm{v}}{\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2}}\,d\mathrm{v} \;=\; pu+mc^2\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2}\,\Big|_0^u$$

با جاگذاری p

زیرا:
$$\frac{d}{d\mathrm{v}}\left[-c^2\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2}\right]=-\cancel{\tfrac{1}{2}}c^2\,\frac{-\cancel{2}\mathrm{v}/\cancel{c^2}}{\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2}}$$

$$=\left(m\frac{u}{\sqrt{1-u^2/c^2}}\right)u+mc^2\left(\sqrt{1-u^2/c^2}-1\right)$$

$$=mc^2\left(\frac{\cancel{u^2/c^2}}{\sqrt{1-u^2/c^2}}+\frac{1-\cancel{u^2/c^2}}{\sqrt{1-u^2/c^2}}-1\right)$$

$$\boxed{K=mc^2\left(\gamma-1\right)}$$

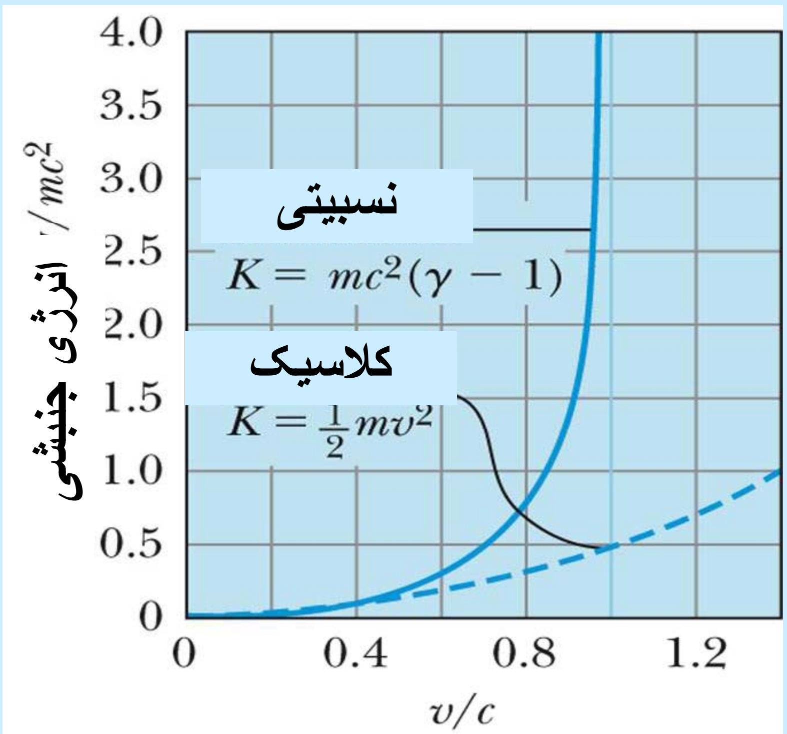
انرژِی نسبیتی

$$\boxed{K = mc^2(\gamma - 1)}$$

درحالت حدی: $u = \mathrm{v} << c$

$$K \approx mc^2\left[\left(1+\tfrac{1}{2}\mathrm{v}^2/c^2\right)-1\right] = \tfrac{1}{2}m\mathrm{v}^2$$

نتیجه کلاسیک!



توجه کنید که حتی یک مقدار نامتناهی انرژِ ی نیز برای رسیدن به سرعت c کافی نیست.

انرژی کل وانرژی سکون

$$K = mc^2(\gamma - 1)$$

$$K = \gamma mc^2 - mc^2$$

جمله mc^2 را انرژی سکون می نامند و با E_0 نشان می دهند :

$$\boxed{E_0 = mc^2}$$

مجموع انرژی های جنبشی و سکون را انرژی کل جسم می نامند که برابر است با:

$$\boxed{E = \gamma mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{E_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = K + E_0}$$

تکانه و انرژی

• معادله تکانه را به توان 2 رسانده $p = \gamma m u$, ودر c^2 ضرب کنید:

$$p^2c^2 = \gamma^2 m^2 u^2 c^2$$

بجای u^2 ازرابطه
$\beta^2 = u^2 / c^2$ قرار دهید:

$$= \gamma^2 m^2 c^4 \left(\frac{u^2}{c^2}\right) = \gamma^2 m^2 c^4 \beta^2$$

ولی $\beta^2 = 1 - \frac{1}{\gamma^2}$

$$p^2c^2 = \gamma^2 m^2 c^4 \left(1 - \frac{1}{\gamma^2}\right)$$

و:

$$p^2c^2 = \gamma^2 m^2 c^4 - m^2 c^4$$

تکانه وانرژِی:

$$p^2c^2 = \gamma^2 m^2 c^4 - m^2 c^4$$

- جمله اول طرف راست E^2 بوده, جمله دوم $E_0{}^2$ است :

$$p^2c^2 = E^2 - E_0^2$$

با آرایش جدید رابطه بین انرژی وتکانه را چنین می نویسیم :

$$\boxed{E^2 = p^2c^2 + E_0^2}$$

یا:

$$\boxed{E^2 = p^2c^2 + m^2c^4}$$

این رابطه انرژی کل را به تکانه جسم ربط می دهد. کمیت های $(E^2 - p^2c^2)$ و m کمیت های ناوردا هستند.

توجه کنید وقتی که سرعت ذره صفر است و فاقد تکانه می باشد انرژی کل ذره برابر با E_0 است.

ذرات بدون جرم :

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$$

•نشان می دهیم که ذره بدون جرم باید با سرعت نور حرکت کند اگر $m = 0$ باشد دراینصورت :

$$E^2 = p^2c^2 \longrightarrow E = pc$$

انرژی کل E, برابر است با:

$$E = \gamma mc^2$$

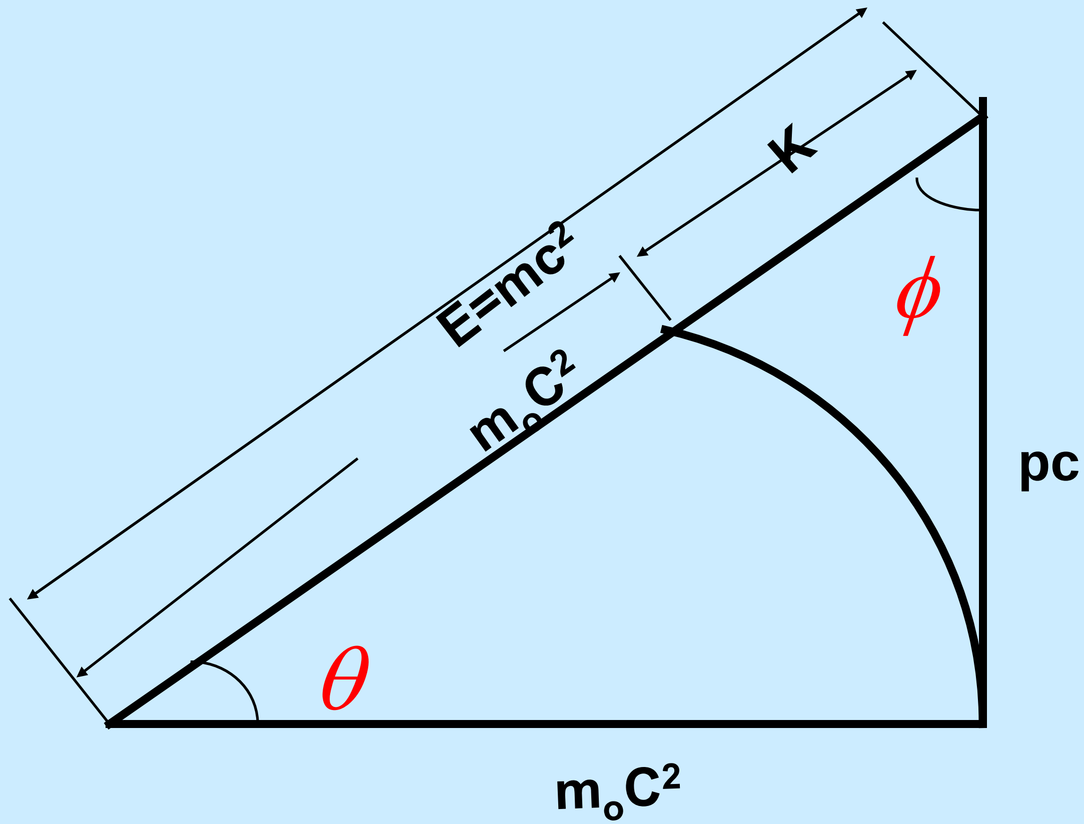
بنابراین :

$$pc = \gamma mc^2$$

ولی: $p = \gamma m\mathrm{v}$

$$\gamma m\mathrm{v}c = \gamma mc^2 \longrightarrow \boxed{\mathrm{v} = c}$$

یک وسیله کمکی برای به ذهن سپردن روابط بین انرژی کل E انرژی سکون m_oc^2 وتکانه حرکت P



تبدیلات نسبیتی اندازه حرکت و انرژی

$$p'_x = \frac{p_x - \dfrac{Ev}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} \qquad p_x = \frac{p'_x - \dfrac{E'v}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$$

$$p'_y = p_y \qquad p_y = p'_y$$

$$p'_z = p_z \qquad p_z = p'_z$$

$$E' = \frac{E - vp_x}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} \qquad E = \frac{E' - vp'_x}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$$

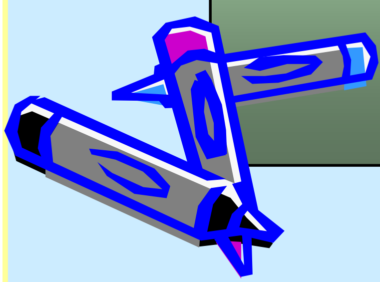
تبدیلات نیرو

ذره ای را درنظر بگیرید که به طور لحظه ای درچارچوب s' ساکن بوده و تحت تاثیر نیرویی با مولفه های F'_x, F'_y, F'_z قراردارد. تبدیلات نیرو به شکل زیر است :

$$F_x = F'_x$$

$$F_y = \frac{F'_y}{\gamma} = F'_y\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

$$F_z = \frac{F'_z}{\gamma} = F'_z\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$



مثال :

مثال :برای چه مقدار $\frac{u}{c}(=\beta)$ جرم نسبیتی یک ذره به نسبت معین f ازجرم سکون آن تجاوز می کند؟

پاسخ:

$$f=\frac{m-m_\circ}{m}=\frac{m}{m_\circ}-1=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1$$

$$\Rightarrow\ \beta=\frac{\sqrt{f(2+f)}}{1+f}$$

● **مثال:**

افزایش نسبی جرم یک هواپیمای جت که با سرعت ۲/۲۶۸m/s پرواز می-کند چقدر است؟

حل :

$$\frac{\Delta m}{m_0} =$$

افزایش نسبی جرم

داریم

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - {v^2}/{c^2}}}$$

بنابراین

$$\Delta m = m - m_0 = m_0\left[\frac{1}{\sqrt{1 - {v^2}/{c^2}}} - 1\right]$$

$$\frac{\Delta m}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - {v^2}/{c^2}}} - 1$$

برای سرعتهای خیلی کمتر از سرعت نور ${v^2}/{c^2}$ خیلی کوچکتر از یک است.

$$\frac{\Delta m}{m_0} = \frac{1}{2}{v^2}/{c^2}$$

$$\frac{\Delta m}{m_0} = \frac{1}{2}\left(\frac{2.7\times10^4}{3\times10^{10}}\right)^2 \approx 0.5\times10^{-12}$$

مثال-سرعت الکترونی که انرژی جنبشی آن **2Mev** است محاسبه کنید.

$$K=\frac{m_\circ c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-m_\circ c^2$$

$$2Mev=\frac{0.511Mev}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=0.511Mev$$

$$v=0.98c$$

مثال :

در چه سرعتی جرم یک ذره دو برابر جرم سکون آن خواهد شد؟

حل:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

چون $m=2m_0$

$$2m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$v/c = 0.866$$

$$v = 0.866 \times 3 \times 10^8 = 2.59 \times 10^8 \; m/s$$

مثال- سرعت حرکت یک ذره چه کسری از سرعت نورباشد تا انرژی جنبشی آن دوبرابر انرژی سکون آن باشد؟

$$K = \frac{m_\circ c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - m_\circ c^2 = 2m_\circ c^2 \qquad \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 3$$

$$v = 0.943c$$

مثال- فرض کنید که نیروی Fدرجهت سرعت یک ذره برآن وارد می شود. عبارت متناظر برای قانون دوم نیوتون را بیابید.

$$F=\frac{d}{dt}\left[\frac{m_{\circ}u}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\right]=\frac{m_{\circ}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\frac{du}{dt}+\frac{m_{\circ}u}{\left[1-(\frac{u^2}{c^2})\right]^{\frac{3}{2}}}\frac{u}{c^2}\frac{du}{dt}$$

$$=\frac{m_{\circ}\frac{du}{dt}}{\left[1-(\frac{u^2}{c^2})\right]^{\frac{3}{2}}}\left(1-\frac{u^2}{c^2}+\frac{u^2}{c^2}\right)=\frac{m_{\circ}\frac{du}{dt}}{\left[1-(\frac{u^2}{c^2})\right]^{\frac{3}{2}}}$$

مثال- ذره ای به جرم سکون m_o باسرعت 0.6c حرکت می کند با ذره ای به جرم سکون $3m_o$ که درابتدا ساکن است برخوردکاملا ناکشسان انجام میدهد.جرم سکون جسم حاصل چقدراست؟

$$P_f = P_i$$

$$\frac{M_\circ u_f}{\sqrt{1-\frac{u_f^{2}}{c^2}}} = \frac{m_\circ u_i}{\sqrt{1-\frac{u_i^{2}}{c^2}}} = \frac{m_\circ(0.8c)}{\sqrt{1-(0.8)^2}} = \frac{2}{3}m_\circ c$$

$$E_f = E_i$$

$$\frac{M_\circ c^2}{\sqrt{1-\frac{u_f^{2}}{c^2}}} = \frac{m_\circ c^2}{\sqrt{1-\frac{u_i^{2}}{c^2}}} + 3m_\circ c^2 = \frac{m_\circ c^2}{\sqrt{1-(0.8c)^2}} + 3m_\circ c^2 = 2.67 m_\circ c^2$$

$$\Rightarrow \quad u_f = 0.286c \qquad , \quad M_\circ = 4.47 m_\circ$$

مثال 1:برای حرکت یک بعدی نشان دهید که :

$$k=\int_{u=0}^{u}F.ds=mc^2-m_\circ c^2$$

پاسخ:

$$k=\int_{u=0}^{u}F.ds=\int_0^u\frac{d}{dt}(mu)dx=\int_0^u d(mu)\frac{dx}{dt}$$

$$=\int_0^u(mdu+udm)u=\int_0^u(mudu+u^2dm)$$

$$m=\frac{m_\circ}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\quad\Rightarrow m^2c^2-m^2u^2=m_\circ^2c^2$$

با دیفرانسیل گیری از دو طرف رابطه فوق:

$$2mc^2dm-2m^2udu-2mu^2dm=0$$

$$\Rightarrow mudu+u^2dm=c^2dm$$

$$\therefore\quad k=\int_{m=m_\circ}^{m=m}c^2dm=c^2(m-m_\circ)$$

مثال2: فرض کنید که نیروی F در جهت سرعت یک ذره بر آن وارد می شود عبارت متناظر برای قانون دوم نیوتون را بیابید.

