www.salampnu.com

فیزیک پایه II–رشته فیزیک

کتاب مرجع: فیزیک (جلد سوم)

دیوید هالیدی و رابرت رزنیک

تعداد واحد درسی: ۴ واحد

تهیه کننده: دکتر محمد رضا بنام

فصل

فصل 26 بار وماده

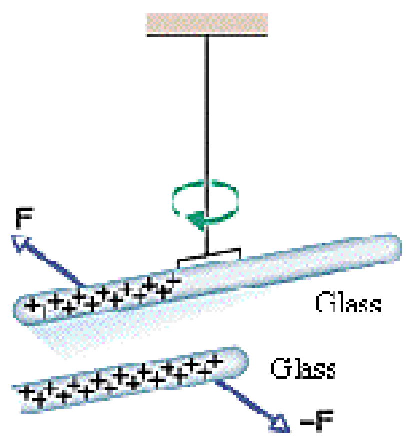
- الکترو مغناطیس – سابقه تاریخی
- بار الکتریکی
- رسانا‌ها ونارسانا‌ها
- قانون کولن
- بار الگتریکی کوانتیده است
- بار و ماده
- بار پایسته است

الکترو مغناطیس - سابقه تاریخی

- مبدا علم الکتریسیته به مشاهده معروف تالس در ده ها سال قبل از میلاد برمی گرددکه متوجه شد تکه کهربای مالش داده شده خرده های کاه را می رباید.
- مبدا علم مغناطیس به مشاهده این واقعیت بر می گردد که بعضی سنگها به طور طبیعی آهن را جذب می کنند.
- تلفیق دو علم الکتریسیته و مغناطیس به اورسته بر می گردد که مشاهده کرد عقربه قطب نما در مجارت جریان الکتریکی منحرف میگردد.

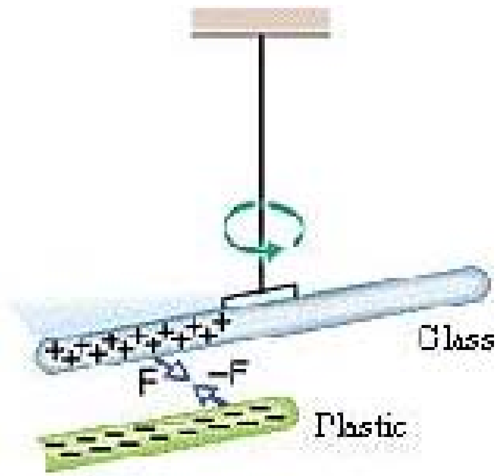
بار الکتریکی

- با آزمایشهای زیر می توان نشان داد که دو نوع بار الکتریکی مثبت و منفی وجود دارد:
- الف)دو میله شیشه ای مالش داده شده با ابریشم یکدیگر را می رانند



بار الکتریکی

- ب)اگر میله پلاستیکی مالش داده شده با پوس خز را به میله شیشه ای مالش داده شده به ابریشم نزدیک کنیم یکدیگر را جذب می کنند.



پس: بارهای هم نام یکدیگر را میرانند و بارهای غیر همنام یکدیگر را جذب می کنند

بار الکتریکی

- بنجامین فرانکلین نوع الکتریسیته ظاهر شده بر روی شیشه را مثبت و بر روی پلاستیک را منفی نامید.
- هرماده در حالت خنثی، دارای تعداد مساوی بار مثبت و منفی است
- ماده دارای بار منفی، افزایش الکترون وبالعکس کاهش الکترون است.

رساناها ونارساناها

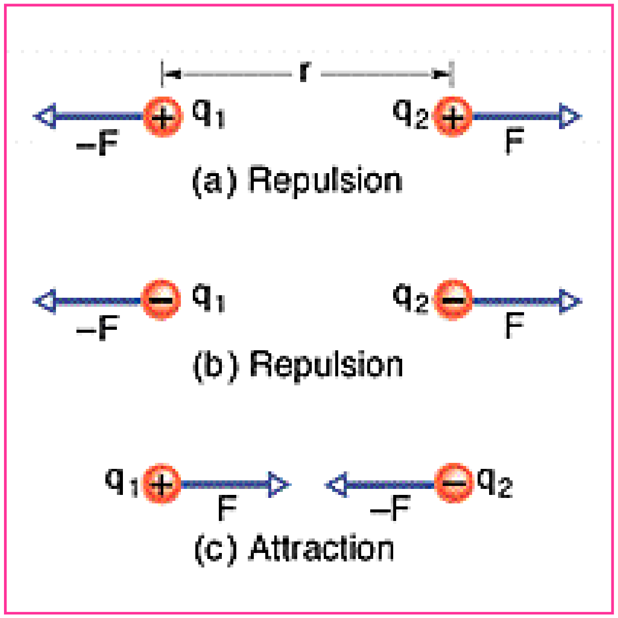
- در رساناها بارهای الکتریکی آزادانه حرکت می کنند در صورتی که در نارساناها بار الکتریکی آزاد بسیار کم است.

- حاملهای بار در فلزات الکترون های آزادند .

- آن دسته از مواد که از نظر هدایت الکتریکی بین رساناها و نارساناها قرار می گیرند نیمرسانا نامیده می شوند

قانون کولن

- کولن نشان داد که اگر دو بار الکتریکی نقطه ای q_1 و q_2 در فاصله **r** از یکدیگر قرار داشته باشند بر یک دیگر نیرو وارد می کنند که اندازه آن:



$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

قانون کولن

- ϵ_0 نفوذ بذیری الیکتریکی خلا است و مقدار آن و مقدار آن :

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2/N \cdot m^2}.$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \times 10^{9}\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}.$$

- نیرویی که دو ذره بار دار بر یکدیگر وارد می کنند مساوی و در خلاف جهت یکدیگر و در امتداد خط واصل دو بار است.

قانون کولن

- مثال

جرم یك سکهٔ مسی ۳٫۱g است. چون ایـن سکه از لحاظ الکتریکی خنثی است، دارای مقادیر یکسان ازبارهای الکتریکی مثبت ومنفی است. بزرگی (q) این بارها چقدر است؟ بار مثبت هستهٔ اتم مس $۴٫۶ \times ۱۰^{-۱۸}\,\mathrm{C}$ و بار منفی الکترونهای آن نیز به‌همین اندازه است.

- حل:

تعداد (N) اتمهای مس دراین سکه

$$\frac{N}{N}=\frac{m}{M}$$

که درآن N_0 عدد آووگادرو، m جرم سکه، و M وزن اتمی مس است.

$$N=\frac{(۶٫۰ \times ۱۰^{۲۳}\,\mathrm{atom/mol})(۳٫۱\,\mathrm{g})}{۶۴\,\mathrm{g/mol}}=۲٫۹ \times ۱۰^{۲۲}\,\mathrm{atom}$$

مقدار بار q برابر است با

$$q=(۴٫۶ \times ۱۰^{-۱۸}\,\mathrm{C/atom})(۲٫۹ \times ۱۰^{۲۲}\,\mathrm{atom})=۱٫۳ \times ۱۰^{۵}\,\mathrm{C}$$

قانون کولن

- مثال ۲

فرض کنید فاصلهٔ کل بارهای مثبت و کل بارهای منفی در یک سکهٔ مسی به‌اندازه‌ای است که نیروی جاذبهٔ میان آنها ۴٫۵ است. این بارها چقدر باید ازهم فاصله داشته باشند؟

- حل:

$$F=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}$$

با قراردادن $q_1q_2=q^2$ وحل معادلهٔ بالا نسبت به r داریم

$$r=q\sqrt{\frac{1/4\pi\epsilon_0}{F}}=1.3\times10^5\,\mathrm{C}\sqrt{\frac{9.0\times10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2}}{4.5\,\mathrm{N}}}$$

$$=5.8\times10^9\,\mathrm{m}$$

قانون کولن

- اگر بیش از دو بار داشته باشیم وبه خواهیم مثلا نیروی وارد بر بار q_1 به دست آوریم ، نیروی وارد از هریک از بارها را بر بار q_1 رسم کرده و آنها را با یکدیگر جمع برداری میکنیم :

$$\mathbf{F}_{۱} = \mathbf{F}_{۱۲} + \mathbf{F}_{۱۳} + \mathbf{E}_{۱۴} + \cdots$$

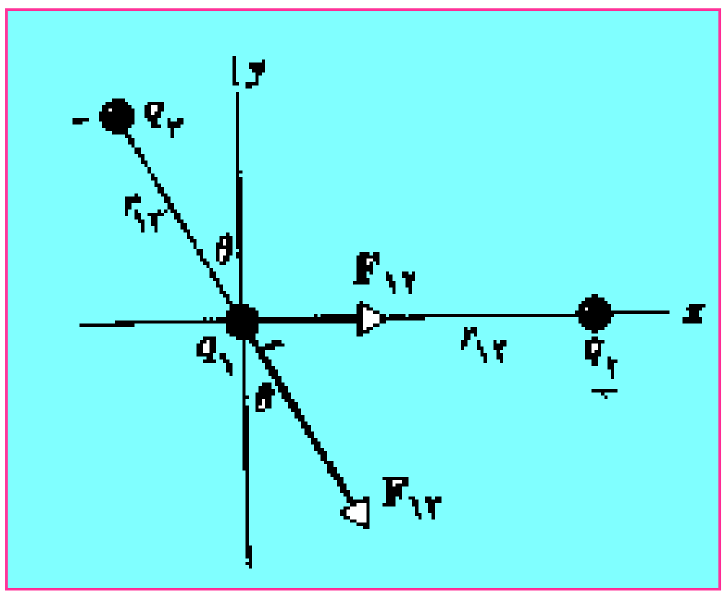
قانون کولن

- مثال ۳–

شکل زیر سه‌بار ثابت $q_{۱}$، $q_{۲}$ و $q_{۳}$ را نشان می‌دهد. چه نیرویی بر $q_{۱}$ وارد می‌شود؟ فرض کنید که

$$q_{۱} = -۱٫۰ \times ۱۰^{-۶}\,C،\ q_{۲} = +۳٫۰ \times ۱۰^{-۶}\,C،\ q_{۳} = -۲٫۰ \times ۱۰^{-۶}\,C$$

$$\theta = ۳۰،\ r_{۱۲} = ۱۵\,cm،\ r_{۱۳} = ۱۰\,cm$$



قانون کولن

- حل:

چون فقط بزرگی نیروها موردنظر است،

$$F_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}$$

$$= \frac{(9.0\times 10^{9}\,N\cdot m^2/C^2)(1.0\times 10^{-6}\,C)(3.0\times 10^{-6}\,C)}{(1.5\times 10^{-1}\,m)^2}$$

$$= 1.2\,N$$

$$F_{13} = \frac{(9.0\times 10^{9}\,N\cdot m^2/C^2)(1.0\times 10^{-6}\,C)(2.0\times 10^{-6}\,C)}{(1.0\times 10^{-1}\,m)^2}$$

$$= 1.8\,N$$

مؤلفه‌های نیروهای برایند F_1 وارد بر q_1 عبارت‌اند از

$$F_{1x} = F_{12x} + F_{13x} = F_{12} + F_{13}\sin\theta$$

$$= 1.2\,N + (1.8\,N)(\sin 30^\circ) = 2.1\,N$$

$$F_{1y} = F_{12y} + F_{13y} = 0 - F_{13}\cos\theta$$

$$= -(1.8\,N)(\cos 30^\circ) = -1.6\,N$$

بار الکتریکی کوانتیده است

- آزمایش نشان می دهد که هر بار الکتریکی کوانتیده است یعنی مضرب درستی از بار یک الکترون است:

$$q = ne, \qquad n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \cdots,$$

$$e = 1.60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}.$$

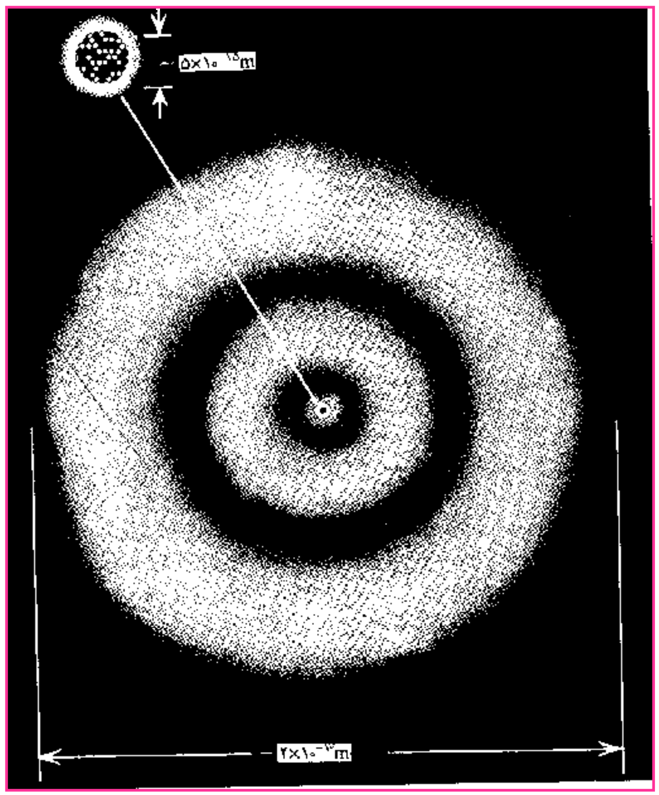
بار و ماده

- ماده ترکیبی از سه نوع ذره ،پروتون ،نوترون ، و الکترون است که خواص و جرم این ذرات در جدول آمده است:

ذره	نماد	بار	جرم
پروتون	p	$+e$	$۱٫۶۷۲۶۲۴۸۵ \times ۱۰^{-۲۷}kg$
نوترون	n	۰	$۱٫۶۷۴۹۵۴۳ \times ۱۰^{-۲۷}kg$
الکترون	e^-	$-e$	$۹٫۱۰۹۵۳۴ \times ۱۰^{-۳۱}kg$

بار و ماده

- اتمها شامل یک هسته باردار مثبت اند که دارای شعاع 10^{-15} تا $7* 10^{-15}$ می باشند و با ابری از الکترون هااحاطه شده است:



بار و ماده

- مثال:

فاصلهٔ (r) میان الکترون و پروتون در اتـــم هیدروژن درحـــدود $۵٫۳ \times ۱۰^{-۱۱}$ m اسـت بزرگیهای (الف) نیروی الکتریکی و (ب) نیروی گرانشی میان این‌دو ذره چقدر اسـت؟

- حل:

از قانون کولن داریم $F_e = \frac{۱}{۴\pi\epsilon_۰}\frac{q_۱ q_۲}{r^۲}$

$$= \frac{(۹٫۰ \times ۱۰^{۹}\,\mathrm{N\cdot m^۲/C^۲})(۱٫۶ \times ۱۰^{-۱۹}\,\mathrm{C})^۲}{(۵٫۳ \times ۱۰^{-۱۱}\,\mathrm{m})^۲}$$

$$= ۸٫۱ \times ۱۰^{-۸}\,\mathrm{N}$$

نیروی گرانشی $F_y = G\frac{m_۱ m_۲}{r^۲}$

$$= \frac{(۶٫۷ \times ۱۰^{-۱۱}\,\mathrm{N\cdot m^۲/kg^۲})(۹٫۱ \times ۱۰^{-۳۱}\,\mathrm{kg})(۱٫۷ \times ۱۰^{-۲۷}\,\mathrm{kg})}{(۵٫۳ \times ۱۰^{-۱۱}\,\mathrm{m})^۲}$$

$$= ۳٫۷ \times ۱۰^{-۴۷}\,\mathrm{N}$$

نیروی الکتریکی درحدود $۱۰^{۳۹}$ برابر قویتر از نیروی گرانشی است.

بار و ماده

- مثال: نیروی دافعهٔ کولنی میان دو پروتون در هستهٔ آهن چقدر است؟ فاصله میان پروتونها را $4.0 \times 10^{-15}\ \mathrm{m}$ فرض کنید.

- حل: از قانون کولن داریم

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$= \frac{(9.0 \times 10^{9}\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2})(1.6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C})^2}{(4.0 \times 10^{-15}\ \mathrm{m})^2} = 14\ \mathrm{N}$$

این نیروی دافعهٔ عظیم ($14\ \mathrm{N}$ برهرپروتون) باید بیشتر از این باشد تا بانیروهای جاذبهٔ هسته‌ای قوی برابری کند. این مثال (همراه با مثال ۲) نشان می‌دهدکه نیروهای بستگی هسته‌ای بسیار قویتر از نیروهای بستگی اتمی‌اند. نیروهای بستگی اتمی نیز به‌نوبهٔ خود بسیار قویتر از نیروهای گرانشی برای ذرات مشابه و با فاصلهٔ جدایی‌مشابه هستند.