پاسخ:

$$F=\frac{d}{dt}\left[\frac{m_\circ u}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\right]=\frac{m_\circ}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\frac{du}{dt}+\frac{m_\circ u}{[1-(\frac{u^2}{c^2})]^{\frac{3}{2}}}\frac{u}{c}\frac{du}{dt}$$

$$=\frac{m_\circ\frac{du}{dt}}{[1-(\frac{u^2}{c^2})]^{\frac{3}{2}}}(1-\frac{u^2}{c^2}+\frac{u^2}{c^2})=\frac{m_\circ\frac{du}{dt}}{[1-(\frac{u^2}{c^2})]^{\frac{3}{2}}}$$

مثال3-با استفاده از قانون دوم نیوتون عبارتی برای سرعت نسبیتی ذره ای با بار q که بر روی دایره ای به شعاع R حرکت می کند بیابید . صفحه دایره حرکت بر میدان مغناطیسی B عمود است .

پاسخ:

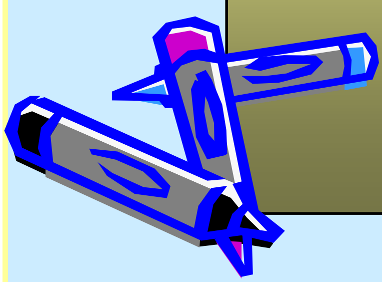
$$F=\frac{d}{dt}(mu)=\frac{d}{dt}\left[\frac{m_{\circ}u}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\right]$$

$$=\frac{m_{\circ}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\frac{du}{dt}+\frac{m_{\circ}}{[1-(\frac{u.u}{c^2})]^{\frac{3}{2}}}\frac{u.\frac{du}{dt}}{c^2}u$$

$$u.\frac{du}{dt}=0$$

$$F_r=quB \qquad ,\left|\frac{du}{dt}\right|=\frac{u^2}{R}$$

$$\therefore\ quB=\frac{m_{\circ}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\frac{u^2}{R} \qquad \Rightarrow u=\frac{\frac{qBR}{m_{\circ}}}{\sqrt{1+(\frac{qBR}{m_{\circ}c})^2}}$$



مثال 4- دوجسم یکسان هریک به جرم سکون m_o که با سرعت های برابر u به هم نزدیک می شوند باهم برخورد می کنند .برخورد کاملا ناکشسان است جرم سکون جرم مرکب نهایی چقدراست؟

پاسخ:

$$E_{\text{int}} = E_{fin}$$

$$\frac{2m_{\circ}c^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = Mc^2$$

$$M = \frac{2m_{\circ}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} > 2m$$

مثال 5- جسم ساکنی خود به خود به دو قسمت تجزیه می شود که در جهتهای مخالف حرکت می کنند .جرمهای سکون اجزا 3 و 33/5 کیلوگرم و سرعت های آنها به ترتیب 0.8c و 0.6c هستند .جرم سکون جسم اولیه چقدراست ؟

پاسخ:

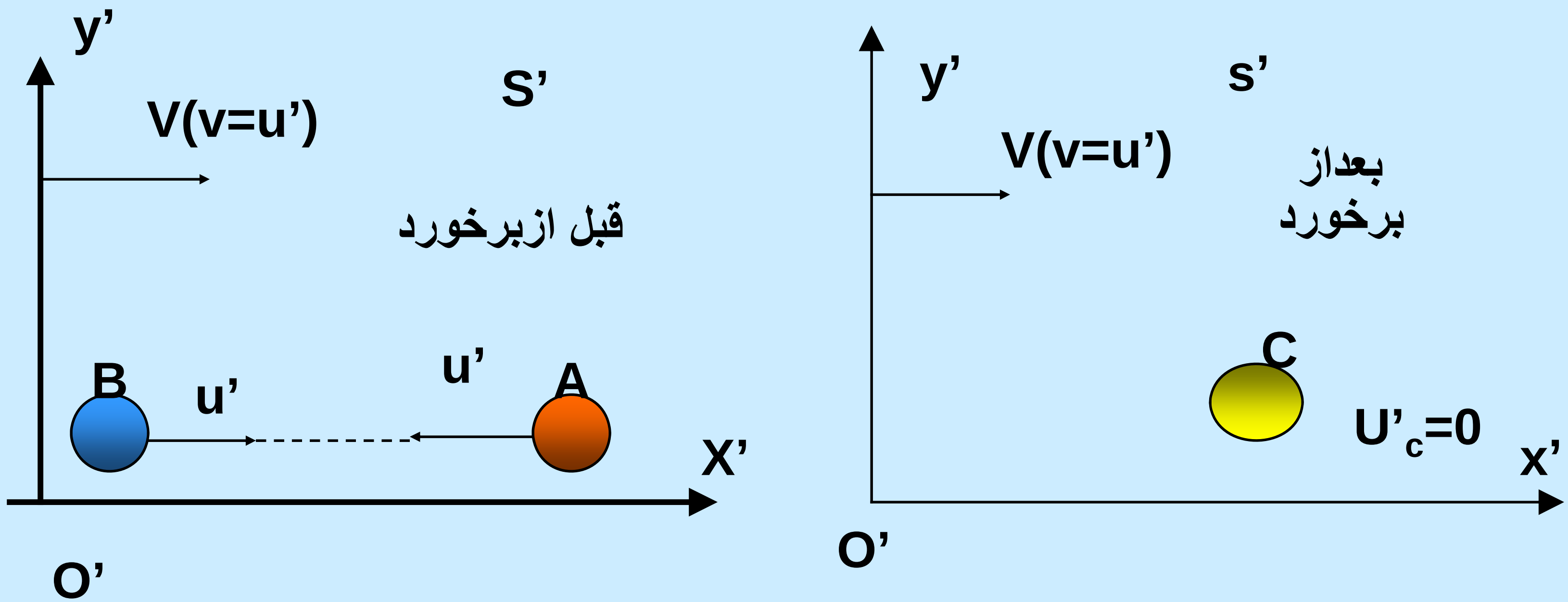
$$m_\circ c^2 = \frac{m_{\circ 1} c^2}{\sqrt{1-\frac{u_1^2}{c^2}}} + \frac{m_{\circ 2} c^2}{\sqrt{1-\frac{u_2^2}{c^2}}}$$

$$= \frac{3c^2}{\sqrt{1-(0.8)^2}} + \frac{5.33c^2}{\sqrt{1-(0.6)^2}}$$

$$m_\circ = 11.66kg$$

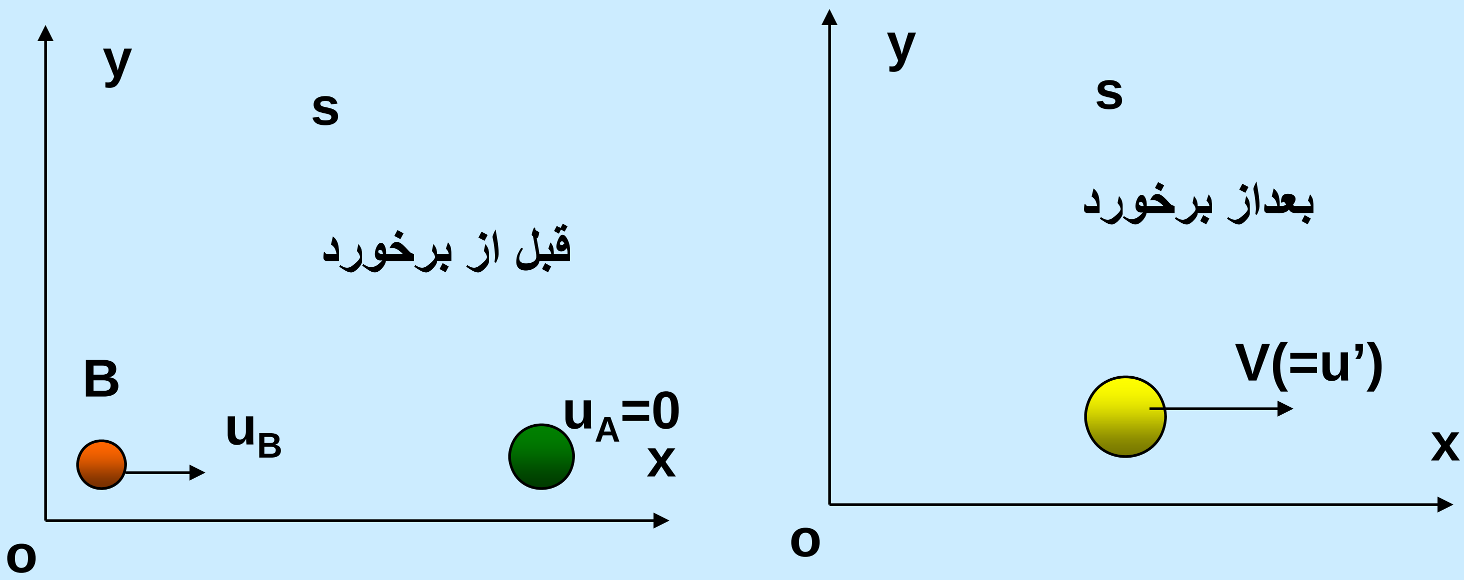
انرژی کل در برخورد کاملا ناکشایند s'وs مثال 6- نشان دهید که در هردوچارچوب پایسته است.

ب- نشان دهید که جرم نسبیتی نیز در هرکدام از چارچوب ها پایسته است.



برخورد ناکشسان ازدید ناظر S'

برخورد ناکشسان از دید ناظر s:



پاسخ الف:درچارچوب s’
انرژی کل قبل از برخورد:

$$2(m_\circ c^2 + k) = \frac{2m_\circ c^2}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}$$

بعدازبرخورد:

$$M_\circ c^2 = \left(\frac{2m_\circ}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}\right)c^2 = \frac{2m_\circ c^2}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}$$

بنابراین انرژی کل دراین چارچوب
پایسته است.

در چارچوب S
قبل از برخورد انرژی کل برابر است با:

$$m_\circ c^2 + (m_\circ c^2 + K_B) = 2m_\circ c^2 + m_\circ c^2\left[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u_B{}^2}{c^2}}} - 1\right]$$

$$= 2m_\circ c^2 + m_\circ c^2\left[\frac{2u'^2/c^2}{1-\frac{u'^2}{c^2}}\right] = \frac{2m_\circ c^2}{1-\frac{u'^2}{c^2}}$$

بعداز برخورد:

ادامه.....

$$M_{\circ}c^2 + k_c = \frac{2m_{\circ}}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}c^2 + \frac{2m_{\circ}}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}c^2\left[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right]$$

$$v = u' \quad \Rightarrow \frac{2m_{\circ}}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}c^2 + \frac{2m_{\circ}}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}c^2\left[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}-1\right]$$

$$= \frac{2m_{\circ}c^2}{(1-\frac{u'^2}{c^2})}$$

لذا انرژی کل دراین چارچوب نیز پایسته است .

ب- نشان دهید که جرم نسبیتی نیز دراین چارچوب ها پایسته است.

الف – چارچوب :'S

قبل از برخوردجرم نسبیتی برابراست با:

$$\frac{m_\circ}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}+\frac{m_\circ}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}=\frac{2m_\circ}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}$$

بعدازبرخورد ، $U'_o=0$ لذا:

$$\frac{M_\circ}{\sqrt{1-\frac{U'^2_c}{c^2}}}=\frac{\left(\frac{2m_\circ}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}\right)}{\sqrt{1-0}}=\frac{2m_\circ}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}$$

لذا جرم نسبیتی دراین چارچوب پایسته است.

در چارچوب s قبل ازبرخورد:

$$m_\circ + \frac{m_\circ}{\sqrt{1-\frac{u_B{}^2}{c^2}}} = m_\circ + m_\circ \frac{(1+\frac{u'^2}{c^2})}{(1-\frac{u'^2}{c^2})} = \frac{2m_\circ}{(1-\frac{u'^2}{c^2})}$$

بعداز برخورد:

$$\frac{M_\circ}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}} = \frac{2m_\circ}{(1-\frac{u'^2}{c^2})}$$

بنابراین دراین چارچوب نیز جرم نسبیتی پایسته است.