بار پایسته است

- بار الکتریکی موجود در جهان پایسته است.

- با مالش دادن دو جسم بار الکتریکی از بین نمی رود تنها از یک جسم به جسم دیگر منتقل می شود.

- از قانون پایستگی بار در فرایندهای هسته ای زیاد استفاده میشود.

فصل ۲۷– میدان الکتریکی

فصل 27- میدان الکتریکی

- میدان الکتریکی
- خطوط نیرو
- محاسبه E
- بار نقطه ای در میدان الکتریکی
- دوقطبی در میدان الکتریکی

میدان الکتریکی

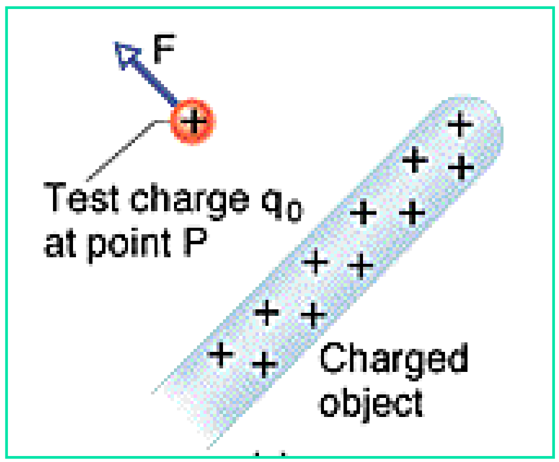
- به هر نقطه در فضای نزدیک به زمین می توان یک میدان گرانشی نسبت داد که شدت آن :

$$g = \frac{F}{m}$$

- که در آن **F** نیروی گرانشی وارد بر جسم **m** رها شده در میدان گرانشی است

میدان الکتریکی

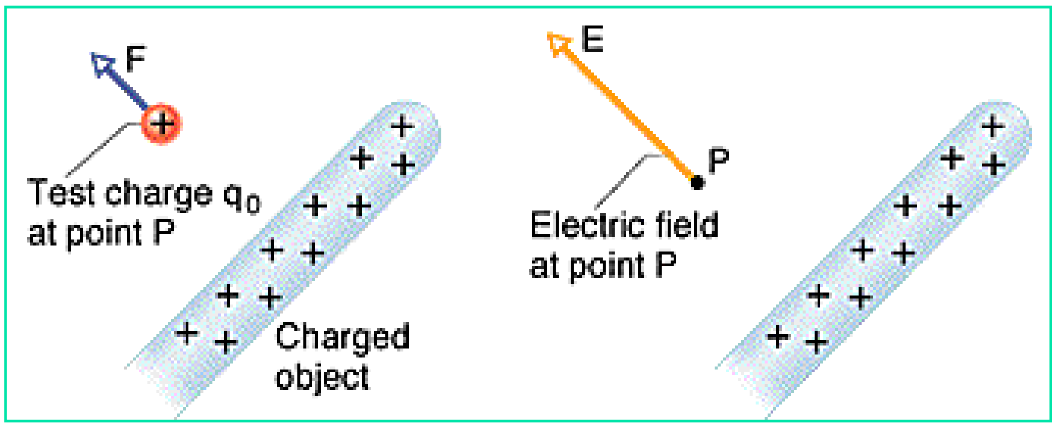
- اگر بار آزمونی را در فضا نزدیک یک میله باردار قرار دهیم بر آن نیروی الکترو استاتیک وارد میشود بطور مشابه می گوییم که در این فضا میدان الکتریکی وجود دارد.



- بارهای الکتریکی از طریق میدانهای الکتریکی اطرافشان بر یکدیگر نیرو وارد می کنند.

میدان الکتریکی E

- اگر بر بار الکتریکی q_0 که مثبت فرض می شود در یک نقطه نیروی F وارد شود، شدت میدان الکتریکی در آن نقطه بنا به تعریف :



$$E = \frac{F}{q_0}$$

- چون q_0 کمیتی نرده است E یک بردار است که در جهت نیرو وارد بر بار آزمون مثبت است.

میدان الکتریکی E

- مثال:

درصورتی‌که الکترون واقع در میدان الکتریکی E تحت تاثیر یك نیروی الکتریکی برابر با وزنش قرار بگیرد، بزرگی میدان چقدر است؟

- حل:

با گذاشتن e به‌جای q_0 و mg (m جرم الکترون) به‌جای F، داریم

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{mg}{e}$$

$$= \frac{(9/1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg})(9/8\,\mathrm{m/s^2})}{1/6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}}$$

$$= 5/6 \times 10^{-11}\,\mathrm{N/C}$$

این میدان الکتریکی بسیار ضعیف است

خطوط نیرو

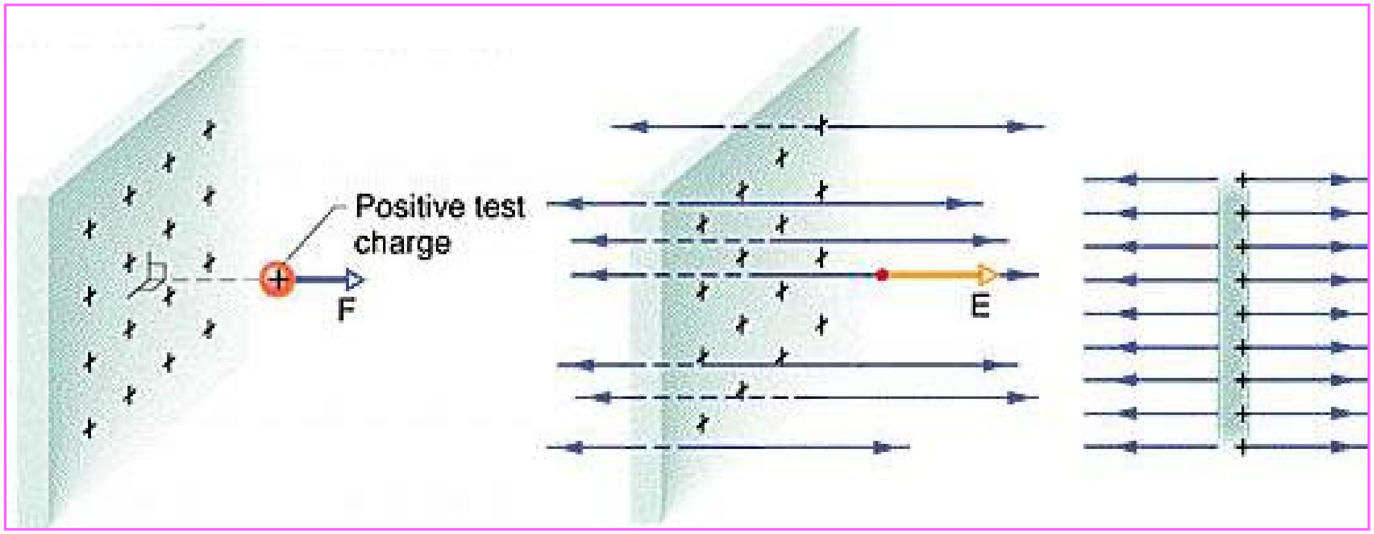
- از خطوط نیرو یرای نمایش تصویری اندازه و جهت میدان الکتریکی استفاده می شود.

- مماس بر هر خط نیرو در هر نقطه راستای Eرا بدست می دهد.

- تعداد خطوط موجود در واحد سطح مقطع (عمود بر خط) با بزرگی E متناسب است.

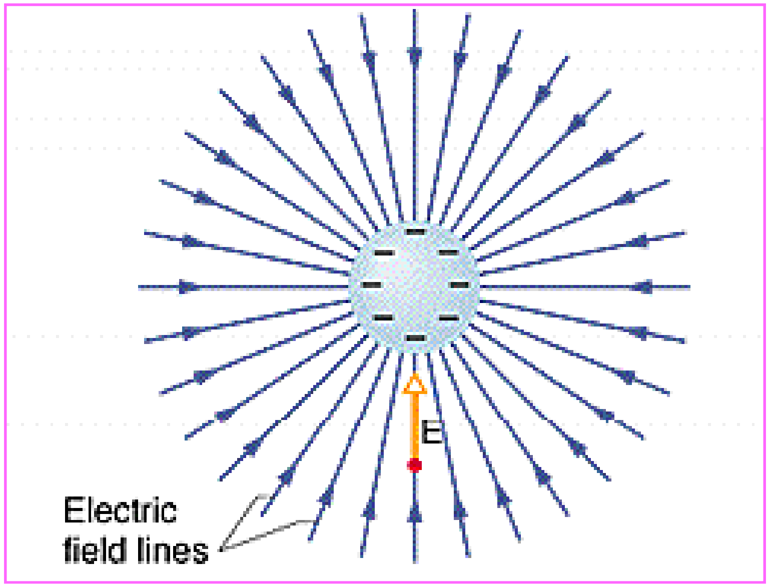
خطوط نیرو

- خطوط نیروی یک ورقه با بار مثبت:



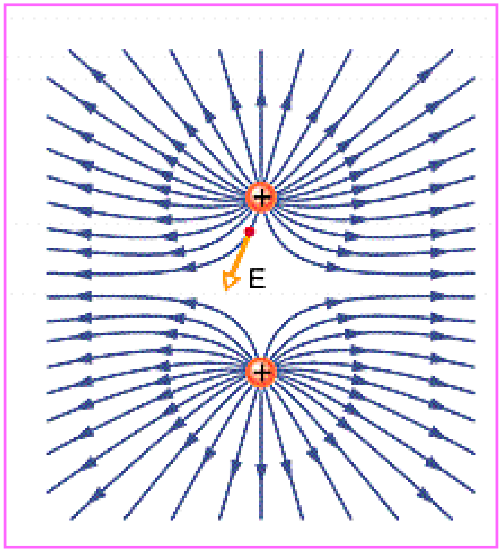
خطوط نیرو

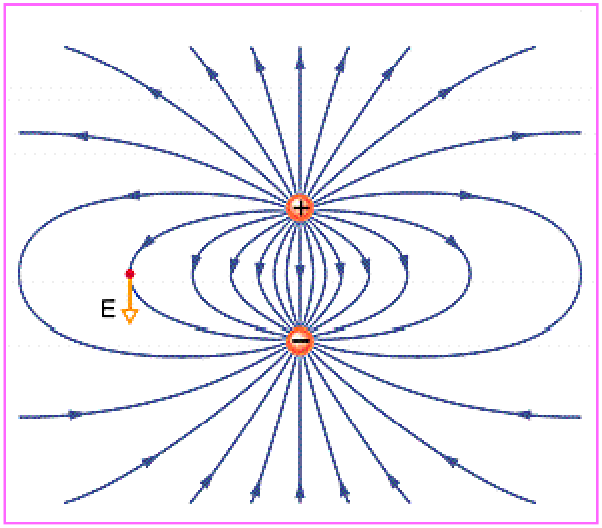
- خطوط نیرو اطراف کره با بار منفی:



خطوط نیرو

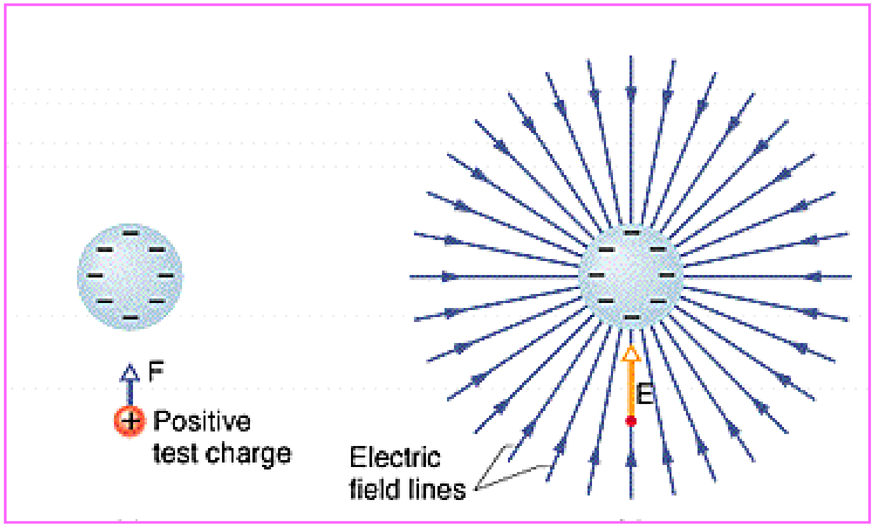
- خطوط نیرو دو بار مثبت و مساوی
- خطوط نیرو بارهای مساوی و مخالف





محاسبه E

- شدت میدان الکتریکی اطراف یک بار نقطه ای **q**و در فاصله **r** از بار:

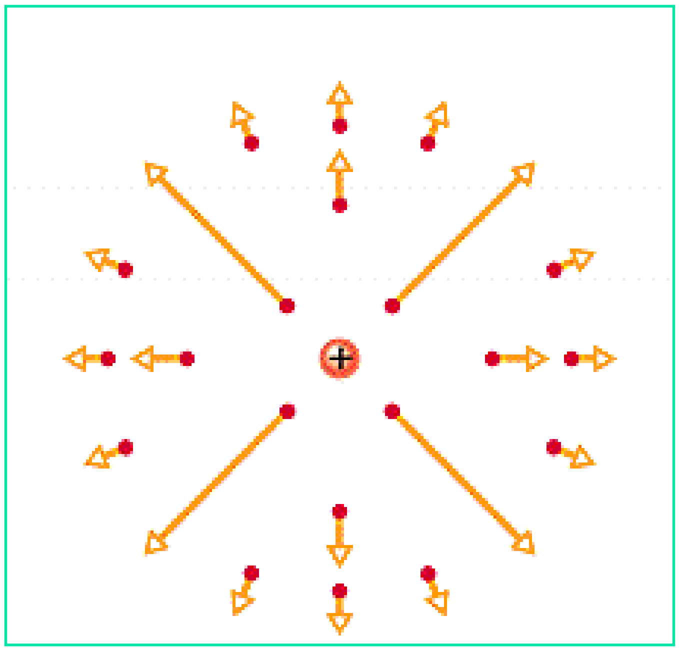


$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q||q_0|}{r^2}$$

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q|}{r^2}$$

محاسبه E

- هر چه از بار دور میشویم شدت متناسب با عکس مجذور فاصله **r** کاهش می یابد.



محاسبه E

- محاسبه E هنگامی که گروه بارهای نقطه ای وجود دارد:

- الف) E_n حاصل از هر بار را در یک نقطه معین بدست می آوریم.

- ب) میدان برآیند E ،جمع بردارهای E_n ها است:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}_0}{q_0} = \frac{\mathbf{F}_{01}}{q_0} + \frac{\mathbf{F}_{02}}{q_0} + \cdots + \frac{\mathbf{F}_{0n}}{q_0}$$
$$= \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \cdots + \mathbf{E}_n.$$

محاسبه E

- اگر توزیع بار پیوسته باشد آن را به عناصر کوچک بارd_q تقسیم می کنیم میدان ناشی از این بار کوچک:

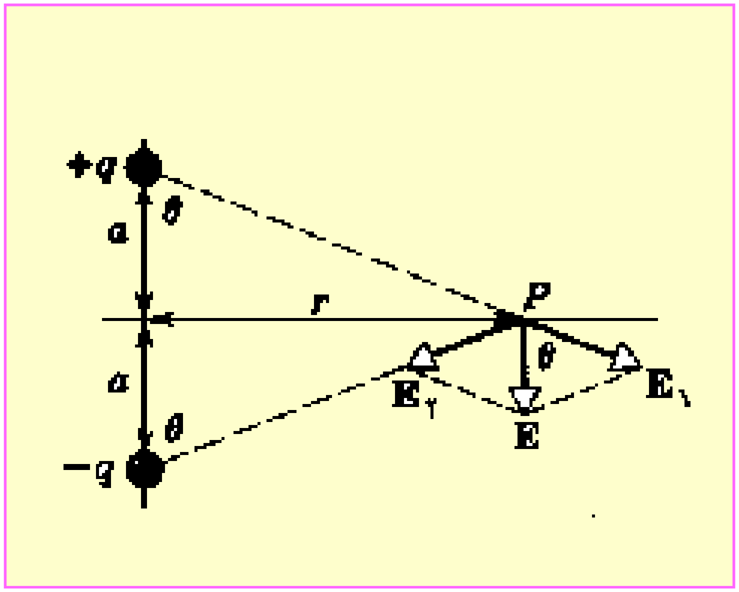
$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{r^2}$$

- که در آن r فاصله عناصر بار d_q تا نقطه مورد نظر است.
- میدان برآیند انتگرال میدان حاصل از عناصر بار است:

$$E = \int dE$$

محاسبه E

- **مثال:** *دو قطبی الکتریکی تشکیل شده از دو بار نقطه ای $-q,+q$ که در فاصله $2a$ از یکدیگر قرار دارد.میدان الکتریکی را در نقطه p محاسبه کنید.*



محاسبه E

- حل:

جمع برداری $\mathbf{E}_1$ و $\mathbf{E}_2$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$$

$$E_1 = E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{a^2+r^2}$$

جمع برداری $\mathbf{E}_1$ و $\mathbf{E}_2$ در راستای قائم و به‌طرف پایین است و بزرگی آن عبارت است از.

$$E = 2E_1 \cos\theta$$

با توجه به‌شکل ملاحظه می‌شود که

$$\cos\theta = \frac{a}{\sqrt{a^2+r^2}}$$

جانشانی عبارات مربوط به E_1 و $\cos\theta$ در معادلهٔ مربوط به E

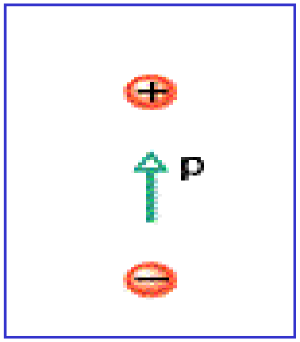
$$E = \frac{2}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(a^2+r^2)}\frac{a}{\sqrt{a^2+r^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2aq}{(a^2+r^2)^{3/2}}$$

اگر $r \gg a$ باشد می‌توانیم از a درمخرج صرفنظر کنیم دراین‌صورت

$$\boxed{E \cong \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{(2a)(q)}{r^3}}$$

محاسبه E

- گشتاور دو قطبی الکتریکی یک بردار است که جهت آن از بار منفی به بار مثبت است.

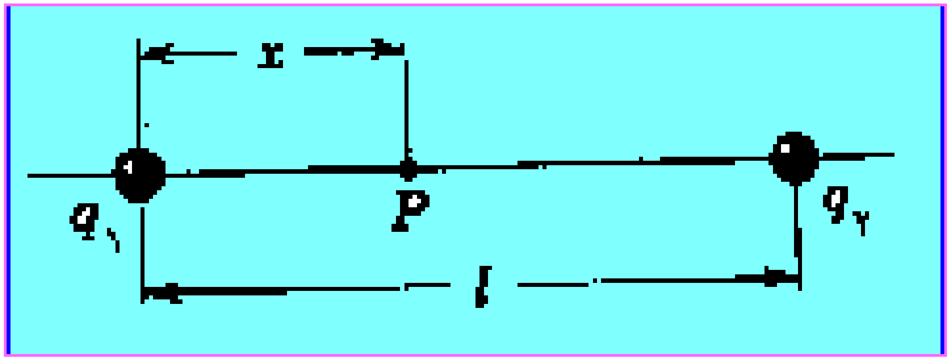


- حاصل ضرب ۲aq را گشتاور دو قطبی الکتریکی نامند و با **p** نمایش می دهند.پس شدت میدان بر حسب **p** ، در نقاط دور روی عمود منصف دو قطبی:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p}{r^3}$$

محاسبه E

- **مثال:** *در چه نقطه ای روی خط واصل دو بار، که فاصله آن دو 10cm است، شدت میدان صفر است:*



محاسبه E

- حل:

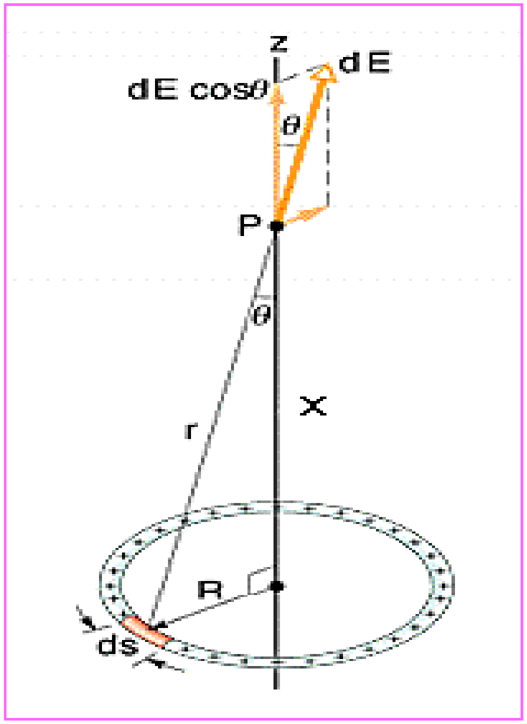
این نقطه باید میان بارها قرار داشته باشد زیرا فقط در این حالت نیروهایی که q_1 و q_2 بر یک بار آزمون (که مثبت یا منفی بودن آن اهمیتی ندارد) وارد می‌کنند، درخلاف جهت یکدیگرند. اگر E_1 میدان الکتریکی ناشی از q_1، و E_2 میدان الکتریکی ناشی از q_2 باشد، داریم

$$E_1 = E_2 \qquad \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1}{x^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_2}{(l-x)^2}$$

$$x = \frac{l}{1+\sqrt{q_2/q_1}} = \frac{10\,\text{cm}}{1+\sqrt{2}} = 4{,}1\,\text{cm}$$

محاسبه E

- **مثال :** شکل زیرحلقهای با بار qو شعاع a را نشان میدهد . E را در نقطه ای به فاصله x از محور حلقه به دست آورید.



محاسبه E

- حل:

میدان برایند $\mathbf{E}$ در نقطهٔ P، با انتگرال گیری از اثرهای همهٔ عناصر تشکیل دهندهٔ حلقه تعیین‌می‌شود. بنابر تقارن، این‌میدان برایند باید درراستای محور حلقه باشد. ازاین‌رو،

$\mathbf{E} = \int d\mathbf{E}$ به‌صورت انتگرال نرده‌ای زیر در می‌آید

$$E = \int dE \cos\theta$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q\,ds}{2\pi a}\right)\frac{1}{a^2+x^2}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}}$$

$$E = \int dE\cos\theta = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q\,ds}{(2\pi a)(a^2+x^2)}\frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}}$$

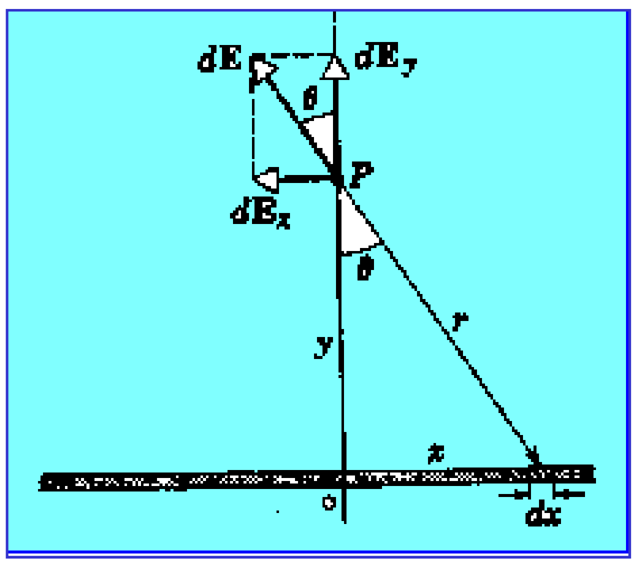
$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qx}{(2\pi a)(a^2+x^2)^{3/2}}\int ds$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qx}{(a^2+x^2)^{3/2}}$$

محاسبه E

- مثال:

خط نامتناهي بار. شكل زير بخشي از يك خط نامتناهي بار را كه چگالي بارخطي آن (يعني بار واحد طول كه برحسب كولن برمتر اندازه‌گيري مي‌شود) مقدار ثابت λ است، نشان مي‌دهد. ميدان $\mathbf{E}$ را در فاصلهٔ y از اين خط محاسبه كنيد.



محاسبه E

- حل:

$$dE=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{r^2}=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\lambda\,dx}{y^2+x^2}$$

$$dE_x=-dE\sin\theta \quad \text{و} \quad dE_y=dE\cos\theta$$

$$E_x=\int dE_x=-\int_{x=-\infty}^{x=+\infty}\sin\theta\,dE \quad \text{و}$$

$$E_y=\int dE_y=\int_{x=-\infty}^{x=+\infty}\cos\theta\,dE$$

محاسبه E

- ادامه حل:

E_x صفر است می‌توانیم بنویسیم

$$E = E_y = 2\int_{x=0}^{x=+\infty} \cos\theta \, dE$$

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}\int_{x=0}^{x=\infty} \cos\theta \, \frac{dx}{y^2+x^2}$$

$$x = y\tan\theta \qquad dx = y\sec^2\theta \, d\theta$$

با جانشانی این دو رابطه، به‌رابطهٔ زیر می‌رسیم

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 y}\int_{\theta=0}^{\theta=\pi/2} \cos\theta \, d\theta = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 y}$$

بار نقطه ای در میدان الکتریکی

- در این بخش می خواهیم بدانیم که بر بارها ی واقع در میدان الکتریکی چه نیرو و گشتاور نیرویی وارد می شود.

- میدان الکتریکی بر ذره باردار نیرویی وارد می کند که :

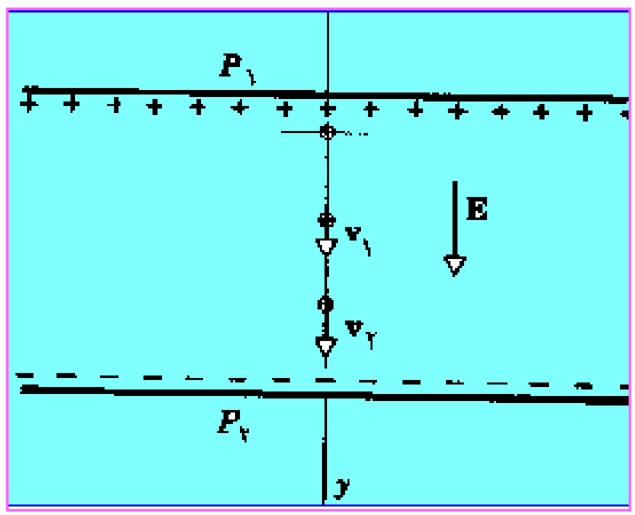
$$\vec{F} = q\vec{E}$$

- اگر $q>0$ باشد F وE هم جهتند و در غیر این صورت در خلاث جهت یکدیگرند.

بار نقطه ای در میدان الکتریکی

- مثال:

ذره‌ای بـه‌جرم m وبار q بـه حالت سکون درمیدان الکتریکی یکنواختی قرار می گیرد و رها می‌شود. حرکت ذره را توصیف کنید.



بار نقطه ای در میدان الکتریکی

- حل:

این حرکت شبیه حرکت جسم درحال سقوط در میدان گرانشی زمین است

$$a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m} \qquad v = at = \frac{qEt}{m}$$

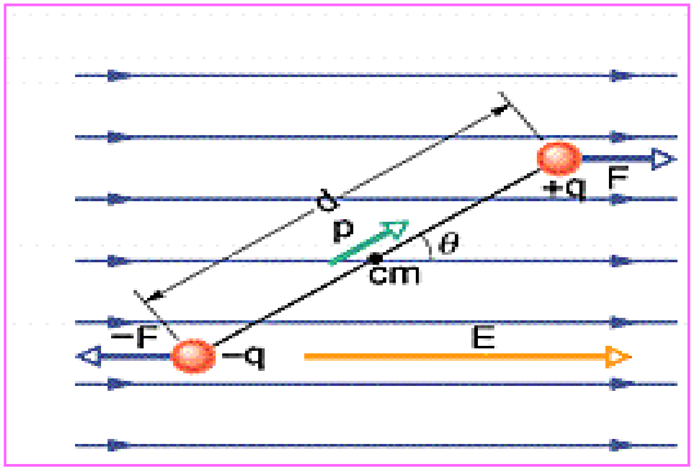
$$y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{qEt^2}{2m} \qquad v^2 = 2ay = \frac{2qEy}{m}$$

انرژی جنبشی ذره پس از طی مسافت y، از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{2qEy}{m}\right) = qEy$$

دوقطبی در میدان الکتریکی

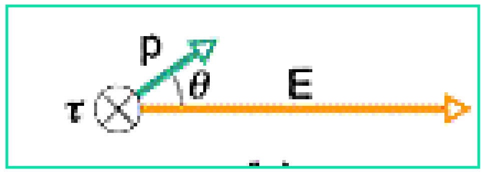
- فرض می کنیم که یک دو قطبی با گشتاور **p** در میدان خارجی **E** قرار داشته باشد.



- دو نیروی مساوی و مخالف **F** و **-F** ، که اندازه های آن **qE** است، بر دو قطبی اثر می کند.

دوقطبی در میدان الکتریکی

- نیروی بر آیند صفر است ولی گشتاور نیرو ها صفر نیست و برابر است با :



$$\tau = F\frac{d}{2}\sin\theta + F\frac{d}{2}\sin\theta = Fd\sin\theta = pE\sin\theta.$$

- که می توان آن را به صورت برداری زیر نوشت:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$$

دوقطبی در میدان الکتریکی

- محاسبه انرژی پتانسیل یک دو قطبی د رمیدان خارجی :

کارلازم برای چرخـاندن محور دوقطبی به اندازهٔ زاویهٔ θ،

$$W = \int dW = \int_{\theta_0}^{\theta} \tau\, d\theta = U$$

که در آن τ گشتاور نیروی اعمال شد است

$$U = \int_{\theta_0}^{\theta} pE \sin\theta\, d\theta = pE \int_{\theta_0}^{\theta} \sin\theta\, d\theta = pE(-\cos\theta)\Big|_{\theta_0}^{\theta}$$

θ_0 دراین حالت، 90° است. درنتیجه داریم

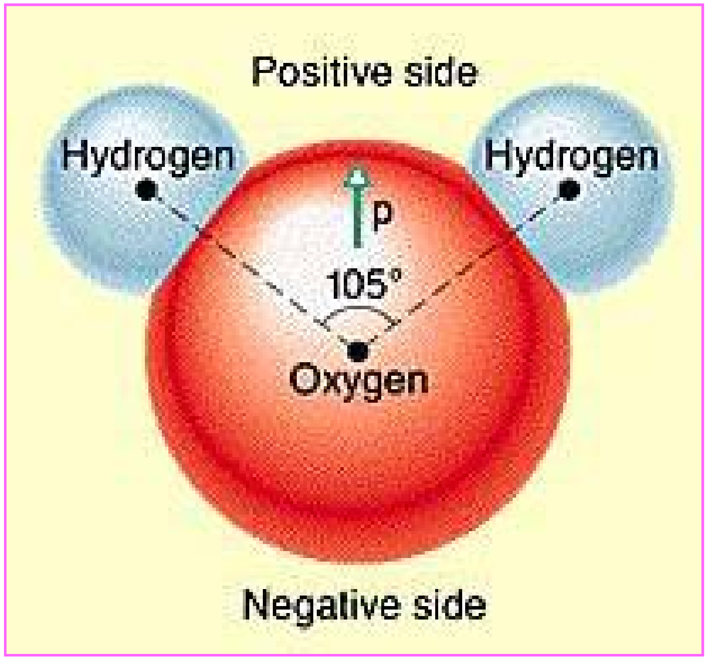
$$U = -pE\cos\theta$$

یا از نظر برداری، داریم

$$\boxed{U = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}}$$

دوقطبی در میدان الکتریکی

- مثال : یک مولکول خنثی آب در حالت بخار دارای گشتاور دو قطبی $۲/۶ \times ۱۰^{-۳۰}$ است. الف) مرکز موثر بار های مثبت و منفی ازیکدیگر چقدر فاصله دارد؟



دوقطبی در میدان الکتریکی

- حل:

$$p = qd = (10e)(d),$$

$$d = \frac{p}{10e} = \frac{6.2 \times 10^{-30}\ \mathrm{C \cdot m}}{(10)(1.60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C})}$$

$$= 3.9 \times 10^{-12}\ \mathrm{m} = 3.9\ \mathrm{pm}.$$

دوقطبی در میدان الکتریکی

ب) اگر مولکول در میدان الکتریکی $E=1.5 \times 10^{-4}$ N/C قرار داده شود گشتاور نیروی ماکزیممی وارد بر آم چقدر است ؟

- حل:

$$\tau = pE\sin\theta$$

$$= (6.2 \times 10^{-30}\ \mathrm{C \cdot m})(1.5 \times 10^{4}\ \mathrm{N/C})(\sin 90^{\circ})$$

$$= 9.3 \times 10^{-26}\ \mathrm{N \cdot m}.$$

دوقطبی در میدان الکتریکی

ج) یک عامل خارجی چقدر کار باید انجام دهد تا دو قطبی از وضعیت $\theta = 0$ به وضعیت $\theta = -180$ بچرخد ؟

- حل:

$$
\begin{aligned}
W &= U(180^\circ) - U(0) \\
&= (-pE\cos 180^\circ) - (-pE\cos 0) \\
&= 2pE = (2)(6.2 \times 10^{-30}\ \mathrm{C \cdot m})(1.5 \times 10^{4}\ \mathrm{N/C}) \\
&= 1.9 \times 10^{-25}\ \mathrm{J}.
\end{aligned}
$$

فصل 28- قانون گاوس

فصل 28- قانون گاوس

- مقدمه
- شار میدان الکتریکی
- قانون گاوس
- قانون گاوس و قانون کولن
- رسانای عایق بندی شده
- اثبات تجربی قوانین گاوس و کولن
- قانون گاوس – بعضی کاربردها

مقدمه

- ملاحظه کردیم که برای بدست آوردن میدان E با آگاهی داشتن از توزیع بار می توان میدان E را د رنقاط فضای اطراف توزیع بار از روش انتگرالگیری محاسبه کرد.