فصل ۴

نسبیت والکترومغناطیس

بستگی میدانهای الکتریکی و مغناطیسی به یکدیگر

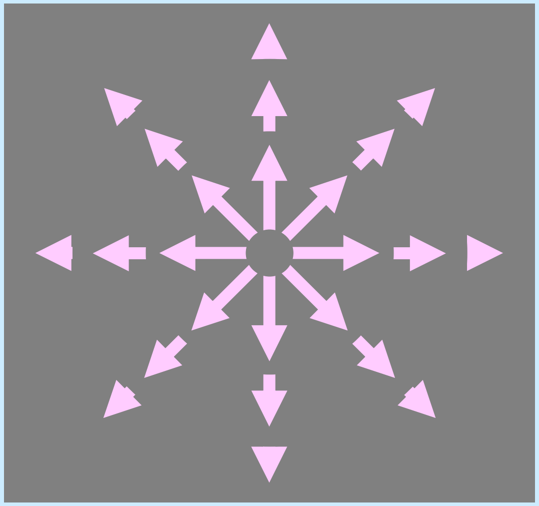
معادلات تبدیل برای EوB

میدانهاونیروها درمجاورت یک سیم حامل جریان

نیروهای بین بارهای متحرک

ناوردایی معادلات ماکسول

نسبیت و الکترومغناطیس



- الکترومغناطیس کلاسیک با نسبیت سازگار است .
- معادلات ماکسول تحت تبدیلات لورنتس ناوردا است .
- لورنتس معادلات تبدیل خود را با تکیه بر لزوم ناوردایی معادلات ماکسول بدست آورد.

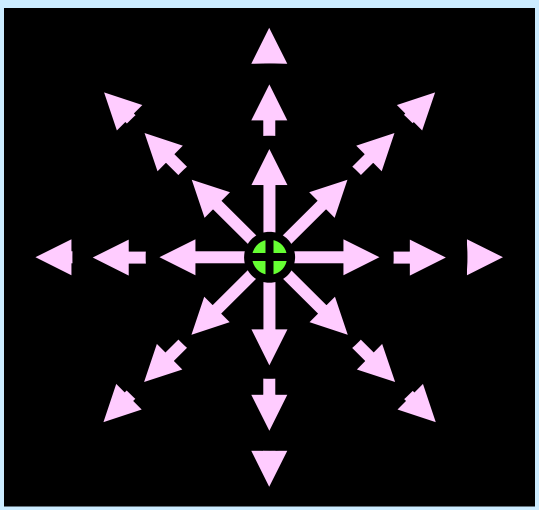
- این نتیجه که امواج الکترومغناطیسی با سرعت نور حرکت می کنند سبب شده که انشتین این فرضیه را که سرعت نور درکلیه چارچوب ها ناوردا است ارائه دهد.

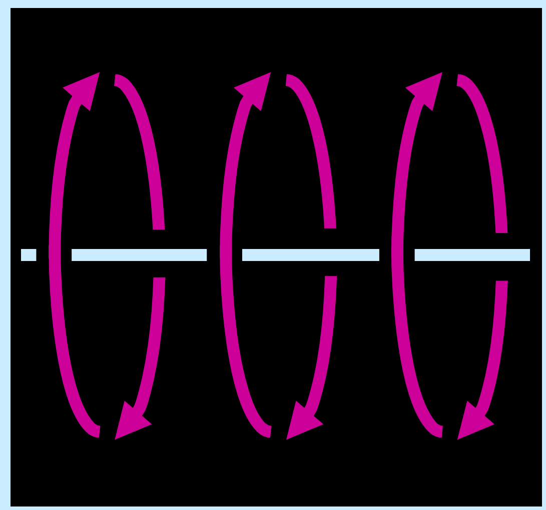
- انشتین متقاعد شد که میدانهای مغناطیسی اگر از چارچوب لخت دیگر نگریسته شود بصورت میدانهای الکتریکی ظاهر می شود و این نتیجه کلیدی برای الکترومغناطیس و نسبیت است.

چگونه میدان مغناطیسی صرفا بدلیل حرکت بصورت یک میدان الکتریکی نمود می کند؟

- خطوط میدان مغناطیسی حول یک سیم حامل جریان . این میدان بربارآزمایشی اثر ندارد مگر اینکه متحرک باشد.

- خطوط میدان الکتریکی ناشی از یک بار آزمایشی مثبت





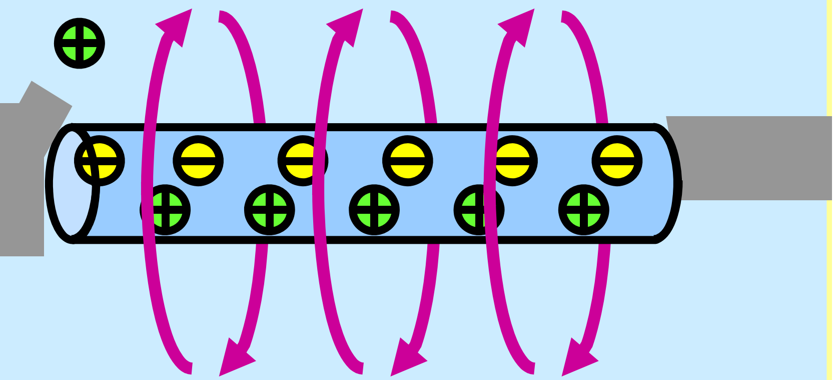
سیم حامل جریان

چگونه یکی از این میدانها به دیگری تبدیل می شود؟

سیم حامل جریان

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v}\times\vec{B}$$

فرض کنید که بارآزمایشی مثبت و بارهای منفی درسیم دارای سرعت مساوی و بارهای مثبت درسیم ساکن باشند.



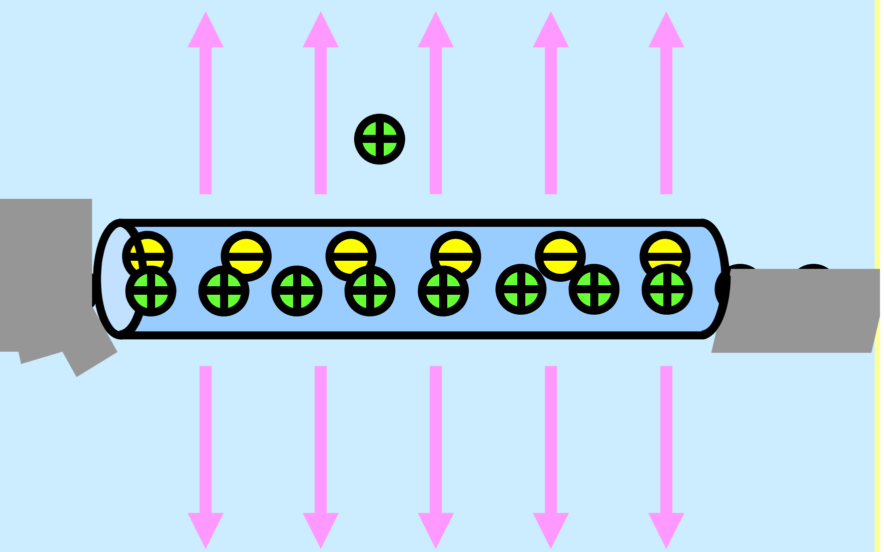
میدان الکتریکی ناشی از بارها درسیم صفراست لذا نیروی وارد بر بارآزمایشی از نوع مغناطیسی است.

میدان مغناطیسی درمحل بارآزمایشی بداخل صفحه بوده لذا نیروی وارد بر بار آزمایشی به طرف بالا خواهد بود

$$\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$$

سیم حامل جریان

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$



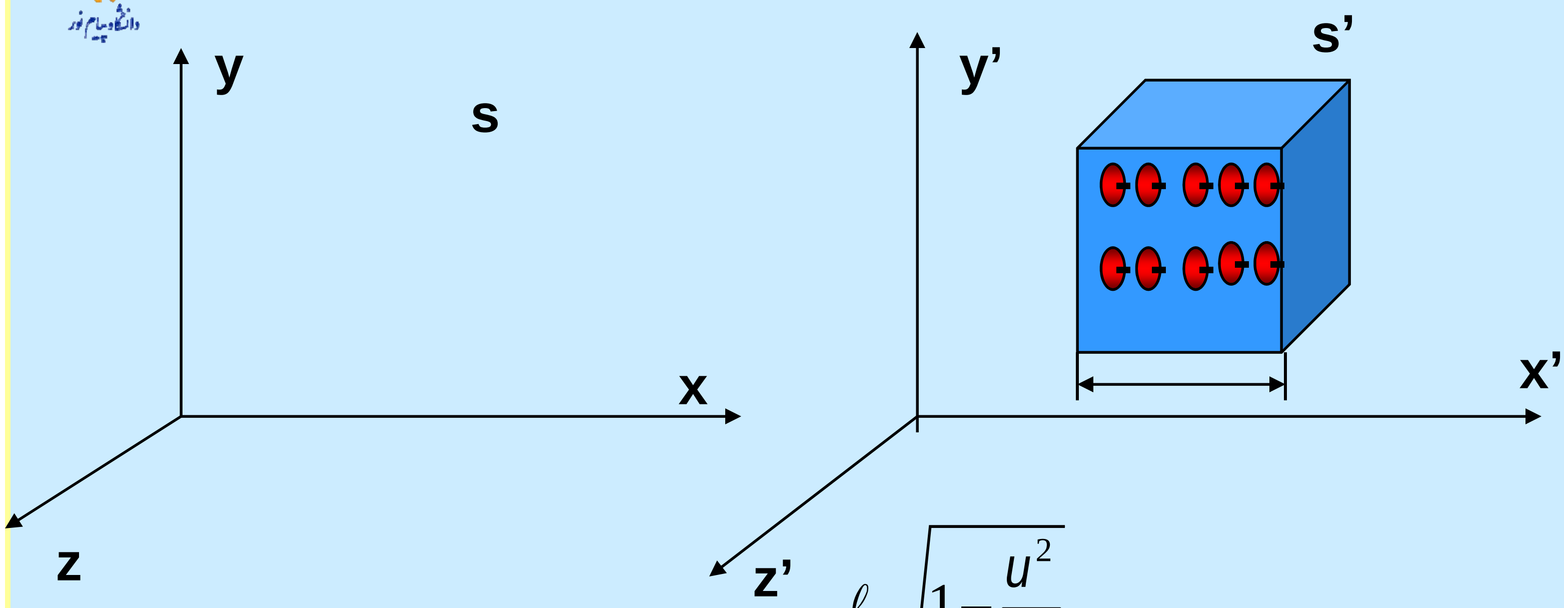
اکنون از دید چارچوب بارهای متحرک قبلی به مسئله نگاه کنید . اکنون بارهای مثبت در سیم حرکت می کنند و دارای انقباض لورنتس هستند لذا چگالی آنها بالا می رود.

بازهم میدان مغناطیسی وجود دارد ولی بار آزمایشی درحال سکون است و سرعت آن صفر بوده و برآن نیروی مغناطیسی وارد نمی شود . بارهای اضافی مثبت یک میدان الکتریکی ایجاد می کنند.

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

این میدان الکتریکی بسوی بالا است ودر محل بار آزمایشی بسمت بالا است لذا نیروی وارد بر بار آزمایشی بسمت بالا است. این دو مورد باهم مشابه هستند.

چگالی نسبیتی شدت جریان



$$\ell_{\circ}\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$$

فرض می کنبم که تعداد الکترونها در عنصر حجم مکعب **N** باشد. بارها در چارچوب **s’** ساکن بوده و جریان دراین چارچوب صفر است و چگالی شدت جریان صفر است .

این عنصر حجم را از دید چارچوب **s** درنظر می گیریم که درآن باسرعت **u** حرکت می کند . جهت حرکت در راستای محور **x** است . طو ل ضلعی که درراستای این محور قرار دارد برابر است با:

ادامه.....

چگالی بار برای ناظر s برابر است با:

$$\rho_\circ = \frac{Ne}{\ell_\circ^{\,3}}$$

$$\rho = \frac{\rho_\circ}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

چگالی شدت در s برابر است با:

$$j = \rho u = \frac{Neu}{\ell^3_\circ\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

$$j = \frac{\rho_\circ u}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

مولفه های چگالی شدت جریان:

$$j_x = \frac{\rho_\circ u_x}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \quad , \quad j_y = \frac{\rho_\circ u_y}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \qquad j_z = \frac{\rho_\circ u_z}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\rho = \frac{\rho_\circ}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

رابطه چگالی شدت جریان و چگالی بارفضا -زمانی

کمیتی ناوردا از j و ρ به شکل زیر وجوددارد:

$$c^2\rho^2-(j_x^2+j_y^2+j_z^2)=c^2\rho_\circ^2$$

$$\rho=\frac{\rho_\circ}{m_\circ}m \qquad , j=\frac{\rho_\circ}{m_\circ}P$$

$$j_x=\frac{j_x'-\rho' v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad , \quad j_y=j_y' \qquad , \quad j_z=j_z' \quad , \rho=\frac{\rho'+\frac{v.j_x'}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

ادامه......
معکوس معادلات :

$$j'_x = \frac{j_x - \rho v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad , \quad j'_y = j_y \quad , \quad j'_z = j_z \quad , \rho' = \frac{\rho + \frac{v.j_x}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

معادلات تبدیل برای E و B

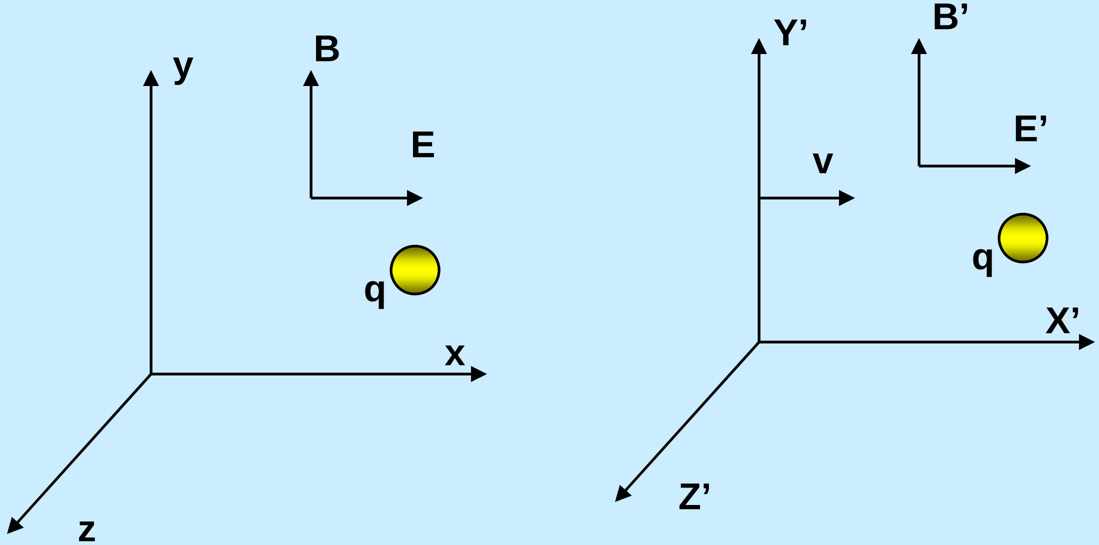
یادآوری :