- این روش بسیار پر زحمت است.

- روش دیگر محاسبه میدان استفاده از قانون گوس است

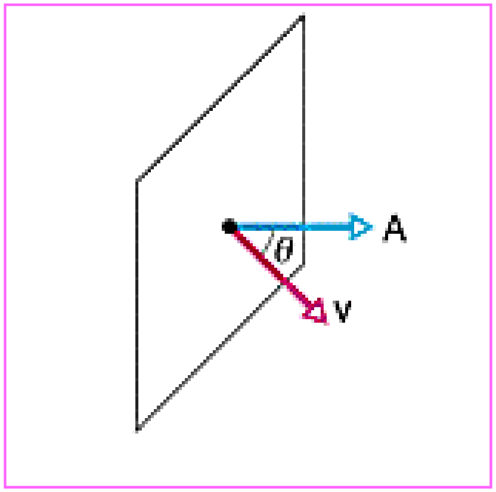
مقدمه

- تنها مسائلی را می توان با قانون گوس حل کرد که توزیع بار تقارن کافی داشته باشد مانند با ر نقطه ای ، بار با توزیع یکنواخت کروی و......

- قبل از بحث قانون گوس به تعریف مفهوم شار الکتریکی می پردازیم

شار میدان الکتریکی

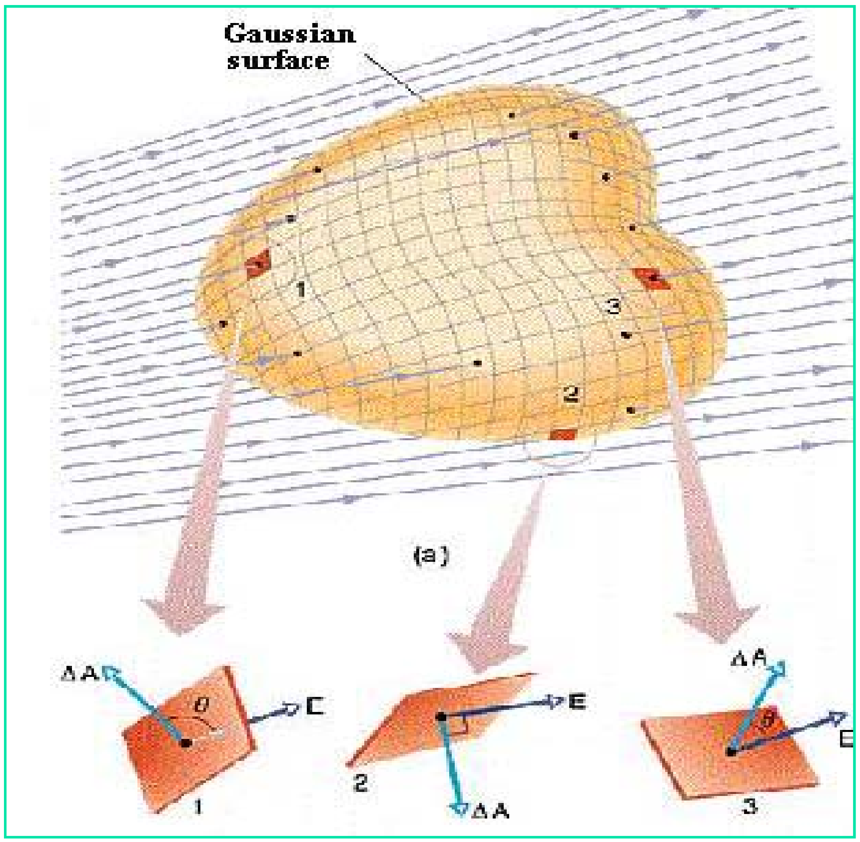
- شار الکتریکی تعداد خطوط میدان عبوری ا زیک سطح است.
- شار کمیتی اسکالر است
- در حالتی که میدان الکتریکی یکنواخت باشد و زاویه بردار عمود بر سطح با امتداد میدان **θ** باشد:



$$\Phi = EACos\theta = \vec{E}.\vec{A}$$

شار میدان الکتریکی

- اگر میدان الکتریکی یکنواخت نباشد و سطح نیز بسته باشد شار الکتریکی عبوری از آن :



$$\Phi = \sum \mathbf{E} \cdot \Delta \mathbf{A}.$$

شار میدان الکتریکی

- تعریف دقیق شار الکتریکی با میل دادن ΔA به سمت صفر حاصل می شود که Σ به $\int$ تبدیل می گردد:

$$\Phi = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$

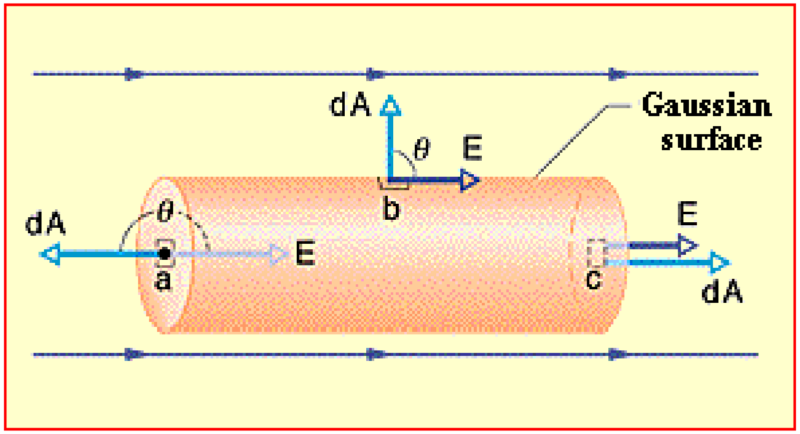
- در فرمول فوق بردار dA عمود بر سطح بسته A است که جهت آن به سمت خارج سطح بسته است

شار میدان الکتریکی

- دایره روی علامت انتگرال نشان می دهد که سطح انتگرالگیری باید بسته باشد.
- انتگرال فوق یک انتگرال سطحی است وباید روی سطح بسته A گرفته شود .
- سطح A هر سطح دلخواه بسته است

شار میدان الکتریکی

- **مثال:** *شکل زیر یک استوانه فرضی بسته را نشان می دهد که در میدان الکتریکی یکنواخت **E** قرار دارد . شار الکتریکی مربوط به این سطح بسته چقدر است ؟*



شار میدان الکتریکی

- حل:

$$\Phi = \oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \int_a \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} + \int_b \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} + \int_c \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A}$$

$$\int_a \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \int E(\cos 180^\circ)\, dA = -E\int dA = -EA,$$

$$\int_c \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \int E(\cos 0)\, dA = EA.$$

$$\int_b \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \int E(\cos 90^\circ)\, dA = 0$$

$$\Phi = -EA + 0 + EA = 0.$$

قانون گاوس

- قانون گوس شار الکتریکی عبوری از یک سطح فرضی بسته را به بار داخل آن ربط می دهد

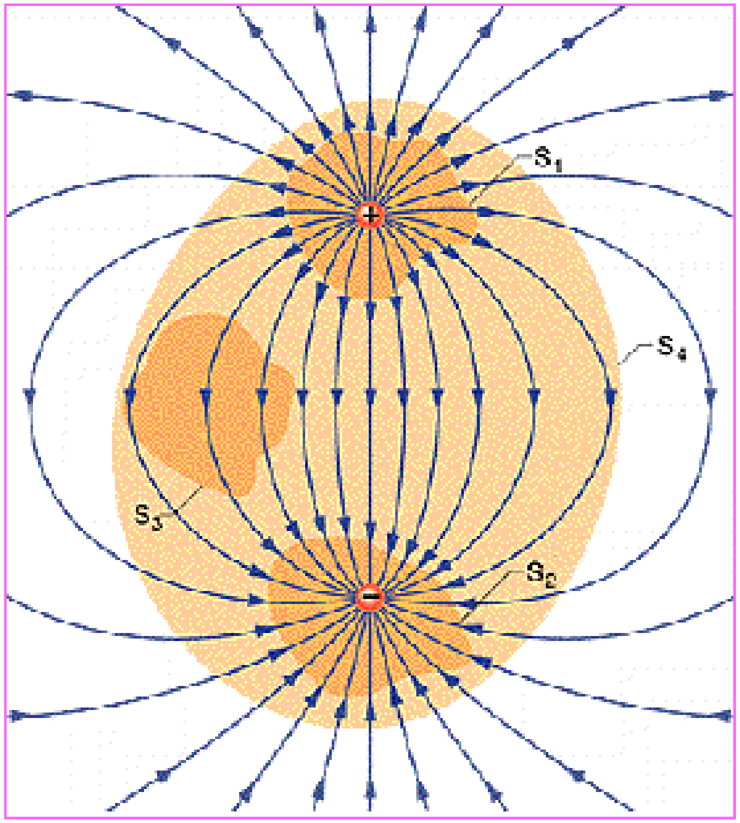
$$\epsilon_0 \Phi = q_{enc}$$

- ویا با استفاده از فرم انتگرالی:

$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q_{enc}$$

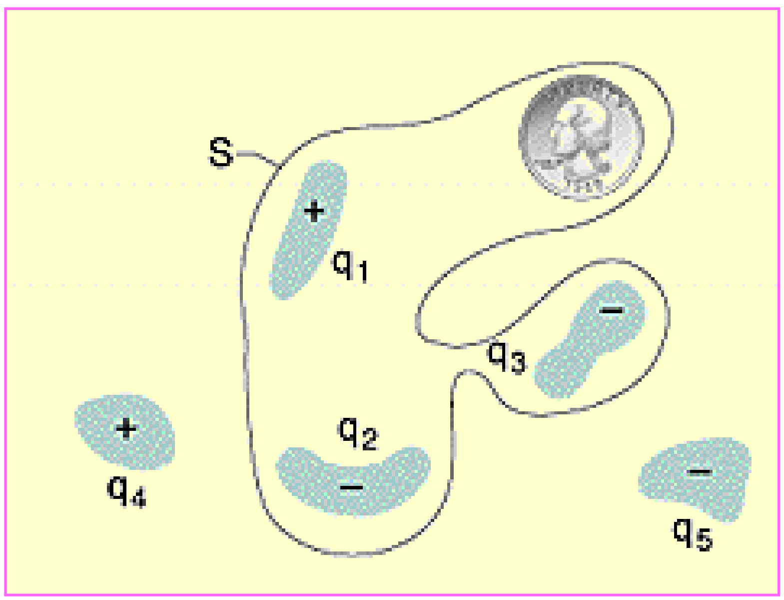
قانون گاوس

- شار عبوری از سطوح S4,S3,S2,S1 به ترتیب مثبت ، منفی ، صفر و صفر است چرا؟



قانون گاوس

- **مثال۲:** *شکل زیر سه لامپ باردار ویک سکه بدون بار را نشان می دهد . سطح مقطع سطح فرضی بسته گوس نشان داده شده است . شار الکتریکی عبوری از سطح را با فرض $q_1=3.1nc,\ q_3=-3.1nc\ ,\ q_2=-5.2nc$ بدست آورید.*



قانون گاوس

- حل:

$$\Phi = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0} = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{\epsilon_0}$$

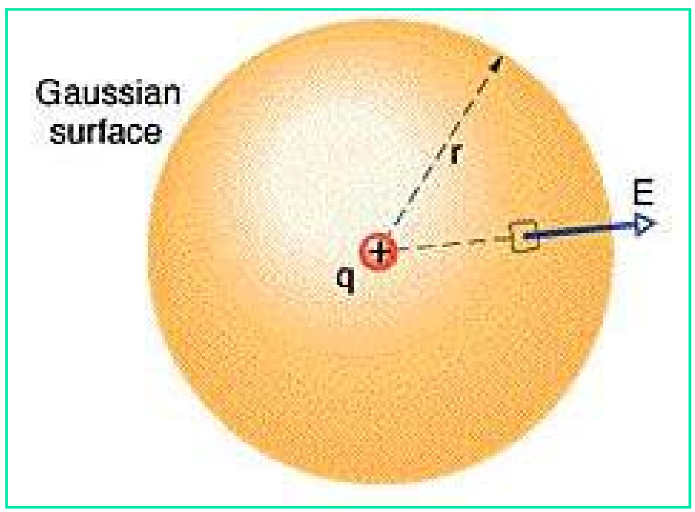
$$= \frac{+3.1 \times 10^{-9}\ \mathrm{C} - 5.9 \times 10^{-9}\ \mathrm{C} - 3.1 \times 10^{-9}\ \mathrm{C}}{8.85 \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2/N \cdot m^2}}$$

$$= -670\ \mathrm{N \cdot m^2/C}.$$

قانون گاوس و قانون کولن

- می توان قانون کولن را با استفاده از قانون گوس بدست آورد:

اثبات: شکل زیر یک بار مثبت را نشان می دهد که یک سطح کروی بسته (سطح گوس) به شعاع **r** حول آن زده شده است:



قانون گاوس و قانون کولن

- بار داخل سطح **q** ومیدان در تمام نقاط سطح یکسان و هم جهت با بردار عمود تر سطح است پس:

$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \epsilon_0 \oint E\, dA = q_{enc}.$$

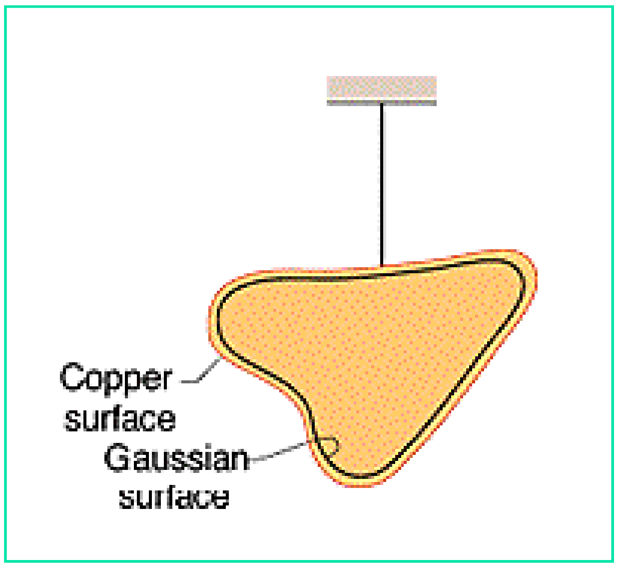
$$E\, \epsilon_0 \oint dA = q$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}.$$

رسانای عایق بندی شده

- به کمک قانون گوس می توان نشان داد که :

بار اضافی واقع بر یک رسانای عایق بندی شده تماما" روی سطح خارجی آن باقی می ماند.



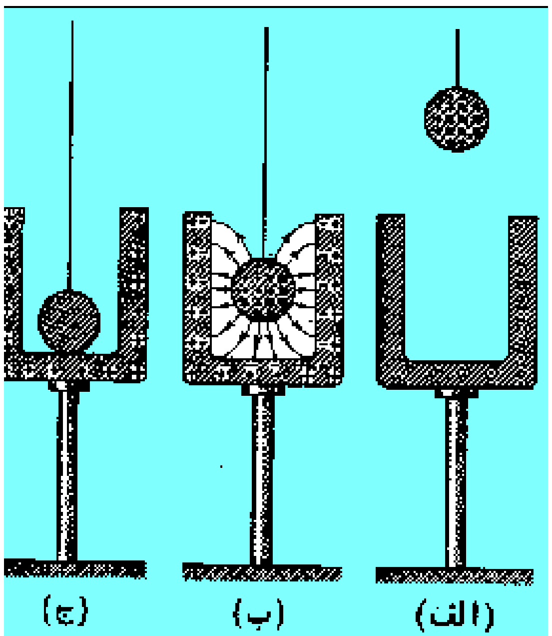
رسانای عایق بندی شده

- اثبات:

میدان الکتریکی در حالت الکترو استاتیک د رداخل جسم یک رسانا صفر است . اگر سطح گوس را بلافاصله زیر سطح خارجی جسم رسانا انتخاب کنیم . شار الکتریکی عبوری از آن صفر است پس بار خالص داخل آن صفر است پس بار اضافی روی سطح خارجی قرار می گیرد

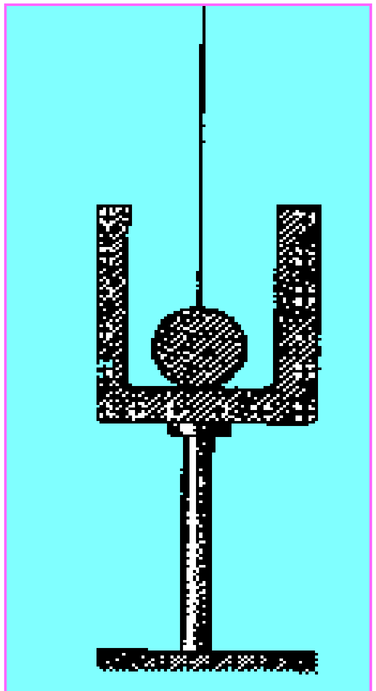
اثبات تجربی قوانین گاوس و کولن

- فرانکلین اولین کسی بود که به عدم وجود بار در داخل یک ظرف فلزی عایق شده پی برد.
- یک گلوله ی فلزی باردار شده را مطابق شکل بداخل یک ظرف فلزی می بریم



اثبات تجربی قوانین گاوس و کولن

- اگرگلوله به قسمت درونی ظرف تمام یابد بعد از خارج شدن کل بار آن به سطح خارجی ظرف انتقال می یابد


(ج)

اثبات تجربی قوانین گاوس و کولن

- آیا قانون کولن دقیقا عکس مجذوری است؟

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^{2+n}}$$

- آزمایشهای مبتنی بر قانون گوس می تواندبرای تشخیص دادن **n** به ما کمک کند

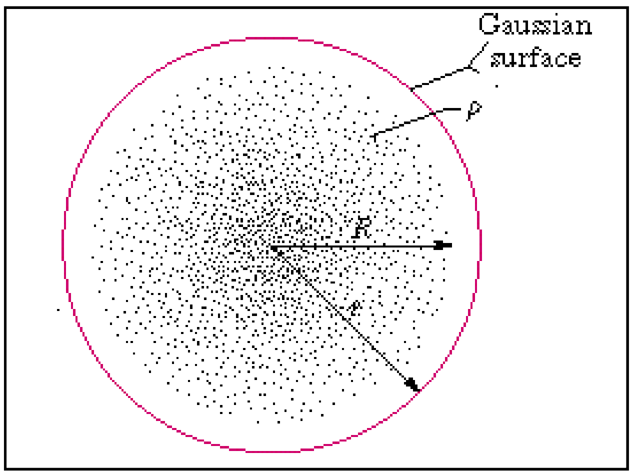
اثبات تجربی قوانین گاوس و کولن

- جدول زیر نحوه ی پیشرفتهای حاصل در تعیین **n** را نشان می دهد.

آزمایش کننده‌ها	تاریخ	n
بنجامین فرانکلین[۳]	۱۷۵۵	—
جوزف پریسلی[۳]	۱۷۶۷	... برحسب مجذور فاصله
جان رابینسون[۲]	۱۷۶۹	$\leqslant ۰٫۰۶$
هنری کاوندیش[۲،۳]	۱۷۷۳	$\leqslant ۰٫۰۲$
شارل ا. کولن	۱۷۸۵	حداکثر چند درصد
جیمز کلرک ماکسول[۴]	۱۸۷۳	$\leqslant ۵ \times ۱۰^{-۵}$
ساموئل جی. پلیمپتون و ویلارد. ای. لاوتون[۳،۴]	۱۹۳۶	$\leqslant ۲ \times ۱۰^{-۹}$
ادوین ار. ویلیامز، جیمز ای. فالر، و هنری ا. هیل[۳،۵]	۱۹۷۱	$\leqslant ۲ \times ۱۰^{-۱۶}$

قانون گاوس – بعضی کاربردها

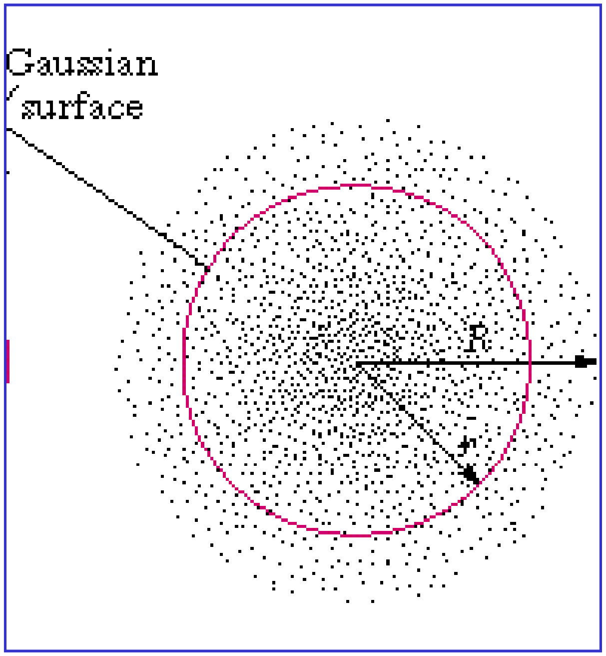
- کاربردهای قانون گوس:
- مثال ۱: بار **q** بطور یکنواخت در داخل کره ای به شعاع **R** توزیع شده است شدت میدان الکتریکی را با استفاده از قانون گوس برای نقاط داخل و خارج کره بر حسب فاصله از مرکز کره بدست آورید
- حل: در**r>R** تمام بار **q** داخل سطح گوس است:



$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

قانون گاوس – بعضی کاربردها

- حل –در **r<R** :



$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \epsilon_0 E(4\pi r^2) = q'$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q'}{r^2}$$

که در آن q' قسمتی از q است.

$$q' = q \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi R^3} = q\left(\frac{r}{R}\right)^3$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qr}{R^3}$$

قانون گاوس - بعضی کاربردها

- مثال:

مدل اتمی تامسون. زمانی تصور می‌شد که بار مثبت داخل اتم به‌طور یکنواخت درسرتاسر کره‌ای به شعاع حدود 1.0×10^{-10} m، یعنی درسرتاسر کل اتم، توزیع شده است. براساس این فرض (نادرست)، میدان الکتریکی را در سطح اتم طلا $(Z = 79)$ محاسبه کنید. ازاثر الکترونها صرفنظر کنید.

- حل:

میدان E درسطح، عبارت است از

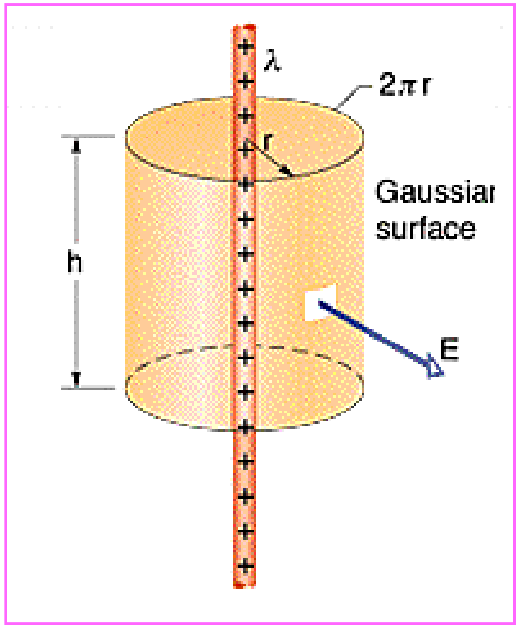
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

$$= \frac{(9.0 \times 10^{9}\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2})(79)(1.6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C})}{(1.0 \times 10^{-10}\ \mathrm{m})^2}$$

$$= 1.1 \times 10^{13}\ \mathrm{N/C}$$

قانون گاوس – بعضی کاربردها

- **مثال : شکل زیر یک خط نامتناهی بار با چگالی بار یکنواخت (یعنی بار واحد طول که بر حسب کولن بر متر است) را نشان می دهد.رابطه مربوط به E در فاصله r از این خط را پیدا کنید.**



قانون گاوس - بعضی کاربردها

- حل: سطح گوس را استوانه ای به شعاع **r** انتخاب می کنیم . میدان الکتریکی در تمام نقاط سطح استوانه یکسان است پس :

$$\epsilon_0 \Phi = q_{enc},$$

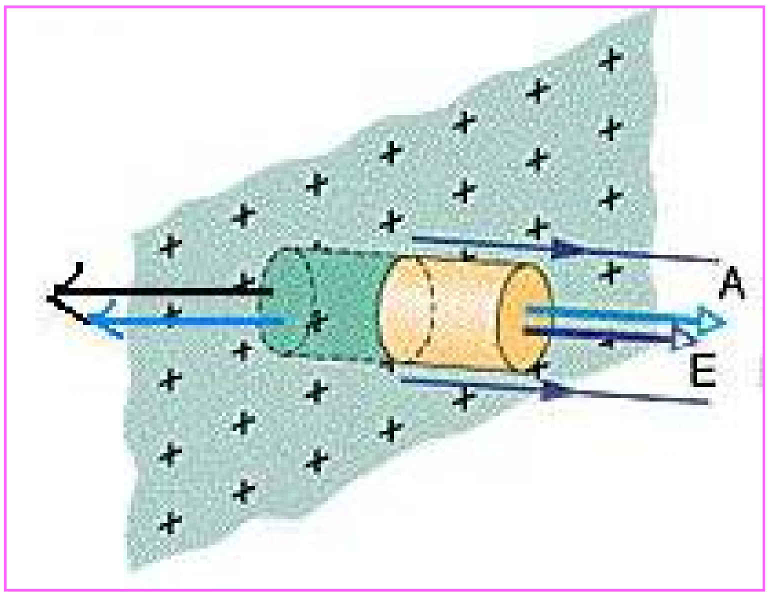
$$\Phi = EA\cos\theta = E(2\pi rh).$$

$$\epsilon_0 E(2\pi rh) = \lambda h,$$

$$\boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}}$$

قانون گاوس – بعضی کاربردها

- **مثال:** شکل زیر یک ورقه نارسانا ی نازک بار را با چگالی سطحی بار ثابت **σ**(یعنی بار واحد سطح بر حسب کولن بر متر مربی) نشان می دهد مقدار **E** در فاصله **r** در جلو ورقه چقدر است ؟



قانون گاوس – بعضی کاربردها

- حل : سطح گوس استوانه بسته کوچکی به مقطع **A** و ارتفاع **r** ۲ است . تنها از سطح مقطع **A** آن شار می گذرد پس:

$\mathbf{E}$ سطح جانبی استوانه را قطع نمی‌کند، شار دراین سطح سهمی ندارد.

پس، قانون گاوس:

$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = q$$

به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\epsilon_0 (EA + EA) = \sigma A$$

که درآن σA بار محصور شده است. درنتیجه داریم

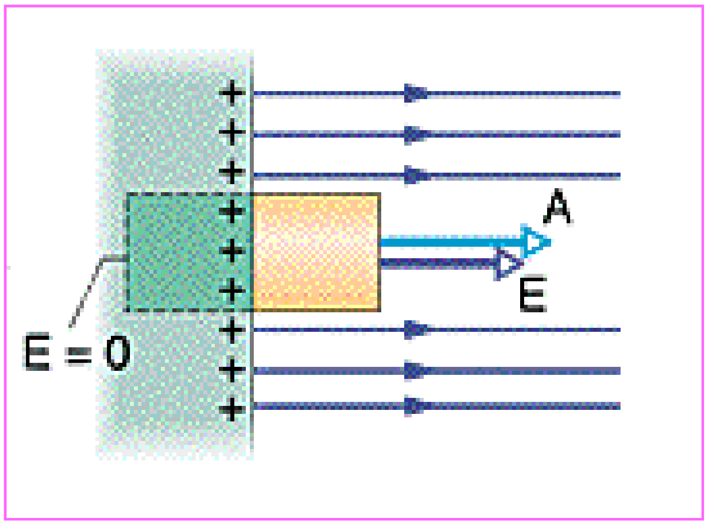
$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}}$$

قانون گاوس - بعضی کاربردها

- **مثال:** شکل زیر یک ورقه **رسانا ی** بار را با چگالی سطحی بار ثابت σ (یعنی بار واحد سطح بر حسب کولن بر متر مربی) نشان می دهد مقدار **E** در فاصله **r** در جلو ورقه چقدر است ؟
- **حل:میدان در داخل رسانا صفر است**

چون فقط از یکی از سطح مقطعها شار

می گذرد پس:



$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

فصل 29- پتانسیل الکتریکی

فصل 29- پتانسیل الکتریکی

- پتانسیل الکتریکی
- پتانسیل و میدان الکتریکی
- پتانسیل حاصل از یک بار نقطه ای
- گروه بارهای نقطه ای
- پتانسیل حاصل از یک دوقطبی
- انرژی پتانسیل الکتریکی
- محاسبه E با استفاده ا ز V
- رسانای عایق بندی شده
- مولد الکترو ستاتیکی

پتانسیل الکتریکی

- یک روش دیگر برای بدست آوردن میدان الکتریکی ، استفاده از کمیت نرده ای پتانسیل الکتریکی است.
- اختلاف پتانسیل میان دو نقطه B,A در میدان الکتریکی ، برابر است کار لازم برای انتقال آرام (در حال تعادل) واحد بار مثبت از نقطه A به نقطه B یعنی :

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0}$$

- q_0: بار آزمون که مثبت است
- W_{AB} : کار لازم برای انتقال بار q_0 از نقطه A به نقطه B

پتانسیل الکتریکی

- اگر W_{AB} مثبت ، منفی ویا صفر باشد در این صورت پتانسیل نقطه B بالاتر ،پایینتر یا مساوی پتانسیل در نقطه A است.
- یکای SI پتانسیل ژول بر کولن است (J/C) که ولت نامیده می شود .

- اگر نقطه A در بی نهایت دور از بارها دارای پتانسیل صفر تعریف شود ($V_A=0$) در این صورت پتانسیل در هر نقطه :

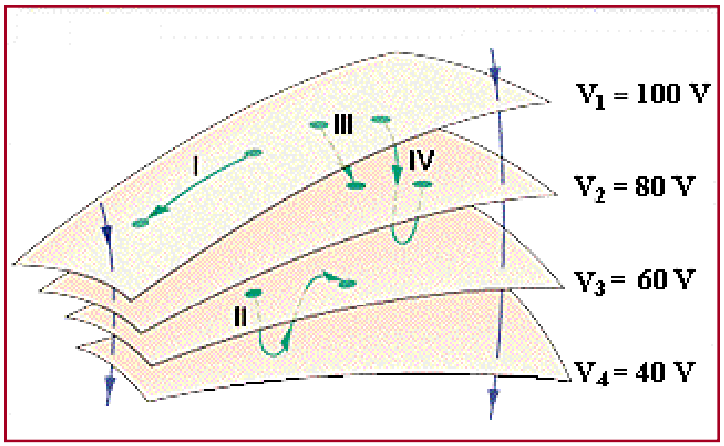
$$\bar{V} = \frac{W}{q_0}$$

پتانسیل الکتریکی

- W کار لازم برای انتقال بار q_0 از بی نهایت به نقطه مورد نظر است.
- V_B-V_A مستقل از مسیر انتقال بار است .
- مکان هندسی تمام نقاطی که دارای پتانسیل الکتریکی یکسان اند ، سطح هم پتانسیل می نامند

پتانسیل الکتریکی

- شکل زیر یک گروه سطوح هم پتانسیل را نشان می دهد.