نیروی لورنتس :

$$\boxed{F = q(E + u \times B)}$$

معادلات تبدیل نیرو بین چارچوب s و یک چارچوب دیگر s' که درآن ذره بطور لحظه ای ساکن است.

$$\boxed{\begin{aligned} F_x &= F_x' \\ F_y &= F_y'\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{F_y'}{\gamma} \\ F_z &= F_z'\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{F_z'}{\gamma} \end{aligned}}$$



$$\left(v\times B\right)_x = v_y B_x - v_x B_y$$

$$F_x = q\left[E_x + \left(v\times B\right)_x\right] = qE_x$$

$$F_{x'} = qE'_x$$

$$F'_x = F_x \qquad \Rightarrow qE'_x = qE_x \qquad \Rightarrow E'_x = E_x$$

ادامه....

$$q\frac{E'_y}{\gamma}=q[E_y+(V\times B)_y]=q[E_y+v_zB_x-v_xB_z]=q[E_y-vB_z]$$

$$\Rightarrow E'_y=\gamma(E_y-vB_z)$$

$$E'_z=\gamma(E_z+vB_y)$$

تبدیل عکس :

$$E_x=E'_x$$

$$\Rightarrow E_y=\gamma(E'_y+vB_z{}')$$

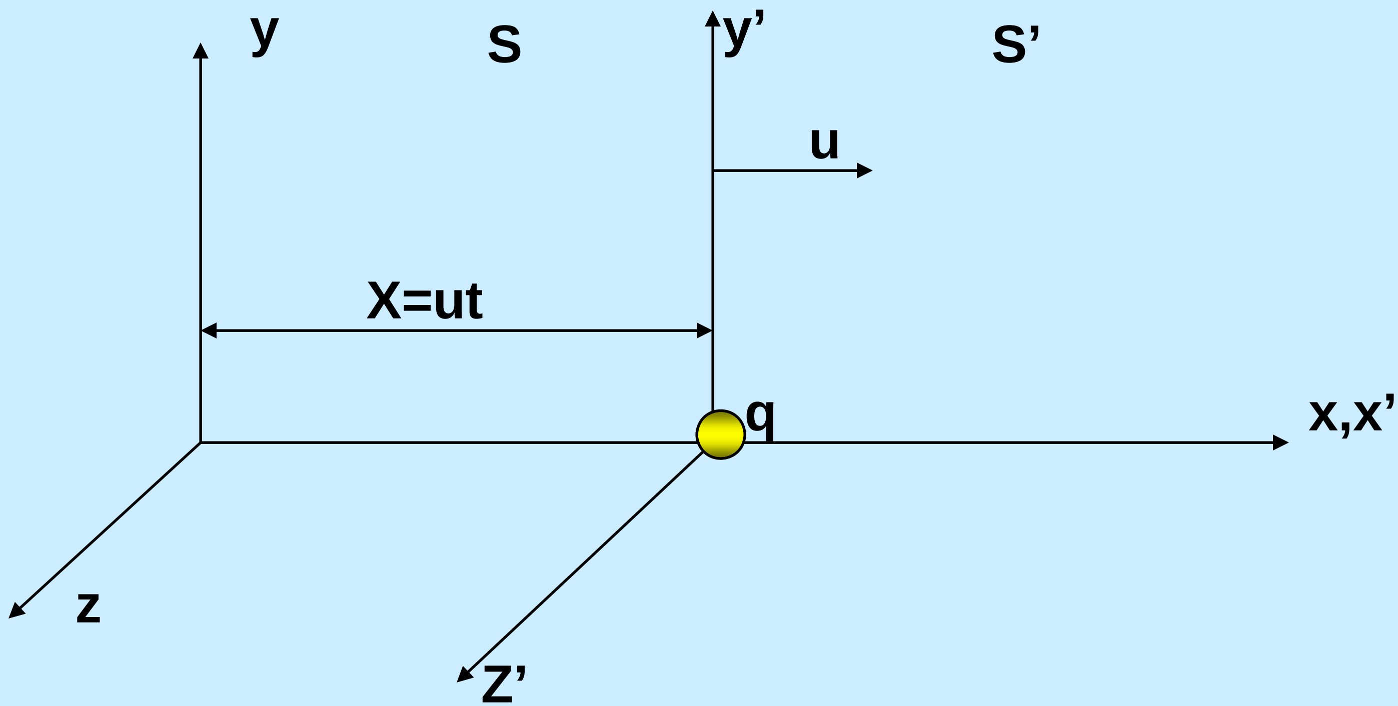
$$E'_z=\gamma(E'_z-vB'_y)$$

تبدیلات میدان مغناطیسی :

به همین ترتیب :

$$\begin{cases} B_x = B'_x \\ B_y = \gamma\left(B'_y + \dfrac{vE'_z}{c^2}\right) \\ B_z = \gamma\left(B'_z + \dfrac{vE'_y}{c^2}\right) \end{cases} \qquad \begin{cases} B'_x = B_x \\ B'_y = \gamma\left(B_y + \dfrac{vE_z}{c^2}\right) \\ B'_z = \gamma\left(B_z + \dfrac{vE_y}{c^2}\right) \end{cases}$$

میدان حاصل از یک بارنقطه ای متحرک باحرکت یکنواخت:



S’: درچارچوب

ادامه...

$$
\begin{cases}
E' = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_\circ} \cdot \dfrac{r'}{r'^3} \qquad , \qquad B' = 0 \\[2ex]
r' = \left(x'^2 + y'^2 + z'^2 \right)^{\frac{1}{2}}
\end{cases}
$$

ادامه...

درچارچوب S :

$$r' = (x'^2 + y'^2 + z'^2)^{\frac{1}{2}} = \left[\gamma^2 (x - ut)^2 + y^2 + z^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$E'_x = \frac{qx'}{4\pi\varepsilon_\circ r'^3} \qquad , E'_y = \frac{qy'}{4\pi\varepsilon_\circ r'^3} \qquad , E'_x = \frac{qz'}{4\pi\varepsilon_\circ r'^3}$$

$$E_x = E'_x = \frac{qx'}{4\pi\varepsilon_\circ r'^3} = \frac{q\gamma(x - ut)}{4\pi\varepsilon_\circ \left[\gamma^2 (x - ut)^2 + y^2 + z^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$X = ut \qquad \Rightarrow$$

$$E_x = \frac{q\gamma(x - X)}{4\pi\varepsilon_\circ \left[\gamma^2 (x - X)^2 + y^2 + z^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$E_y = \frac{q\gamma y}{4\pi\varepsilon_\circ \left[\gamma^2 (x - X)^2 + y^2 + z^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$E_z = \frac{q\gamma z}{4\pi\varepsilon_\circ \left[\gamma^2 (x - X)^2 + y^2 + z^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$

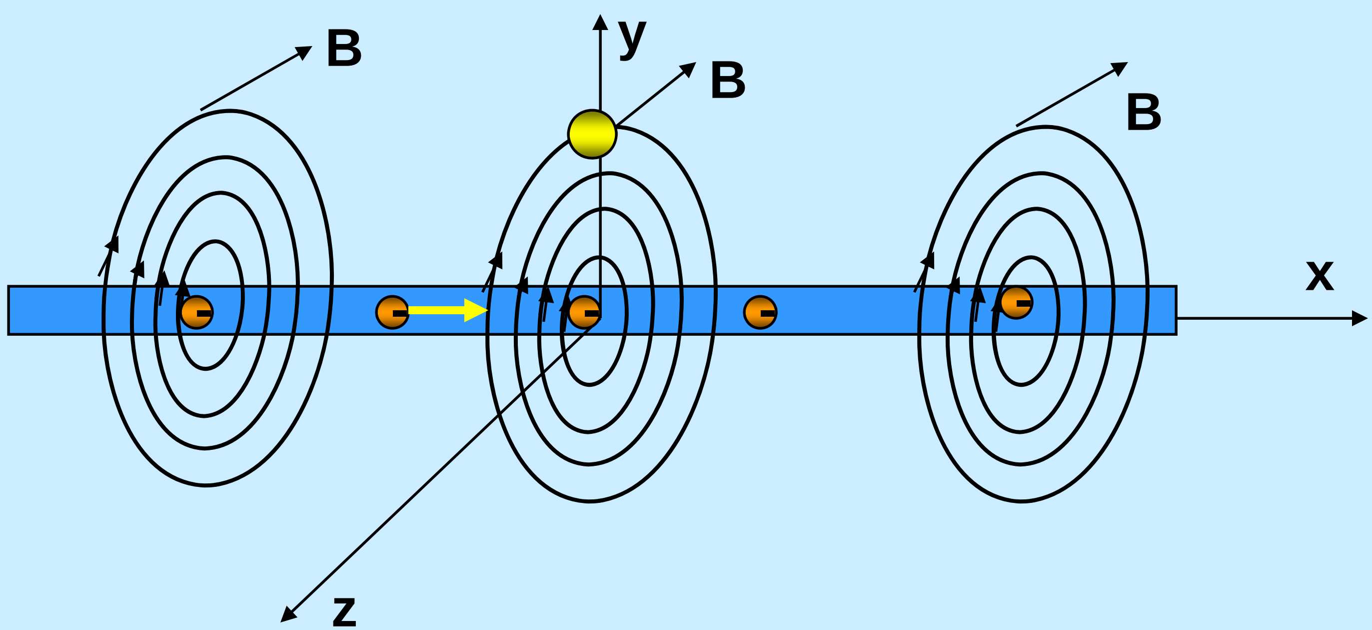
ادامه...

مولفه های میدان مغناطیسی در چارچوب s :

$$\begin{cases} B_x = 0 \\ B_y = -\dfrac{u}{c^2} E_z \\ B_z = \dfrac{u}{c^2} E_y \end{cases}$$

میدانها درمجاورت یک سیم حامل جریان

یک سیم مستقیم بلندوساکن که حامل جریان است یک میدان مغناطیسی B در چارچوب s ایجادمی کند.الکترونها باچگالی خطی λ باسرعت سوق u درجهت مثبت محور x حرکت می کنند. جریان $i = \lambda u$ درجهت منفی محور x ها است . یک بار آزمون q در روی محور y درحال سکون قرار دارد.



ادامه...
درچارچوب S :

چگالی خطی الکترونها درون سیم= λ^-

چگالی خطی یون های مثبت = λ^+

$$\lambda = \lambda^- + \lambda^+ = 0$$

$$E = \left(\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_\circ r}\right) = 0$$

$$B = \frac{\mu_\circ \lambda^- u}{2\pi r}$$

ادامه.....

درچارچوب s’ :

$$\begin{cases} E'_x = E_x = 0 \\ E'_y = \gamma(E_y - uB_z) = \gamma(0 + u\dfrac{\mu_\circ \lambda u}{2\pi r}) = \gamma u^2 \dfrac{2\mu_\circ \lambda}{2\pi r} \\ E'_z = \gamma(E_z + uB_y) = \gamma(0+0) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} B'_x = B_x = 0 \\ B'_y = \gamma(B_y + \dfrac{u}{c^2}E_z) = \gamma(0+0) = 0 \\ B'_z = \gamma(B_z - \dfrac{u}{c^2}E_y) = \gamma(-\dfrac{\mu_\circ \lambda^- u}{2\pi r} - 0) = -\gamma \dfrac{\mu_\circ \lambda^- u}{2\pi r} \end{cases}$$

ناوردایی معادلات ماکسول:

یادآوری
شکل دیفرانسیلی معادلات ماکسول

$$\varepsilon_\circ div\ E = \rho \qquad (1)$$

$$div\ B = 0 \qquad (2)$$

$$curl\ B = \mu_\circ (j + \varepsilon_\circ \frac{\partial E}{\partial t}) \qquad (3)$$

$$curl\ E = -\frac{\partial B}{\partial t} \qquad (4)$$

ادامه...

معادلات 2و4 شامل کمیات $j,\rho,\varepsilon_\circ,\mu_\circ$ نیستندو شکل این معادلا ت درخلا ومحیط مادی یکسان است ازاین دومعادله از نظر سادگی برا اثبات ناوردایی معادلات ماکسول استفاده می کنیم .

مولفه های فضایی این معادلات درچارچوب sچنین است:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial y}E_z - \dfrac{\partial}{\partial z}E_y = -\dfrac{\partial B_x}{\partial t} \\ \dfrac{\partial}{\partial z}E_x - \dfrac{\partial}{\partial x}E_z = -\dfrac{\partial B_y}{\partial t} \qquad (5) \\ \dfrac{\partial}{\partial x}E_y - \dfrac{\partial}{\partial y}E_x = -\dfrac{\partial B_z}{\partial t} \\ \dfrac{\partial}{\partial x}B_x - \dfrac{\partial}{\partial y}B_y + \dfrac{\partial}{\partial z}B_z = 0 \end{cases} \qquad (6)$$

ادامه...

درچارچوب s’ میدان هارا با E’ و B’ درمختصات فضا- زمانی x’ ، y’ ، z’ و t’ که به x ، y ، z و t بوسیله تبدیلات لورنتس به همدیگر مربوط می شوند باروابط زیر نشان می دهیم :

$$curl\ E' = -\frac{\partial B'}{\partial t}$$

$$div\ \ B' = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial y}E'_z - \frac{\partial}{\partial z}E'_y = -\frac{\partial B'_x}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}E'_x - \frac{\partial}{\partial x}E'_z = -\frac{\partial B'_y}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}E'_y - \frac{\partial}{\partial y}E'_x = -\frac{\partial B'_z}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}B'_x - \frac{\partial}{\partial y}B'_y + \frac{\partial}{\partial z}B'_z = 0$$

ادامه...