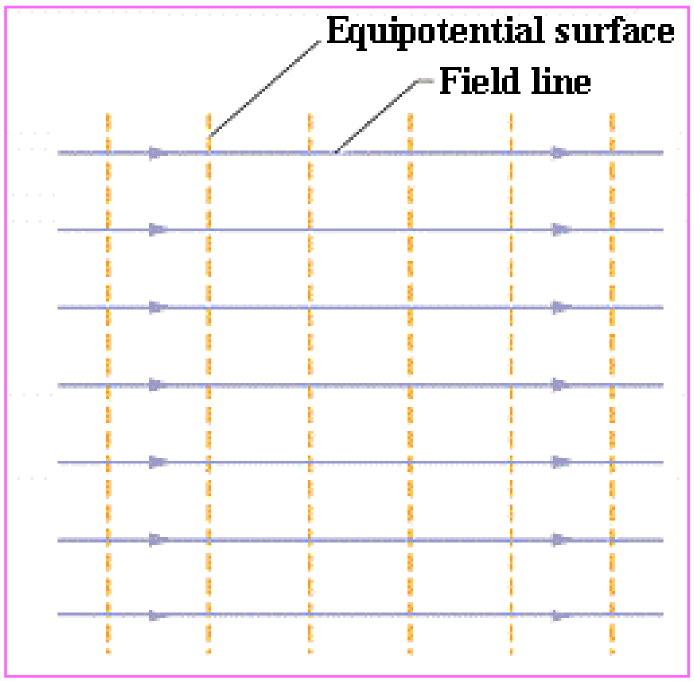


- کار لازم برای حرکت دادن بار در طول مسیر های I و II صفر است چون انتهای آنها در یک سطح هم پتانسیل قرار دارد.
- کار لازم برای حرکت دادن بار در طول مسیر های III و VI صفر نیست ولی مقدار آن برای هر دو مسیر یکسان است.

پتانسیل الکتریکی

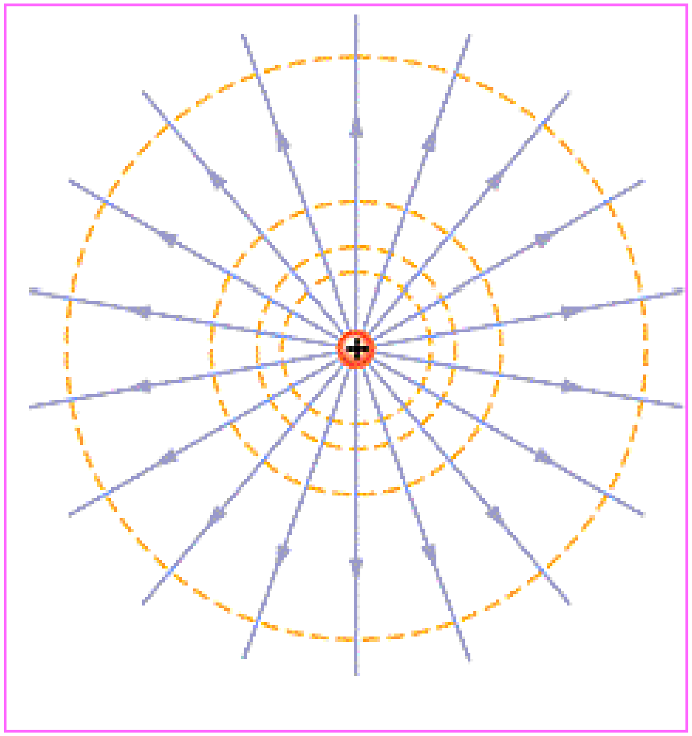
- سطوح هم پتانسیل بر خطوط میدان عمود است. این مطلب در شکلهای زیر نشان داده شده است.
- سطوح هم پتانسیل در

میدان یکنواخت



پتانسیل الکتریکی

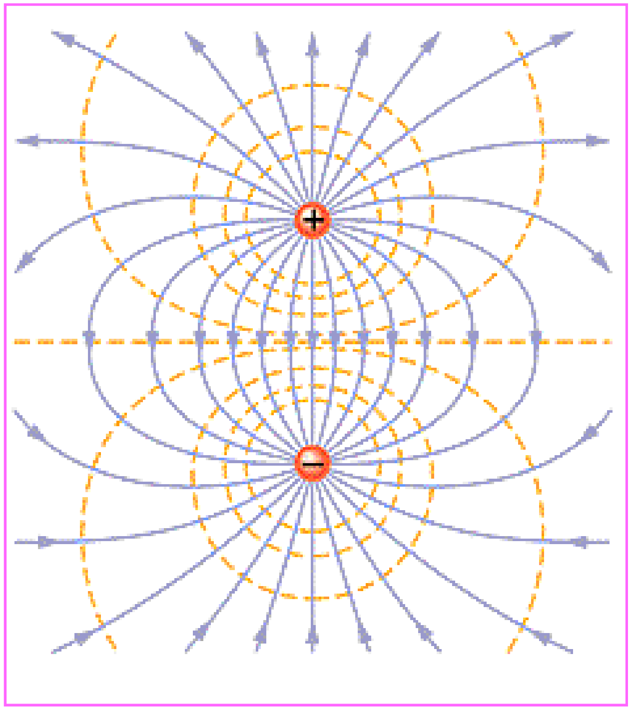
- سطوح هم پتانسیل اطراف یک
بار نقطه ای



پتانسیل الکتریکی

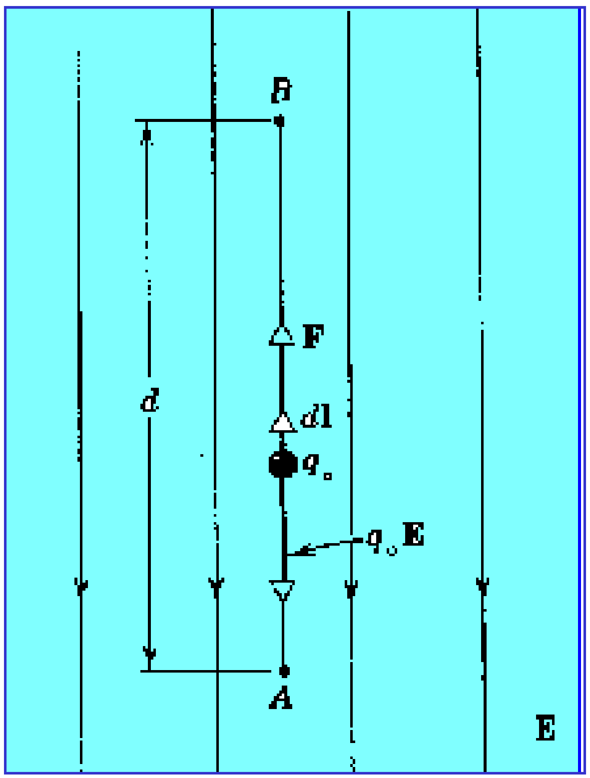
- سطوح هم پتانسیل اطراف یک

دو قطبی الکتریکی



پتانسیل و میدان الکتریکی

- محاسبه اختلاف پتانسیل بین دو نقطه در میدان الکتریکی یکنواخت:



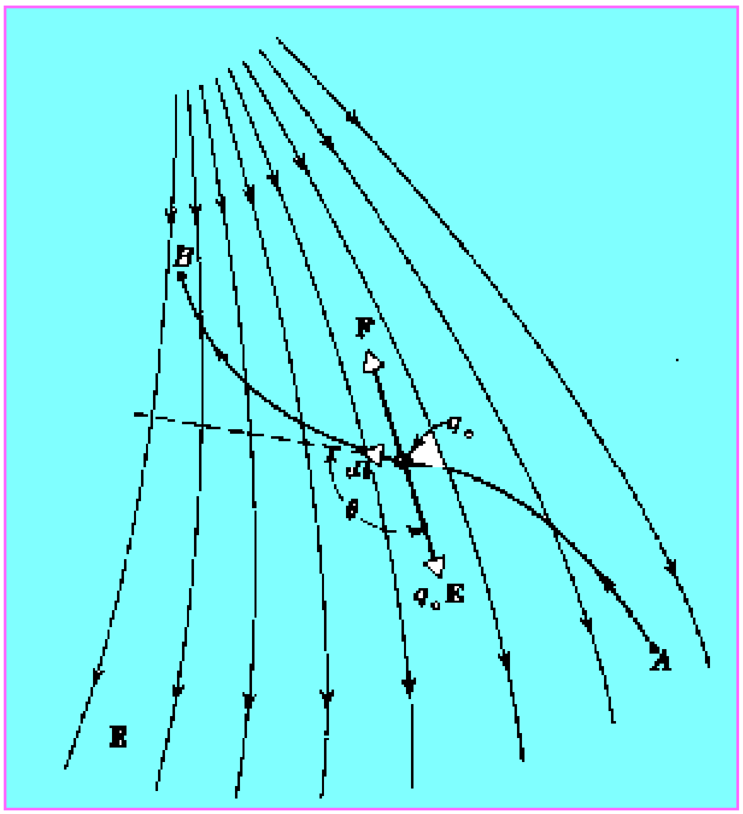
کار انجام شده توسط نیروی خارجی $\mathbf{F}$

$$W_{AB} = Fd = q_0 Ed$$

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0} = Ed$$

پتانسیل و میدان الکتریکی

- محاسبه اختلاف پتانسیل بین دو نقطه در یک میدان غیر یکنواخت:



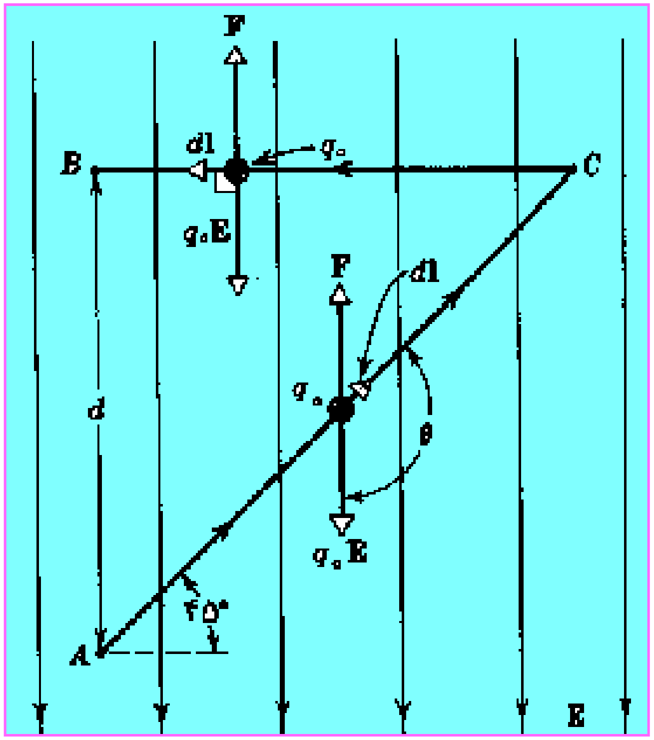
$$W_{AB}=\int_A^B \mathbf{F}\cdot d\mathbf{l}=-q_0\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}$$

به‌جای $\mathbf{F}$، مقدار $-q_0\mathbf{E}$ قرار داده‌ایم

$$V_B-V_A=\frac{W_{AB}}{q_0}=-\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}$$

پتانسیل و میدان الکتریکی

- مثال: فرض می کنیم که بار آزمون q_0 فاصله A تا B را روی مسیر نشان داده شده(بدون شتاب) طی کند . اختلاف پتانسیل میان A و B را محاسبه کنید.



پتانسیل و میدان الکتریکی

- حل:

برای مسیر AC، $\theta = ۱۳۵^\circ$ است

$$V_C - V_A = -\int_A^C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\int_A^C E \cos ۱۳۵^\circ \, dl = \frac{E}{\sqrt{۲}} \int_A^C dl$$

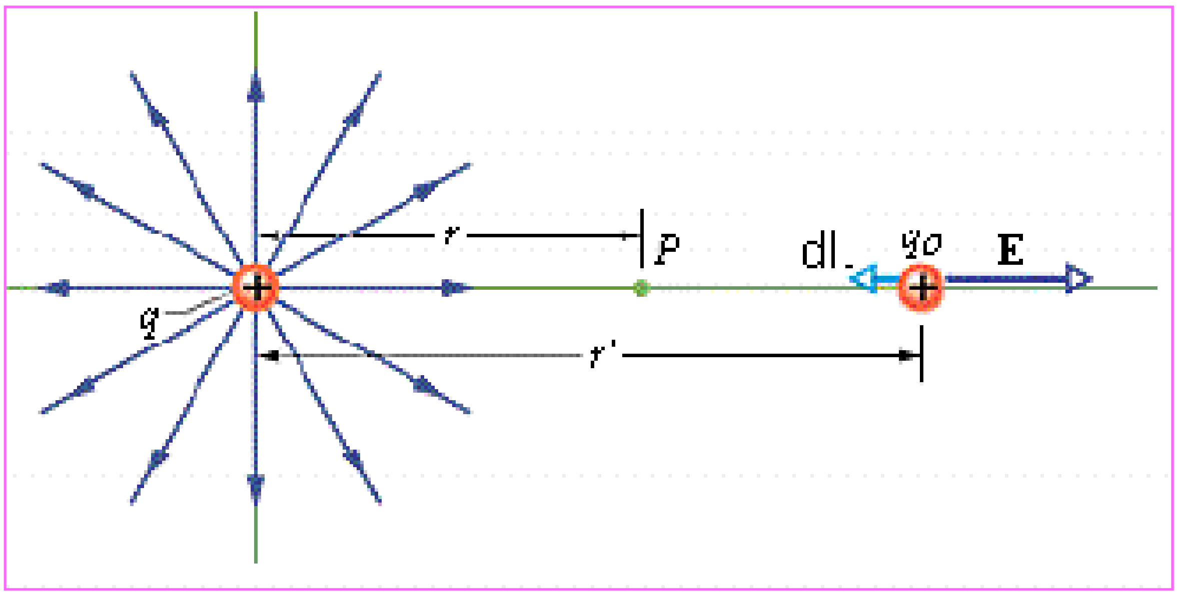
$$V_C - V_A = \frac{E}{\sqrt{۲}} (\sqrt{۲} d) = Ed$$

پتانسیل نقاط B و C یکسان است، زیرا $\mathbf{E}$ و $d\mathbf{l}$ درتمام نقاط خط CB برهم‌عمودند پس

$$V_B - V_A = V_C - V_A = Ed$$

پتانسیل حاصل از یک بار نقطه ای

- محاسبه پتانسیل در فاصله **r** از یک نقطه بار نقطه ای **q**



پتانسیل حاصل از یک بار نقطه ای

- حل:

$$\mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = E\cos 180^\circ\, dl = -E\,dl$$

$$dl = -dr \qquad \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = E\,dr$$

$$V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = -\int_{r_A}^{r_B} E\,dr$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