باستفاده ازتبدیلات لورنتس :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$x' = \gamma(x - vt) \quad , y' = y \quad , z' = z \quad , t' = \gamma(t - \frac{vx}{c^2})$$

می توان روابطه به مشتقات جزیی را نوشت:

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial x'}{\partial x}.\frac{\partial}{\partial x'} + \frac{\partial y'}{\partial x}.\frac{\partial}{\partial y'} + \frac{\partial z'}{\partial x}.\frac{\partial}{\partial z'} + \frac{\partial t'}{\partial x}.\frac{\partial}{\partial t'}$$

$$\frac{\partial x'}{\partial x} = \gamma \quad , \frac{\partial y'}{\partial x} = 0 \quad , \frac{\partial z'}{\partial x} = 0 \quad , \frac{\partial t'}{\partial x} = -\frac{\gamma v}{c^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial x} = \gamma(\frac{\partial}{\partial x'} - \frac{v}{c^2}\frac{\partial}{\partial t'}) \qquad , \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y'} \qquad , \frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z'}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = \gamma(\frac{\partial}{\partial t'} - v\frac{\partial}{\partial x'})$$

ادامه....

این مقادیر را درمعادلات (6) قرار می دهیم . به عنوان مثال معادله (5) به شکل زیر در می آید:

برای اینکه شکل معادله (5) ناوردا باشد باید این معادله در دستگاه s’ به صورت زیر درآید:

$$\frac{\partial}{\partial z'}E_x-\frac{\partial}{\partial x'}\left[\gamma(E_z+vB_y\right]=-\frac{\partial}{\partial t'}\left[\gamma(B_y+\frac{vE_z}{c^2}\right]$$

برای اینکه دو معادله فوق یکسان باشندباید:

$$\frac{\partial}{\partial z'}E'_x-\frac{\partial}{\partial x'}E'_z=-\frac{\partial}{\partial t'}B'_y$$

$$E'_x=E_x$$

$$E'_z=\gamma(E_z+vB_y)$$

$$B'_y=\gamma(B_y+\frac{vE_z}{c^2})$$

ادامه....

همان تبدیلات مولفه های میدانهای الکترومغناطیسی که قبلا بدست آوردیم.

به همین طریق :

$$E'_x = E_x$$

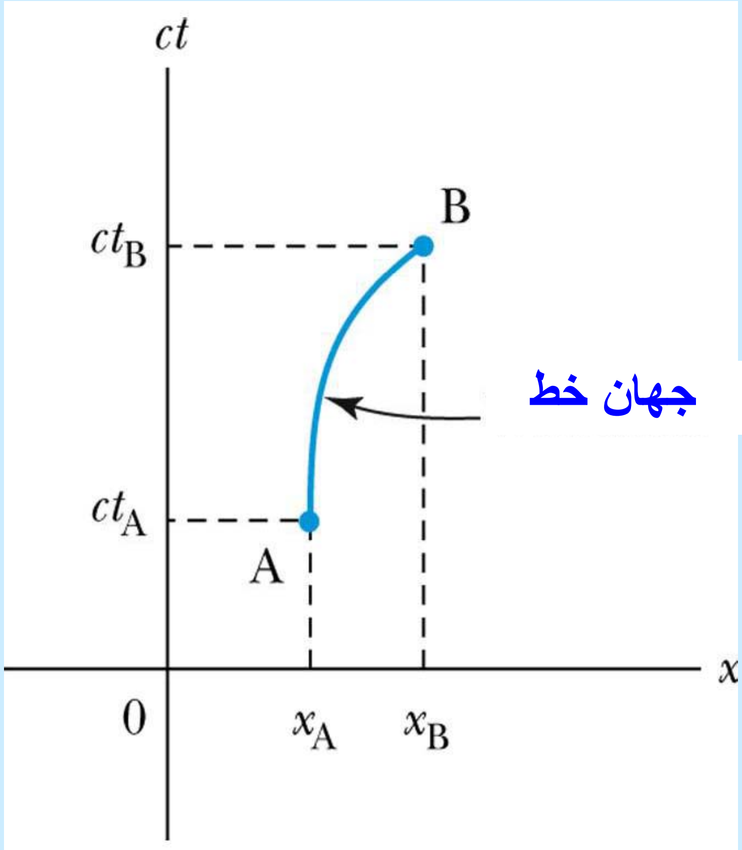
$$E'_y = \gamma(E_y + vB_z)$$

$$B'_z = \gamma(B_z + \frac{vE_y}{c^2})$$

$$B'_x = B_x$$

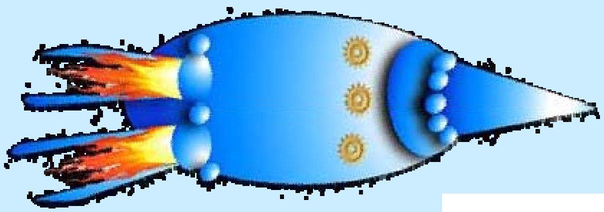
نتیجه: به شرطی معادلات ماکسول از لحاظ شکل تغییر نمی کنند که میدانهای الکترومغناطیسی به شکلی که قبلا بدست آوردیم باشند.

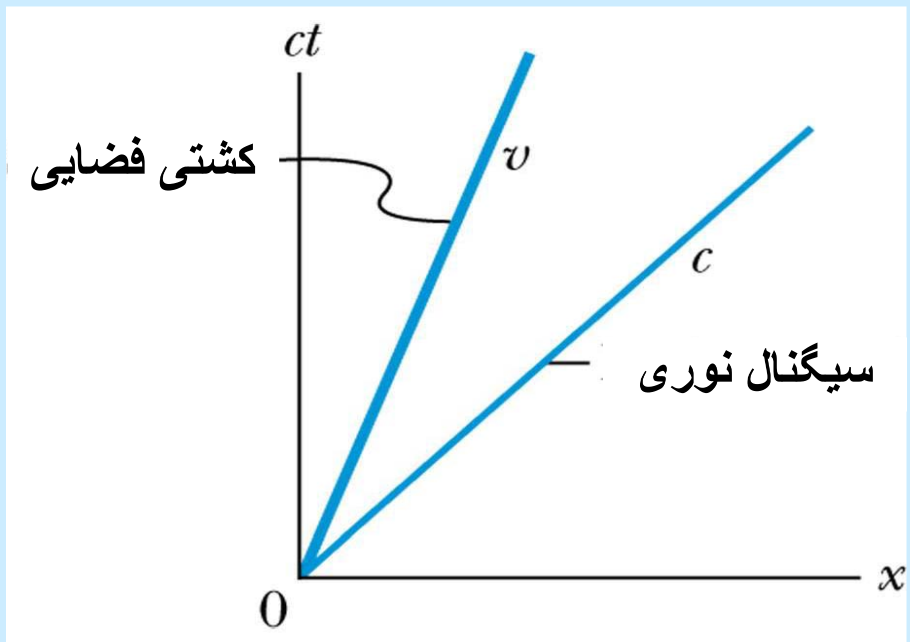
نمایش هندسی فضا -زمان



- هنگام توصیف رویدادها در نسبیت بهتراست که رودیدادها را با نمودار فضا-زمان نشان دهیم .
- دراین نمودار مختصات فضایی x موقعیت را مشخص می کند وبجای زمان t از ct بعنوان مختصه دیگر استفاده می کنیم . دراین صورت هر دو مختصه دارای بعد طول خواهندبود.
- نمودارهای فضا – زمان برای اولین بار بوسیله آچ- مینکوفسکی در سال 1908 بکاربرده شد و آنرا اغلب دیاگرام مینکوفسکی می نامند . مسیرها درفضا – زمان مینکوفسکی را **جهان خط** می گویند.

جهانخط های ویژه:





شیب جهانخط
c/vاست .

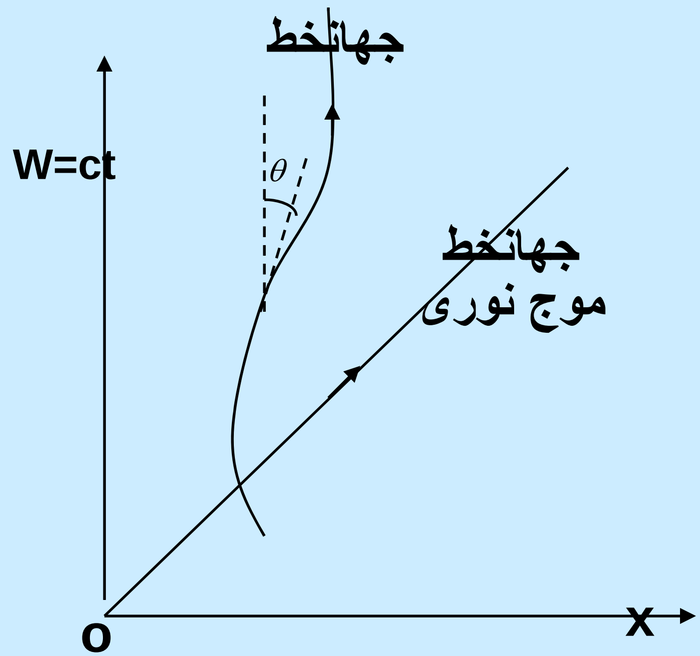
ناظرین ساکن
روی خط قائم
قرار دارند.

موج نوری
دارای شیب
45°است

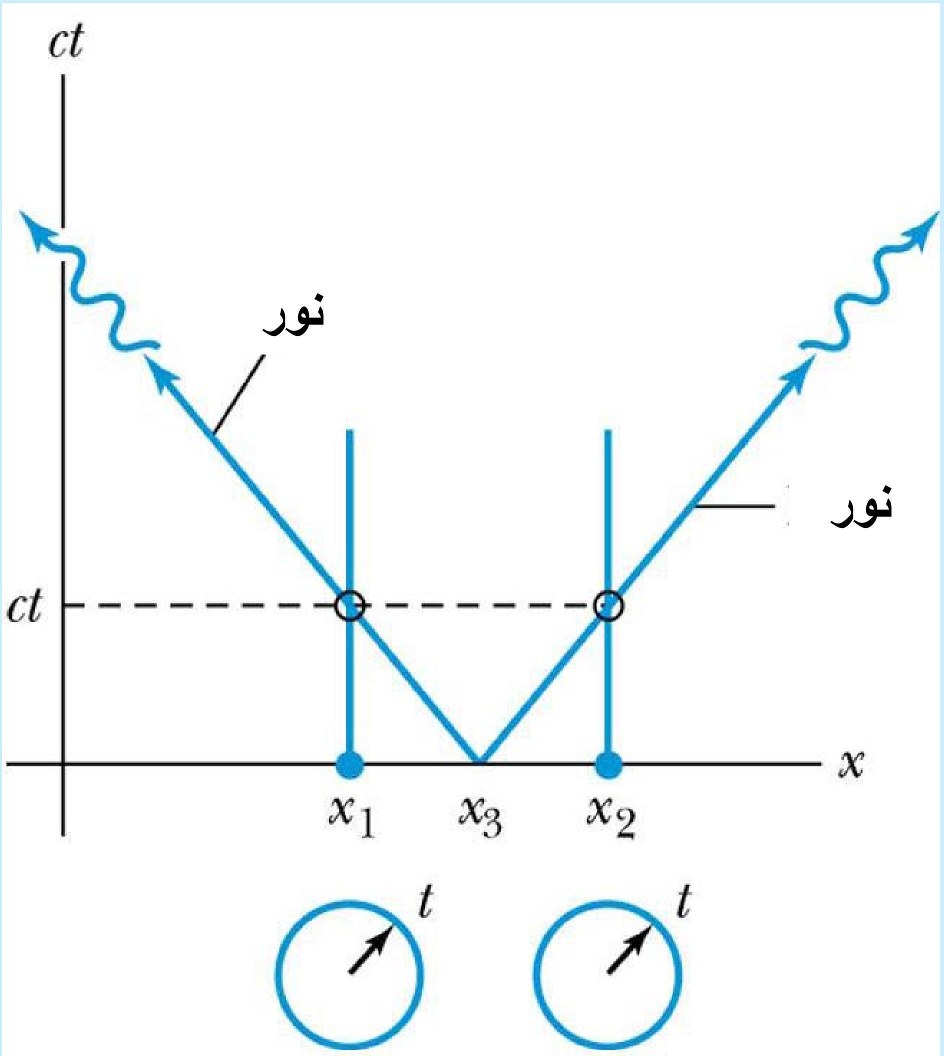
معادلات لورنتس با استفاده از نمادجدید :w=ct

$$x' = \frac{x - \beta w}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad x = \frac{x' + \beta w'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$w' = \frac{w - \beta x}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad w = \frac{w' - \beta x'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

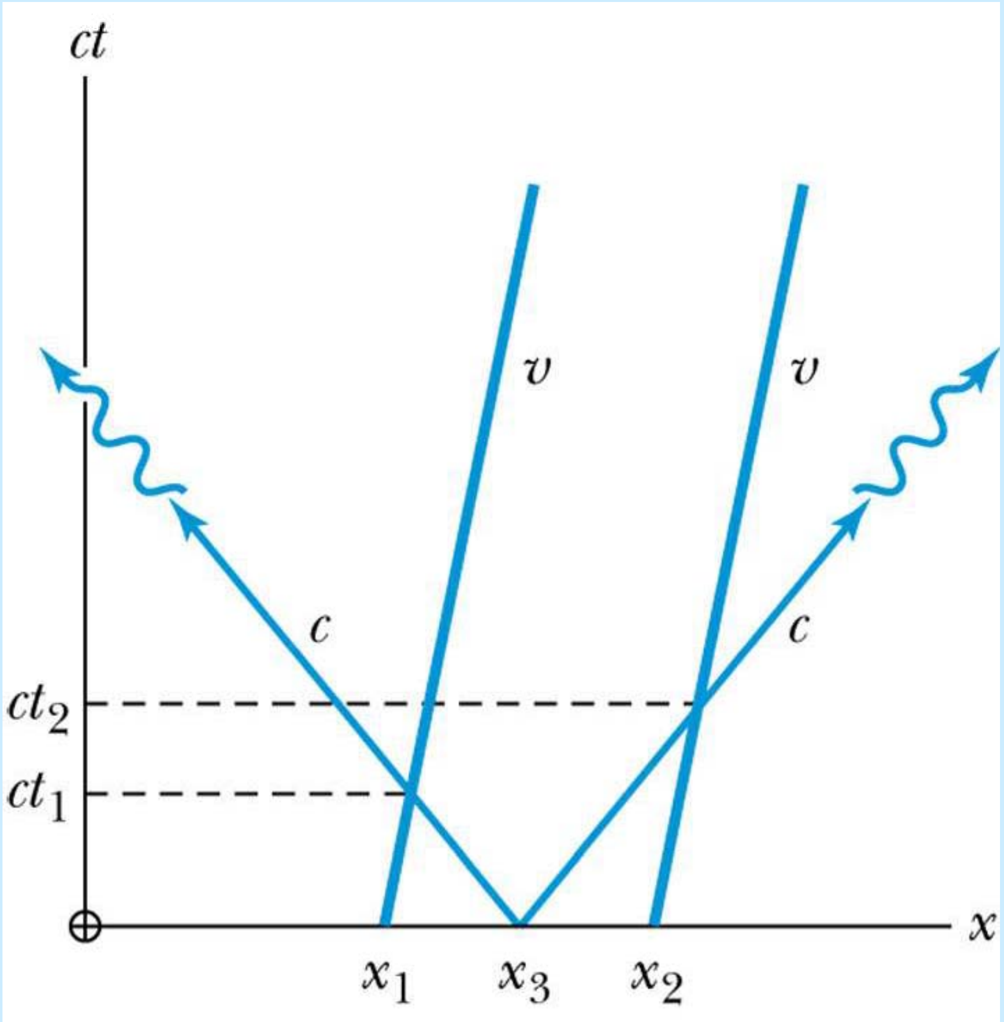


جهانخط ها وزمان



ناظرین در x_1 و x_2 رویدادی را که در نقطه $x = x_3$درزمان $t = 0$ روی می دهد مشاهده می کنند. رویدادی که در نقطه x_3 روی می دهد میتواند برای همزمان کردن ساعت هایی که در x_1وx_2 قراردارند بکار رود .

ساعت های متحرک: همزمانی



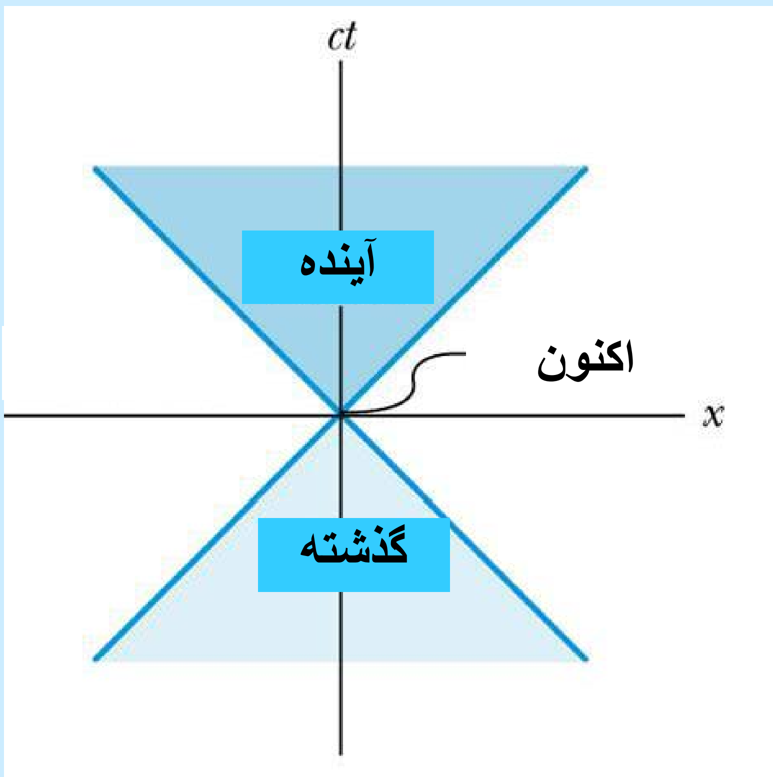
ناظرهایی که درچهارچوب متحرک با سرعت v رویداد اتفاق افتاده در

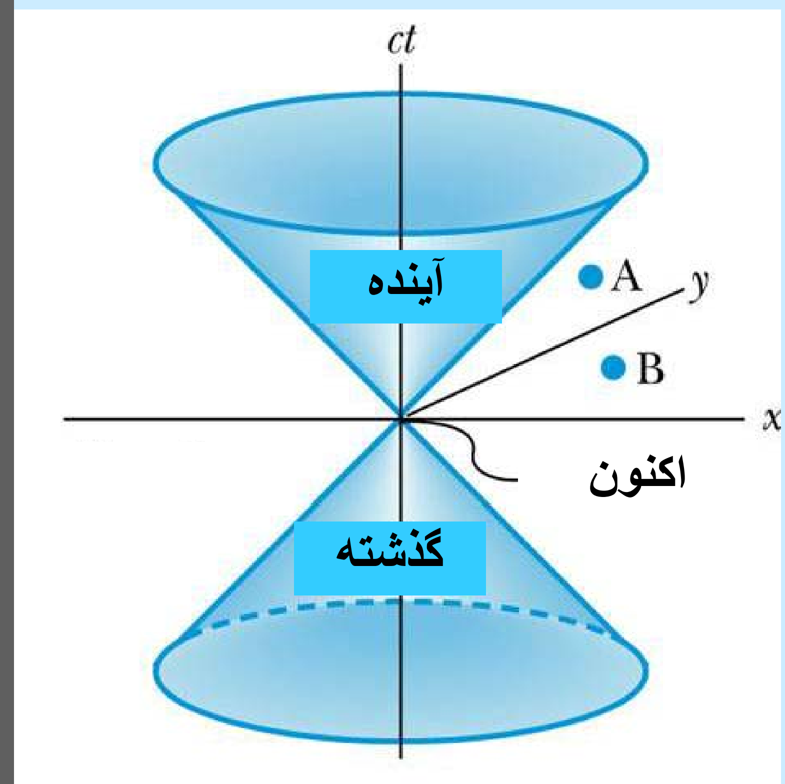
درلحظه t $x = x_3$

در زمانهای $0=$ مختلفی مشاهده می کنند..

مخروط نوری

گذشته ، حال و آینده به اسانی در دیاگرام های فض-زمان مشخص می شود و اگر بعد فضایی دیگر به آن اضافه شود این نواحی به مخروط تبدیل می شوند .



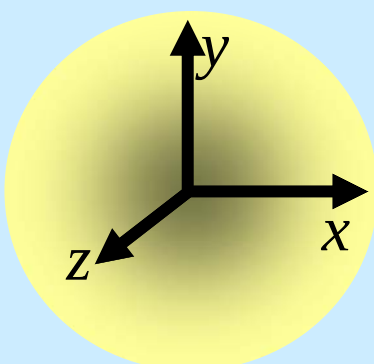


بازه فضا- زمان

- بخاطرداريد كه كليه ناظرها سرعت نور را بدون توجه به سرعت خود يكسان اندازه می گيرند بنابراين جبهه های موج نور را كروی می بينند.

$$s^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = (x')^2 + (y')^2 + (z')^2 - c^2(t')^2 = (s')^2$$

اين بازه را می توان برحسب متريک فضا –زمان چنين نوشت:



$$s^2 = \begin{bmatrix} x & y & z & ct \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ ct \end{bmatrix}$$

ناورداهای فضا -زمان

- کمیت Δs^2 بین دو رویداد در هر چارچوبی ناوردا است .
- Δs را بازه فضا-زمان بین دو رویداد می نامند.

- سه احتمال برای Δs^2 , وجود دارد:

- $\Delta s^2 = 0: \Delta x^2 = c^2 \Delta t^2$, دورویداد بوسیله سیگنال نوربه هم وصل می شوند واین جدایی را نورگونه می گویند.
- $\Delta s^2 > 0: \Delta x^2 > c^2 \Delta t^2$, هیچ سیگنالی نمی تواند آنقدر سریع باشد که این دو رویدادرا به هم وصل کند و این جدایی را فضا گونه می گویند. .
- $\Delta s^2 < 0: \Delta x^2 < c^2 \Delta t^2$, دورویداد به هم مربوط می شوند واین جدایی را زمان گونه می گویند.

پاردکس های نسبیت خاص

- چندین پارادکس درنسبیت خاص وجوددارد . این تناقصات به علت چسبیدن به مفاهیم گالیله از زمان ومکان در یک لحظه از زمان حاصل می شود.

- یکی از این پارادکس ها ، پارادکس دوقلوها است.

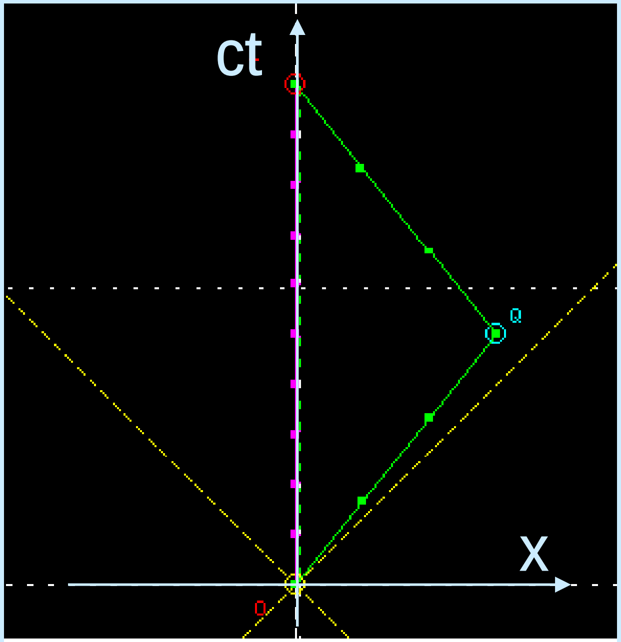
پارادکس دوقلوها

کیوان در شانزدهمین سال تولد خود سوار سفینه فضایی خود شده وبا سرعت **0.8c** به فضا می رود برادرش درخانه می ماند مسافرت کیوان طبق ساعت خودش ۶ سال طول می کشدو بهرام :

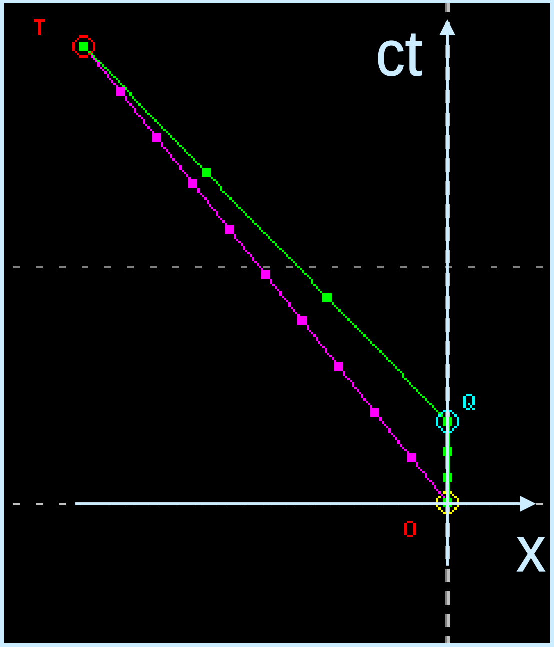
$$6/\sqrt{1-(0.8c/c)^2} = 10$$ سال

پارادکس دراین جاست که از نظر کیوان این بهرام است که به مسافرت رفته است آیا او باید جوانتر بماند؟

چارچوب بهرام

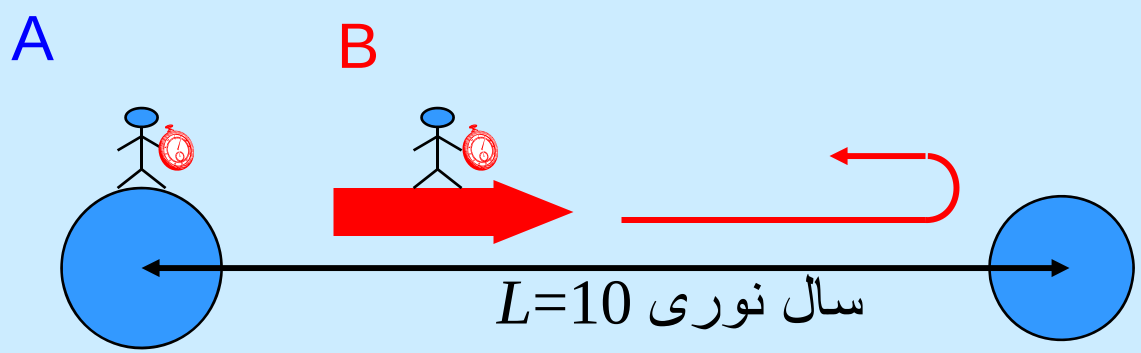


چارچوب کیوان



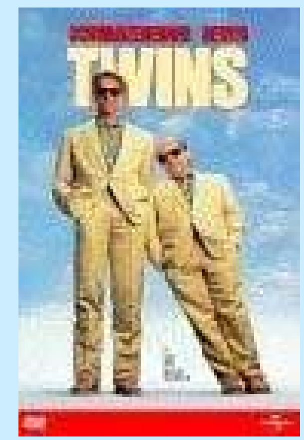
کیوان دوچارچوب مرجع دارد!

مثال –پارادکس دوقلوها :



$$\beta = .999$$

$$\gamma = 22.37$$



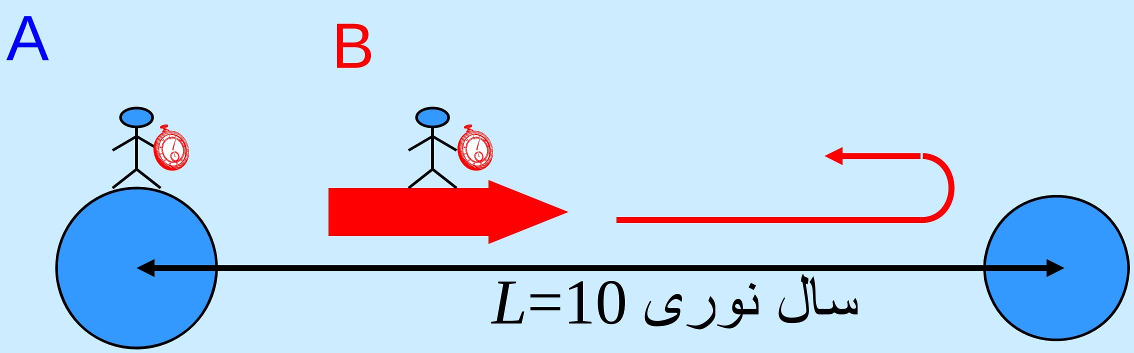
ساعت A:

زمان رفت = $\dfrac{10 \text{ light years}}{.999c} = 10.01 \text{ years}$

زمان برگشت = $\dfrac{10 \text{ light years}}{.999c} = 10.01 \text{ years}$

زمان کل طبق ساعت A **=20.02 years**

مثال -پارادکس دوقلوها :



$$\beta = .999$$

$$\gamma = 22.37$$

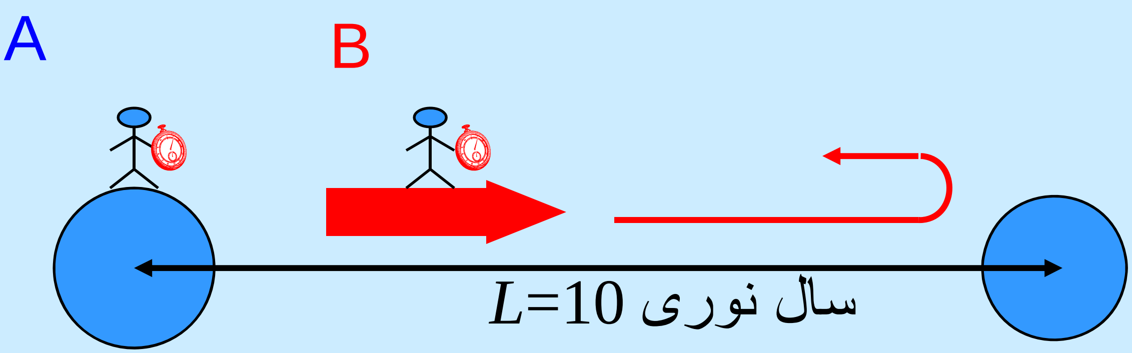
مشاهده ناظر A از ساعت B

$$\text{زمان رفت} = \frac{10.01 \text{ years}}{22.37} = .4475 \text{ years}$$

$$\text{زمان برگشت} = \frac{10.01 \text{ years}}{22.37} = .4475 \text{ years}$$

مشاهده ناظر Aاز ساعتB **=0.895 years**

مثال –پارادکس دوقلوها :



$$\beta = .999$$

$$\gamma = 22.37$$

ساعت B:

زمان رفت = $\dfrac{10 \text{ light years}}{22.37} \dfrac{1}{.999c} = .4475 \text{ years}$

زمان برگشت = $\dfrac{10 \text{ light years}}{22.37} \dfrac{1}{.999c} = .4475 \text{ years}$

زمان کل رفت و برگشت ازنظر ساعت ناظر B = **0.895 years**

نسبیت عام(1916)

نسبیت خاص :فضا وزمان جهانی نیستند بلکه به وضعیت حرکت ناظرها بستگی دارد.

نسبیت عام :فضا وزمان کمیت های دینامیکی هستند که در حضور جرم وانرژی دچار اغتشاش می شوند. این اغتشاش را ما گرانش می نامیم.
ن خ :ناظرین که نسبت به هم درچارچوب های مرجع لخت قراردارند نمی توانند سکونرا ازحرکت تشخیص دهند.

ن ع :ناظرینی که در چارچوب های غیر لخت قرار دارند نمی توانند شتاب را از آثار گرانشی تشخیص دهند (اصل هم ارزی)

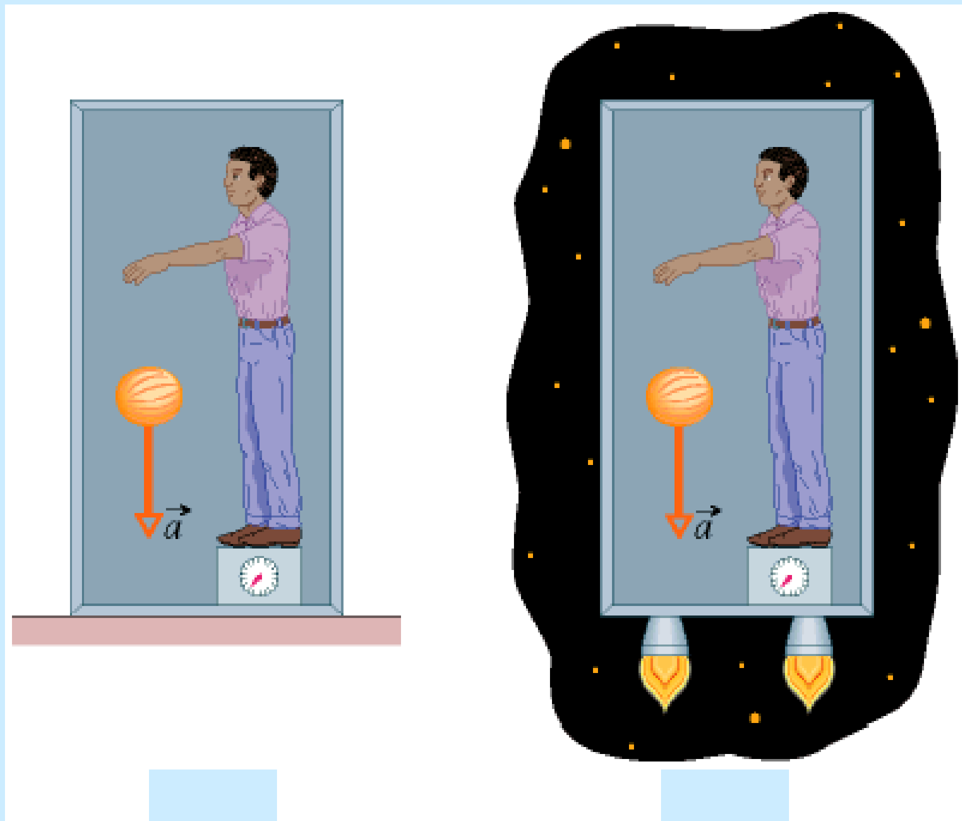
اصل هم ارزی

گالیله :کلیه اجسام درمیدان گرانشی زمین مستقل از جرمشان با شتاب

یکسان سقوط می کنند.این شتاب 980 متر بر مجذور ثانیه است.

انشتین :این اصل عمیقی است زیرا می گوید جسمی که آزادانه سقوط می کند نیروی گرانشی را احساس نمی کند

اصل هم ارزی



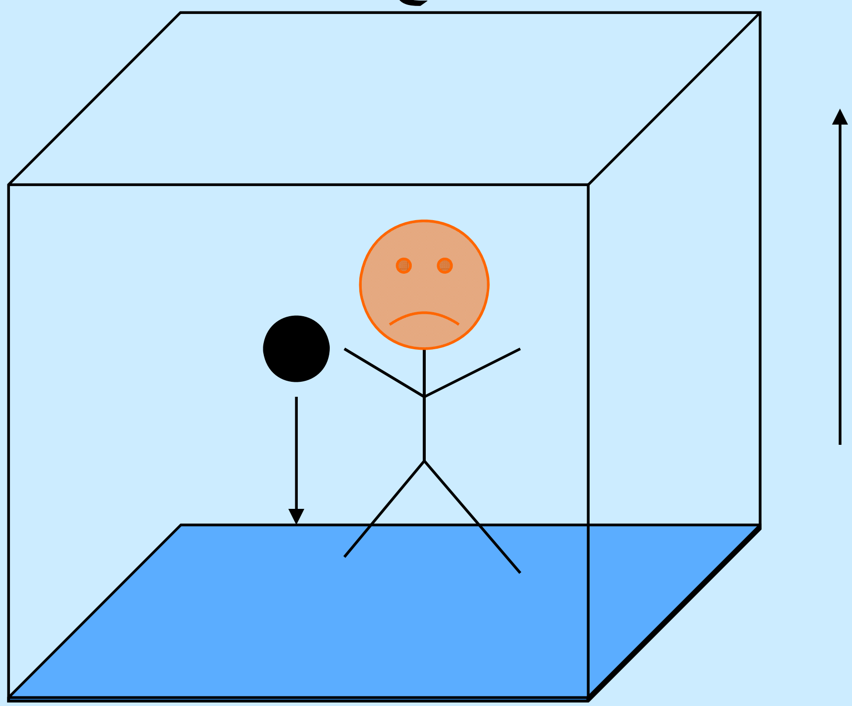
البرت انشتین می گوید :دراداره ثبت اختراعات در برن بودم که ناگهان این فکر مرا مشغول کرد" اگر شخصی آزادانه سقوط کند وزن خودرا احساس نخواهد کرد" این فکر ساده تاثیر بزرگی درمن ایجادکرد و من را بسوی گرانش سوق داد.

ناظر A ساکن روی سطح زمین

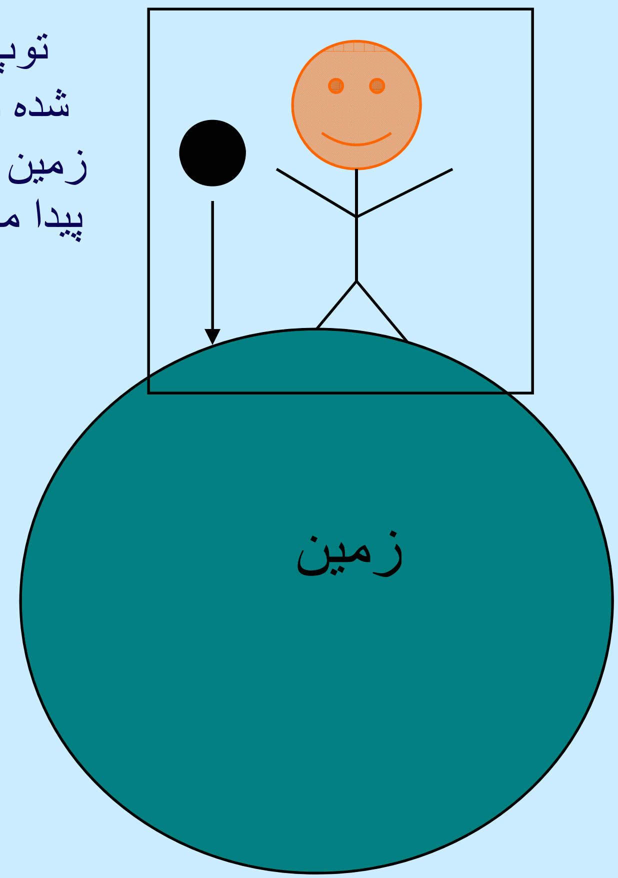
در اتاقکی با شتاب B ناظر

980متر برمجذورثانیه

درفضای خارج به بالا می رود



توپ رها شده بسوی زمین شتاب پیدا می کند



آزمایش ذهنی انشتین

هم ارزی شتاب و گرانش

این دو ناظر اثر فیزیکی یکسانی را احساس می کنند،تفاوت بین دو وضعیت زیر مشهود نیست :

1- سفینه درناحیه ای که میدان گرانشی وجودندارد نسبت به یک چارچوب لخت شتاب دارد.

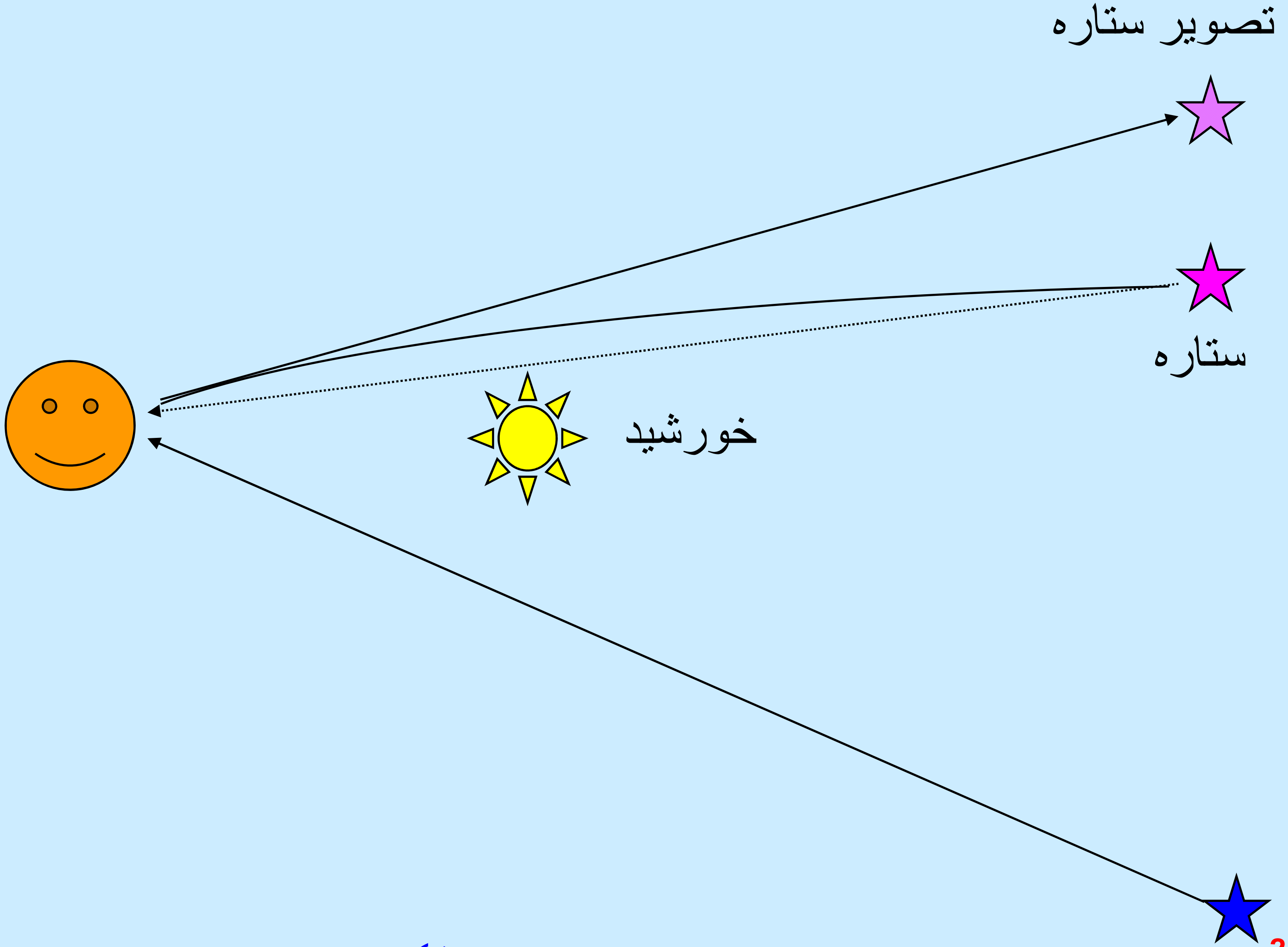
2- سفینه در ناحیه ای که میدان گرانشی یکنواختی وجود دارد نسبت به یک چارچوب لخت بدون شتاب است .

خم شدن پرتوهای نور در میدان گرانشی

ازرصد کسوف سال 1919 درشمال شرقی برزیل این پیش بینی نسبیت عام که:
نور ستاره ای که از کنارخورشید می گذرد خم شده وبنظر می رسد
که ستاره جابجا شده است

تئوری نسبیت عام پیش بینی می کند که نور دوبرابر گرانشی منحرف می شود.

نور بوسیله میدان گرانشی خورشید خم می شود.



درسال 1919 ادینگتون کسوف خورشید را مشاهده
کردو نظریه نسبیت عام انشتین اثبات شد...

einstein akademie wissenchaften
berlin

Telegraphie des Deutschen Reichs.
Berlin, Haupt-Telegraphenamt

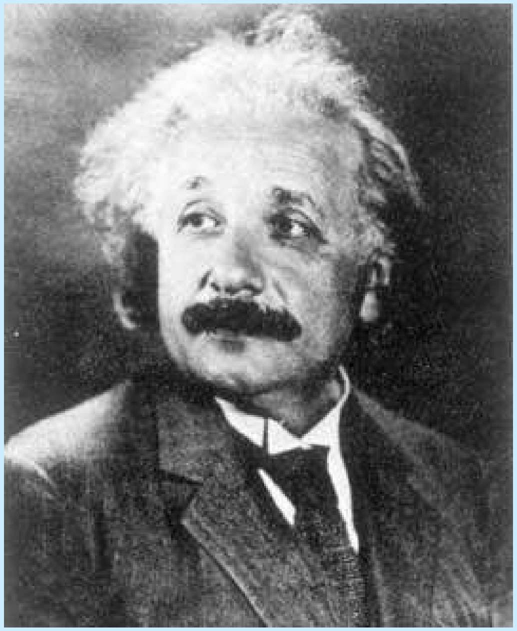
lickobservaory calif 129/12 50 lr 19/16.- westernunion

three pairs australia tahiti eclipse plates measured by camp[bell]
trumpler sixty two to eighty four stars each five of six
measurements completely calculated give einstein deflection
between one point fifty nine and one point eighty six seconds
arc mean value one point seventy four seconds = campbell .+

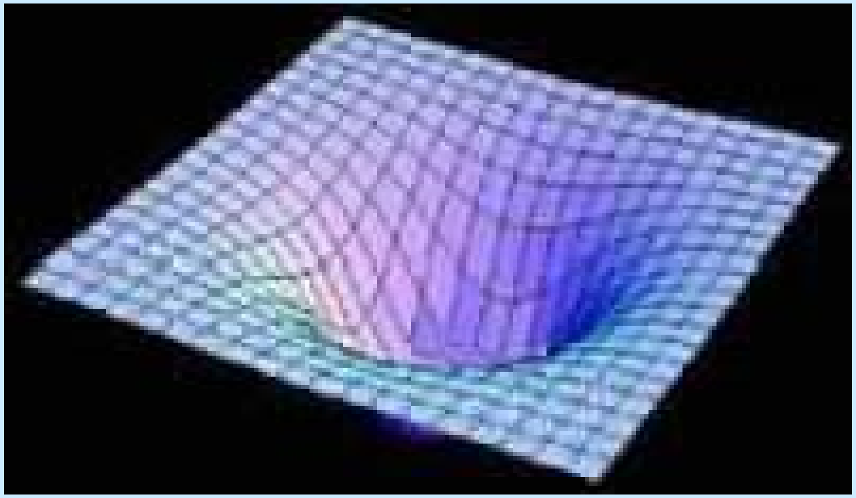
تایمز لندن- 8نوامبر 1919

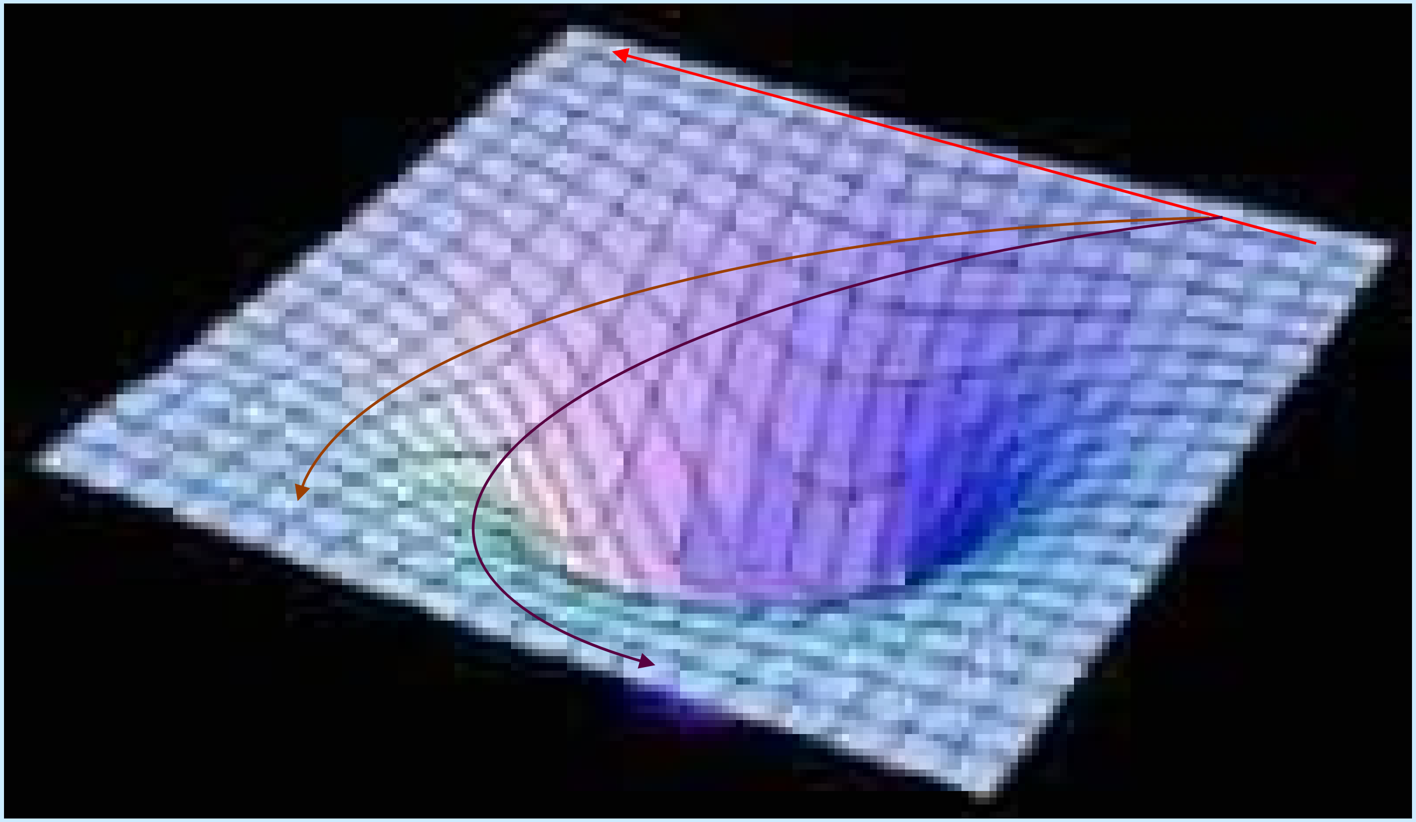
انقلابی در علم : انشتین درمقابل نیوتون

نسبیت عام انشتین



ستاره های ثقیل اجسام مجاور خودرا با اغتشاش در فضا زمان جذب می کنند.





نزدیکترین مسیرهای ممکن در فضای خمیده

انشتین :ازنظر یک ناظر شتابدار ، فضا خمیده است و پرتوهای نور مستقیم ترین مسیر ممکن را دراین فضای خمیده طی می کنند.

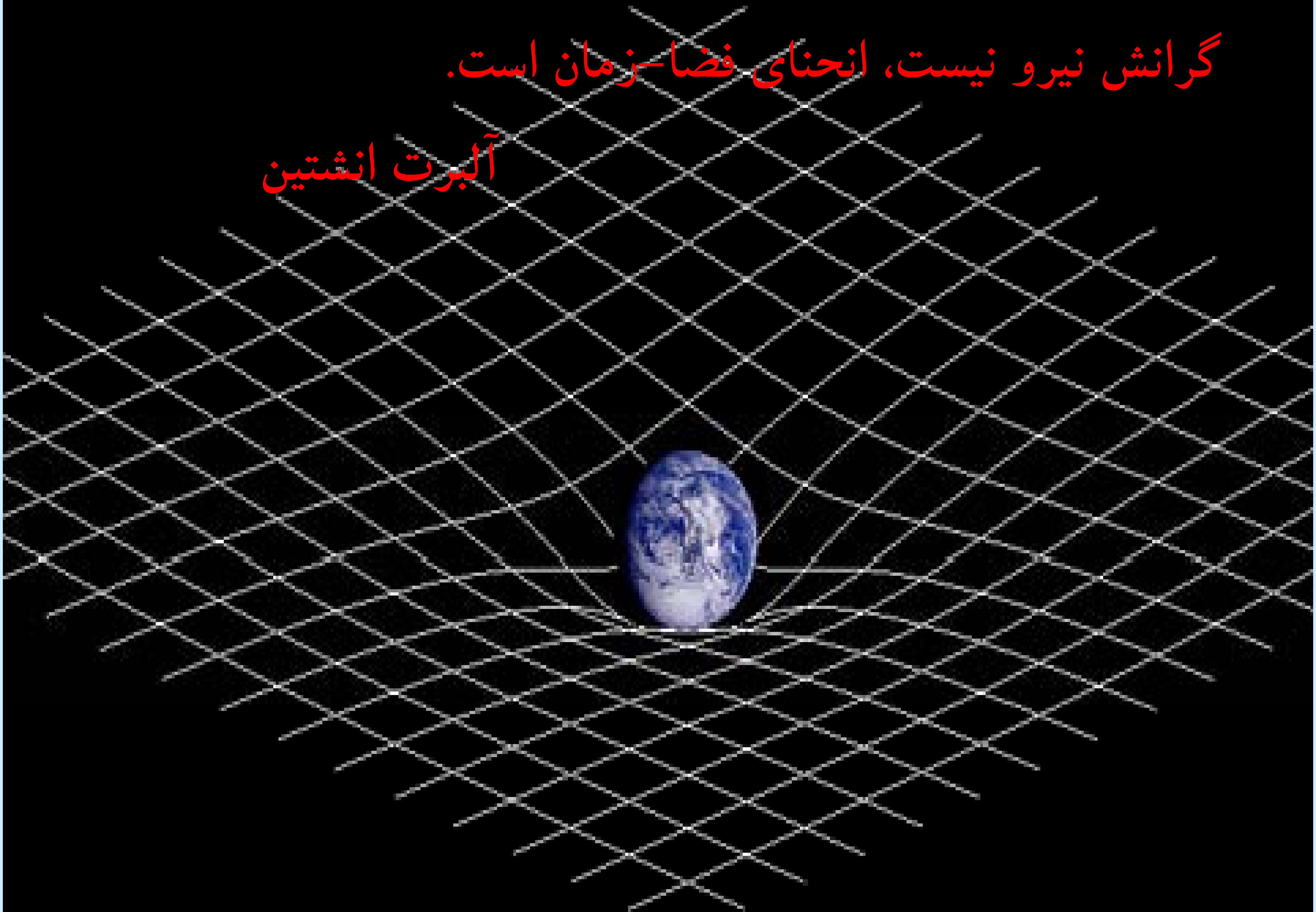
نسبیت خاص :ناظرهای که نسبت به هم در حرکت نسبی یکنواخت هستند نظرهای متفاوتی در باره بازه های فضا ـ زمان هستند.

نسبیت عام :ناظرهای شتابدار نظرهای متفاوتی در باره هندسه فضا دارند

میدان گرانشی متناظر با انحنای فضا زمان است .

گرانش نیرو نیست، انحنای فضا-زمان است.

آلبرت انشتین



اصل نسبیت عام:

درسال 1916 انشتین اصل نسبیت عام را بیان کرد.

گرانش نیرو نیست بلکه انحنای فضا زمان است .

درسال 1919 اثبات شد که نور ستارگان هنگام عبورازمجاورت خورشید منحرف می شودو در کسوف خورشیدی این مسئله به اثبات رسید