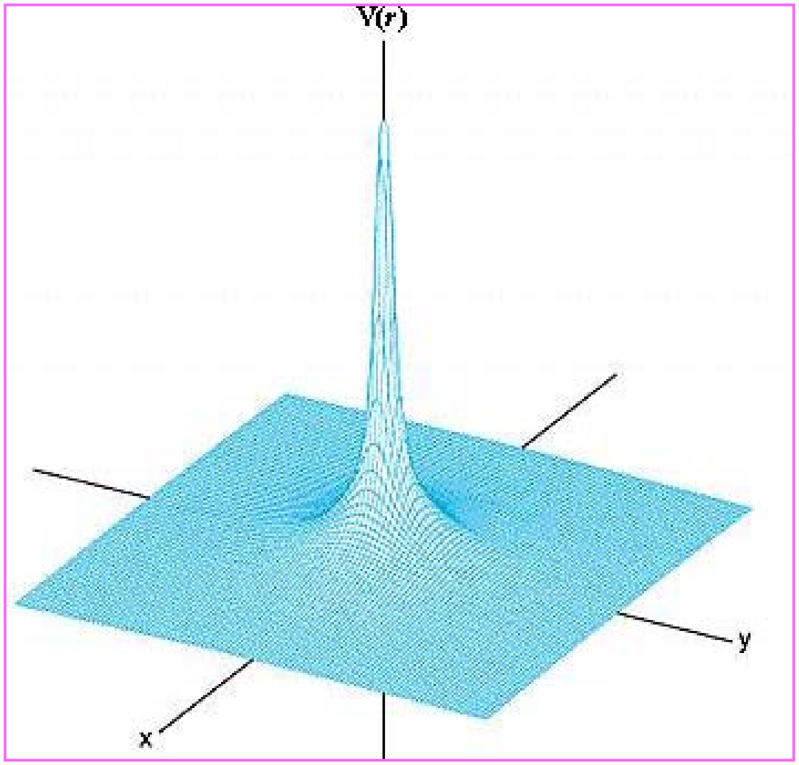
$$V_B - V_A = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\int_{r_A}^{r_B}\frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$$

با انتخاب نقطهٔ مرجع A در بینهایت و با انتخاب $V_A = 0$

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}}$$

پتانسیل حاصل از یک بار نقطه ای

- اگر بار q منفی باشد پتانسیل منفی است و بالعکس.
- پتانسیل سه بعدی اطراف بار نقطه ای:



پتانسیل حاصل از یک بار نقطه ای

- مثال : پتانسیل الکتریکی در سطح هسته طلاچقدر است . شعاع هسته طلا fm ٦/٦ و عدد اتمی آن ۷۹ است.
- حل:

با یادآوری اینکه بار پروتون $۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\,C$ است، داریم

$$V = \frac{۱}{۴\pi\epsilon_۰}\frac{q}{r} = \frac{(۹/۰ \times ۱۰^۹\,N\cdot m^۲/C^۲)(۷۹)(۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\,C)}{۶/۶ \times ۱۰^{-۱۵}\,m}$$

$$= ۱/۷ \times ۱۰^۷\,V$$

گروه بارهای نقطه ای

- پتانسیل حاصل از یک مجموعه بار های نقطه ای رد هر نقطه از فضا برابر است با جمع جبری پتانسیل های تک تک بار ها در آن نقطه :

$$V = \sum_{i=1}^{n} V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i}$$

گروه بارهای نقطه ای

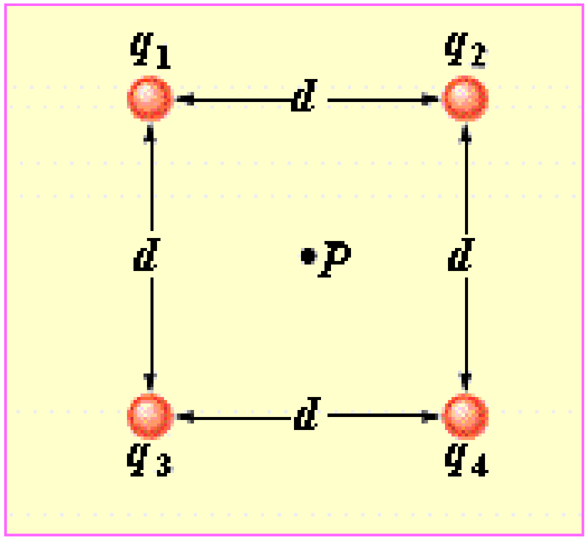
- اگر توزیع بار به جای نقطه ای پیوسته باشد عمل جمع به انتگرالگیری تبدیل میشود :

$$V = \int dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{dq}{r}$$

- که در آن **dq** یک جزء دیفرانسیلی از توزیع بار و **r** فاصله آن جزء بار تا نقطه ای است که پتانسیل باید محاسبه شود

گروه بارهای نقطه ای

- مثال : چهار بار $q_1=1\times10^{-8}\ c$ و $q_2=-2\times10^{-8}\ c$ و $q_4=2\times10^{-8}\ c$ در گوشه های یک مربع به ضلع ۱m قرار دارند پتانسیل در مرکز مربع چقدر است ؟



گروه بارهای نقطه ای

- حل:

فاصلهٔ r هر بار از P، مساوی با $a/\sqrt{2}$ یا ۰٫۷۱ متر است.

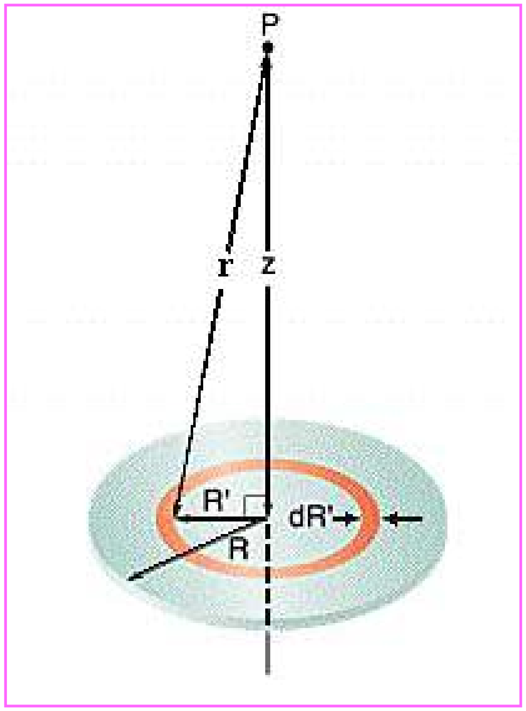
$$V = \sum_n V_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{q_1+q_2+q_3+q_4}{r}$$

$$= \frac{(9.0 \times 10^{9}\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2})(1.0-2.0+3.0+2.0)\times 10^{-8}\,\mathrm{C}}{0.71\,\mathrm{m}}$$

$$= 500\,\mathrm{V}$$

گروه بارهای نقطه ای

- **مثال** : پتانسیل الکتریکی در نقطه **p** واقعِ بر محور یک قرص باردار با چگالی سطحی بار ثابت **σ** را بدست آورید



گروه بارهای نقطه ای

- حل:

$$dq = \sigma(2\pi R')(dR')$$

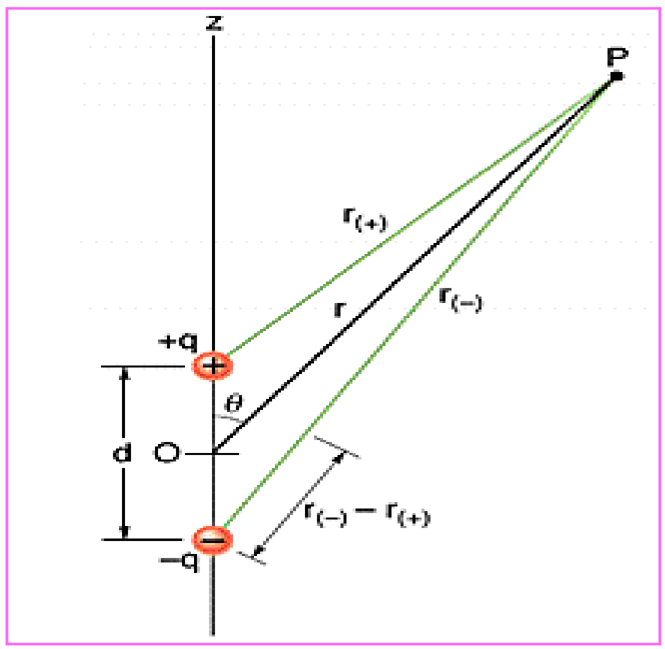
$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\sigma(2\pi R')(dR')}{\sqrt{z^2 + R'^2}}$$

$$V = \int dV = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\int_0^R \frac{R'\,dR'}{\sqrt{z^2 + R'^2}}$$

$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left(\sqrt{z^2 + R^2} - z\right)$$

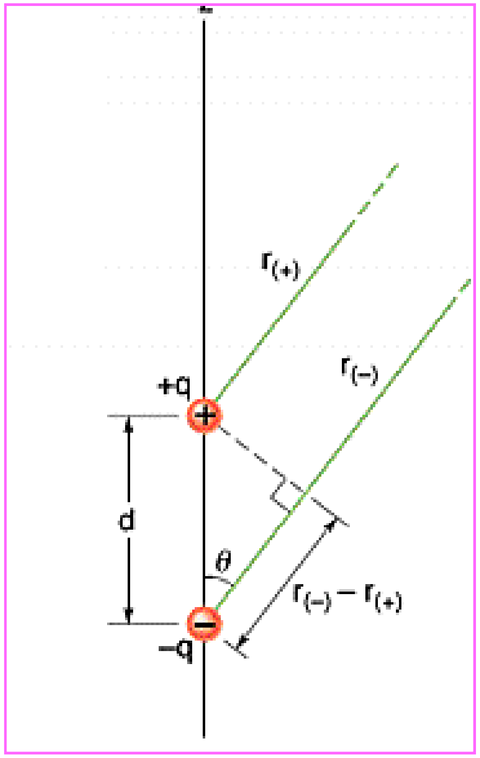
پتانسیل حاصل از یک دوقطبی

- پتانسیل حاصل از یک دو قطبی در نقطه ای بسار دور از دو قطبی را محاسبه کنید:



پتانسیل حاصل از یک دوقطبی

- حل:



$$V = \sum_{i=1}^{2} V_i = V_{(+)} + V_{(-)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q}{r_{(+)}} + \frac{-q}{r_{(-)}}\right)$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{r_{(-)} - r_{(+)}}{r_{(-)}r_{(+)}}.$$

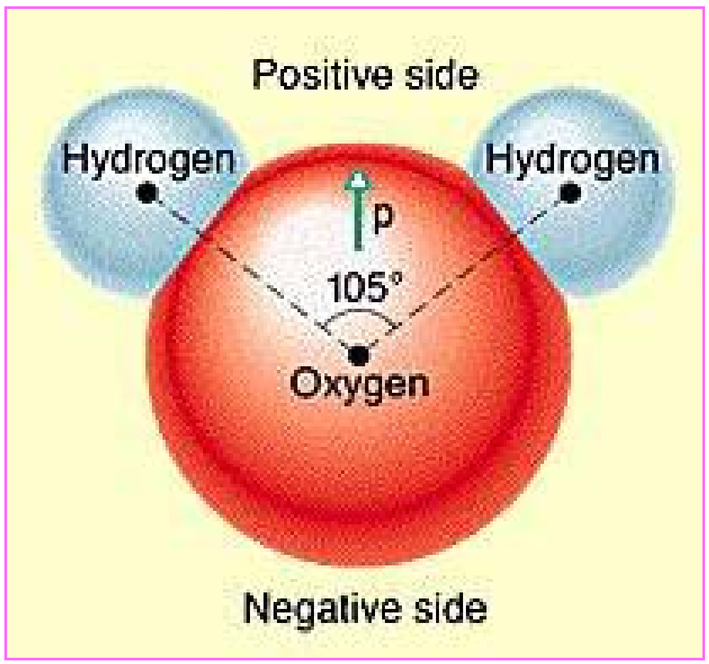
$$r_{(-)} - r_{(+)} \approx d\cos\theta \quad \text{and} \quad r_{(-)}r_{(+)} \approx r^2.$$

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{d\cos\theta}{r^2} \qquad p = qd$$

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p\cos\theta}{r^2}}$$

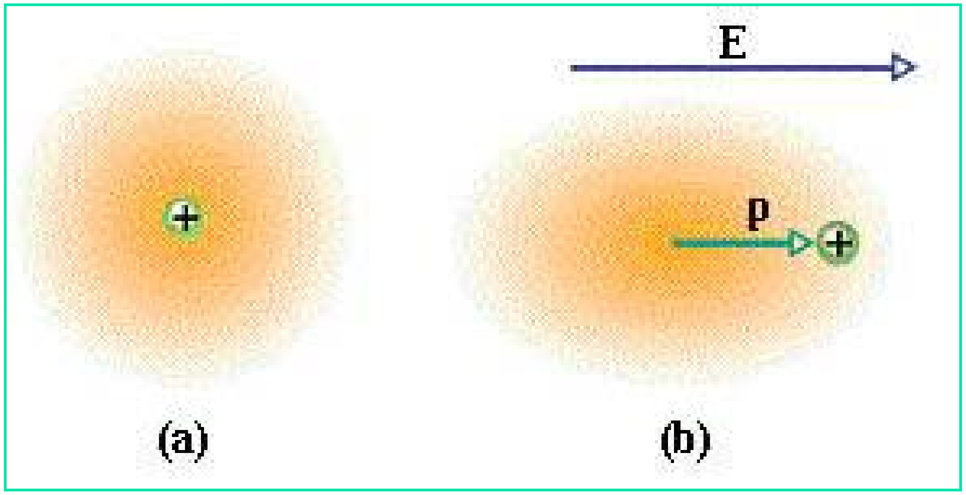
پتانسیل حاصل از یک دوقطبی

- بسیار از مولکولهامانند مولکول آب در غیاب میدان دارای گشتاور دو قطبی الکتریکی دائمی اند.



پتانسیل حاصل از یک دوقطبی

- اتمها و بسیاری از مولکولها گشتاور های دو قطبی دائمی ندارند ولی در حضور میدان مر کز موثر بار های مثبت و منفی ازهم جدا شده و قطبیده می گردند



انرژی پتانسیل الکتریکی

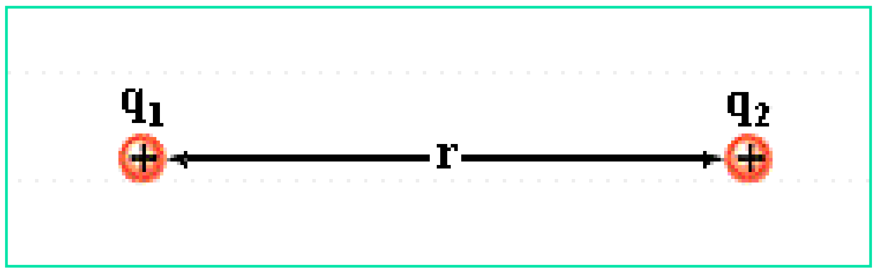
- انرژی پتانسیل الکتریکی دستگاهی از بارهای نقطه ای برابراست با:

کار لازم برای گرد آوری این بار ها با آوردن آنها از بی نهایت به نقاط مورد نظر

- انرژی پتانسیل کمیتی اسکالر است و بر حسب ژول اندازه گیری می شود

انرژی پتانسیل الکتریکی

- انرژی پتانسیل دو بار الکتریکی q_1,q_2 در فاصله **r** از یکدیگر:



$$U = W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$$

انرژی پتانسیل الکتریکی

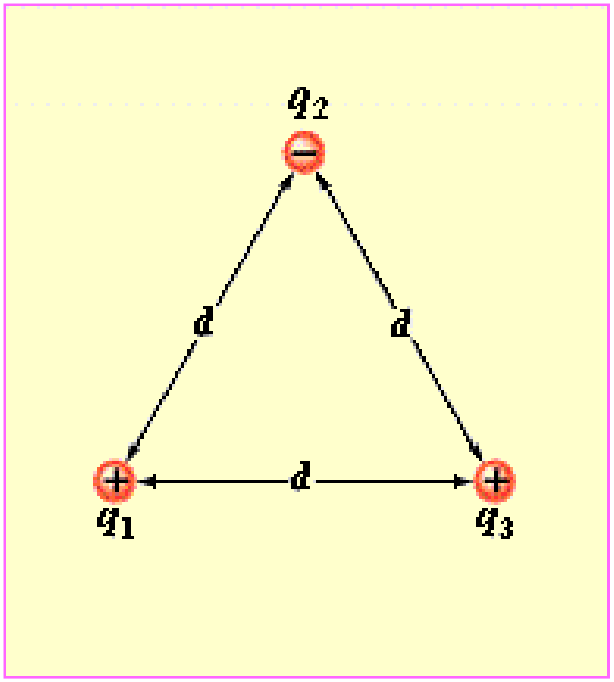
- برای محاسبه انرژی پتانسیل دستگاههایی که شامل بیشتر از دو بارند:

انرژی پتانسیل هر زوج بار را بطور جداگانه محاسبه کرده و آنها را با هم جمع می کنیم

- در محاسبه انرژی پتانسیل و پتانسیل الکتریکی علامت بار باید به حساب آید

انرژی پتانسیل الکتریکی

- **مثال** : سه بار الکتریکی $q_1=q$, $q_2=-4q$, $q_3=2q$ در گوشه های یک مثلث به ضلع ۱۲cm قرار دارند . انرژی پتانسیل متقابل آنها چقدر است ؟



انرژی پتانسیل الکتریکی

- حل:

$$U = U_{12} + U_{13} + U_{23} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1q_2}{d} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1q_3}{d} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_2q_3}{d}$$

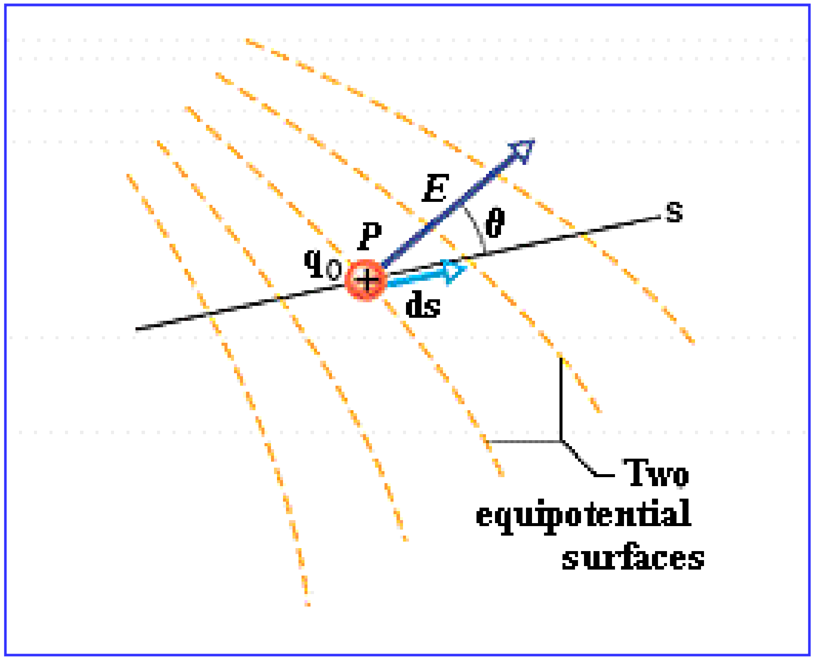
$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{(+q)(-4q)}{d} + \frac{(+q)(+2q)}{d} + \frac{(-4q)(+2q)}{d}\right)$$

$$= -\frac{10q^2}{4\pi\epsilon_0 d} = -\frac{(8.99 \times 10^9\ \mathrm{N\cdot m^2/C^2})(10)(150 \times 10^{-9}\ \mathrm{C})^2}{0.12\ \mathrm{m}}$$

$$= -1.7 \times 10^{-2}\ \mathrm{J} = -17\ \mathrm{mJ}.$$

محاسبه E با استفاده ا ز V

- محاسبه E با استفاده ا ز V:



$$-q_0\, dV = q_0 E(\cos\ \theta)\ ds$$

$$E\cos\ \theta = -\frac{dV}{ds}$$

$$\boxed{E_s = -\frac{\partial V}{\partial s}}$$

محاسبه E با استفاده از V

- پس اگر پتانسیل به صورت تابعی از z,y,x معلوم باشد می توان مولفه های میدان الکتریکی را محاسبه کرد:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}; E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}; E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

محاسبه E با استفاده از V

- محاسبه میدان الکتریکی با استفاده از پتانسیل الکتریکی یک بار نقطه ای:

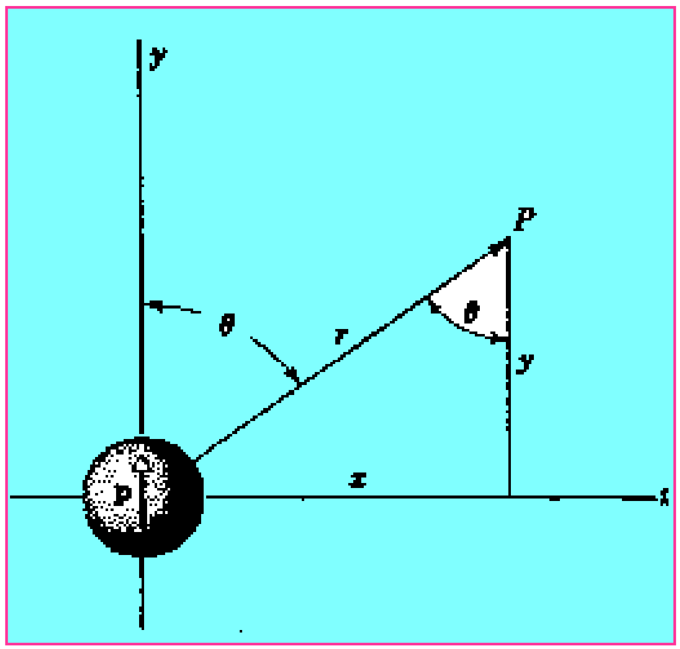
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}$$

$$E = -\frac{dV}{dr} = -\frac{d}{dr}\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}\right)$$

$$= -\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{d}{dr}\left(\frac{1}{r}\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

محاسبه E با استفاده از V

- **مثال** : نقطه **p** در شکل زیر در فاصله دور از یک دو قطعی قرار دارد میدان الکتریکی را به صورت تابعی از **r** بدست آورید.



محاسبه E با استفاده از V

- حل:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p\cos\theta}{r^2}$$

در دستگاه مختصات قائم

$$r = (x^2+y^2)^{1/2} \quad , \quad \cos\theta = \frac{y}{(x^2+y^2)^{1/2}}$$

$$V = \frac{p}{4\pi\epsilon_0}\frac{y}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{p}{4\pi\epsilon_0}\frac{(x^2+y^2)^{3/2} - y^{3/2}(x^2+y^2)^{1/2}(2y)}{(x^2+y^2)^3}$$

$$= -\frac{p}{4\pi\epsilon_0}\frac{x^2-2y^2}{(x^2+y^2)^{5/2}}$$

نقاط دور واقع برامتداد محور دوقطبی (یعنی محور y) با قراردادن $x=0$
برای این نقاط رابطهٔ E_y به‌صورت زیر

$$E_y = \frac{2p}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{y^3}$$

محاسبه E با استفاده ا ز V

- ادامه حل:

با قراردادن $y=0$ در رابطهٔ مربوط به E_y، نقاط دور واقع بر صفحهٔ استوایی دوقطبی مشخص می‌شوند و داریم

$$E_y = -\frac{p}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{x^3}$$

مؤلفهٔ E_x

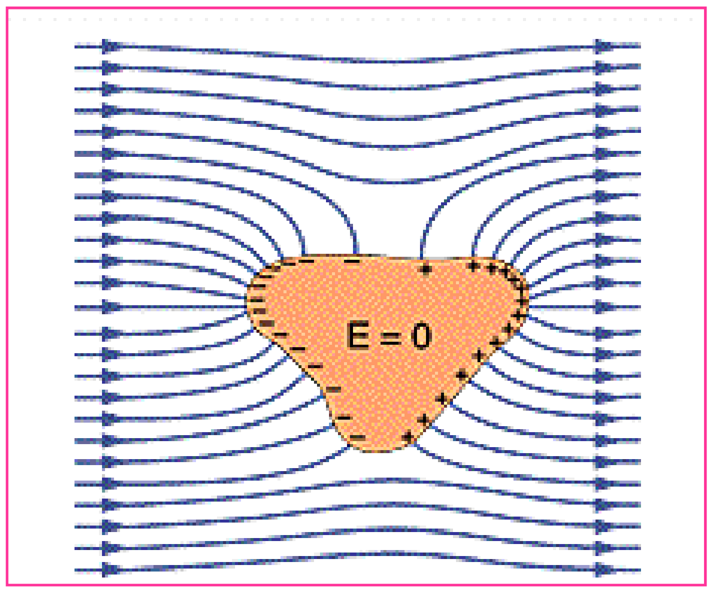
$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{py}{4\pi\epsilon_0}\left(-\frac{3}{2}\right)(x^2+y^2)^{-5/2}(2x)$$

$$= \frac{3p}{4\pi\epsilon_0}\frac{xy}{(x^2+y^2)^{5/2}}$$

همچنانکه انتظار می‌رفت، E_x هم بر روی محور دوقطبی $(x=0)$ وهم درصفحهٔ استوایی $(y=0)$ صفر می‌شود؛

رسانای عایق بندی شده

- اگر یک جسم رسانا در میدان الکتریکی قرار گیرد الکترونها طوری توزیع می گردند که میدان در داخل آن صفر گردد.



رسانای عایق بندی شده

- در زیر نشان میدهیم که چون میدان الکتریکی در شرایط الکتروستاتیک در نقاط داخل یک جسم رسانا صفر است پتانسیل الکتریکی در تمام نقاط آن ثابت است.

اثبات :اگر i و f دو نقطه اختیاری داخل جسم رسانا باشد و مسیر انتگرالگیری نیز داخل جسم رسانا باشد

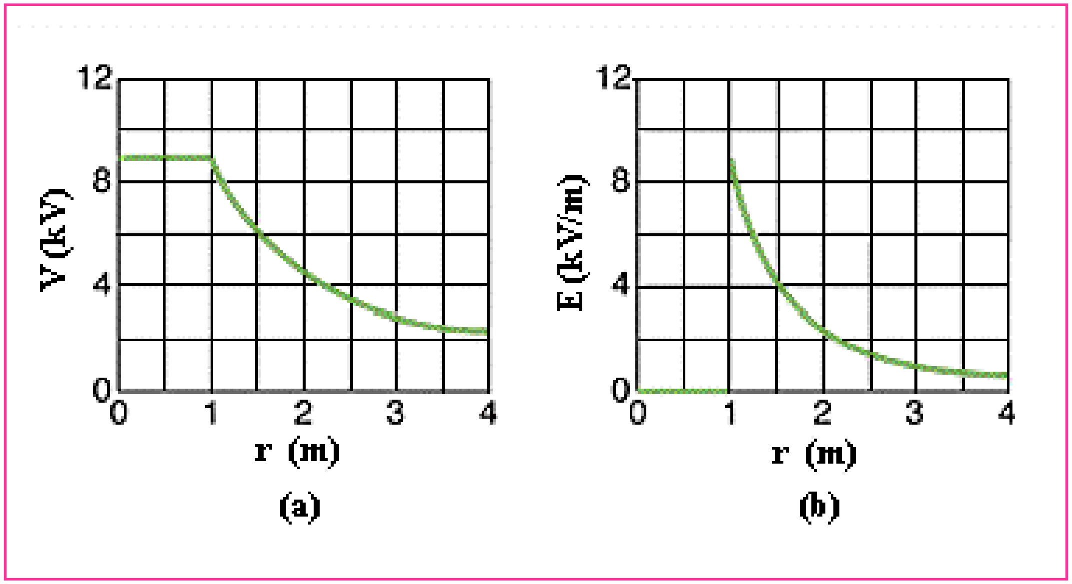
$$V_f - V_i = -\int_i^f \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}.$$

$$\mathbf{E} = 0$$

$$\boxed{V_f = V_i}$$

رسانای عایق بندی شده

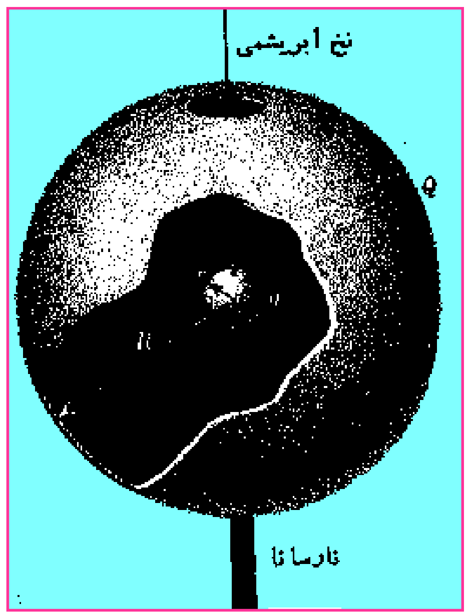
- در شکل زیر تغییرات پتانسیل الکتریکی و میدان الکتریکی حاصل از یک کره رسانای تو پر به شعاع ۱ متر که حامل بار ۱ μc است به صورت تابعی از فاصله تا مرکز نشان داده شده است:



مولد الکترو ستاتیکی

- **مثال :** مولد واندوگراف کره کوچکی به شعاع r و بار q است که مطابق شکل در داخل پوسته کروی بزرگی به شعاع R و بار Q قرار دارد

الف) اختلاف پتانسیل میان دو گره را محاسبه کنید



مولد الکترو ستاتیکی

- حل:

پتانسیل کــرهٔ بزرگ از دوقسمت تشکیل شده است؛ یك قسمت مربوط بـــه‌بار خود کره وقسمت دیگر دراثر میدان حاصل از بار q.

$$V_R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{}{R} + \frac{q}{R}\right)$$

پتانسیل کرهٔ کوچك نیز دوقسمت است؛ یکی مربوط به‌بار خود این کـــره و دیگری دراثر میدان حاصل ازبار Q

$$V_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q}{r} + \frac{Q}{R}\right)$$

اختلاف پتانسیل عبارت است از

$$V_r - V_R = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)$$

مولد الکترو ستاتیکی

- ب)اگر کره ها تو سط سیم نازکی به هم وصل شوند بار تماما به کره خارجی شارش خواهد یافت چرا ؟ این مطلب اساس کار مولد الکتریسیته ساکن است
- حل:

با فرض مثبت بودن q ، پتانسیل کرهٔ داخلی همیشه بالاتر از پتانسیل کرهٔ خارجی خواهد بود. اگر کره‌ها به وسیلهٔ سیم نازکی به‌هم وصل شوند، بار q تماماً به کرهٔ خارجی شارش خواهدیافت، بی‌توجه بداینکه ممکن‌است بار Q قبلاً درآنجا وجود داشته‌باشد.

ازسوی دیگر، توجه داریم کـــه چون کره‌ها هنگامی که اتصال الکتریکی دارند یك تك رسانا تشکیل می‌دهند کـــه درحال تعادل الکتروستاتیکی است، بنابـــراین تنها یك تك پتانسیل می‌تواند وجود داشته بـــاشد. یعنی $V_r - V_R = 0$ است واین فقط موقعی درست است که $q = 0$ باشد.

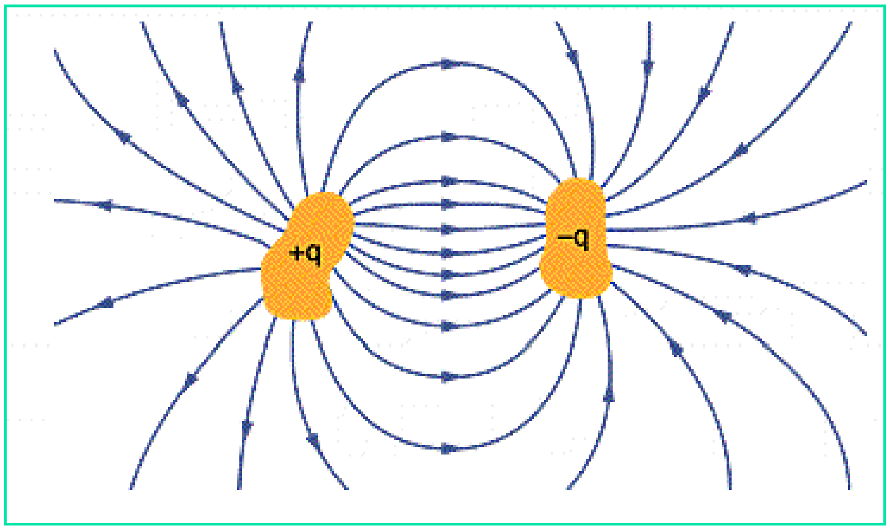
فصل 30- خازنها و دی الکتریکها

فصل 30- خازنها و دی الکتریکها

- ظرفیت
- محاسبه ظرفیت
- انباشت انرژی در میدان الکتریکی
- خازن مسطح با دی الکتریک
- دی الکتریکها از دید اتمی
- دی الکتریکها و قانون گاوس

ظرفیت

- یک خازن تشکیل شده ا ز دو صفحه رسانای عایق بندی شده که حامل بار های مسا وی و مخا لف q و q- اند.



ظرفیت

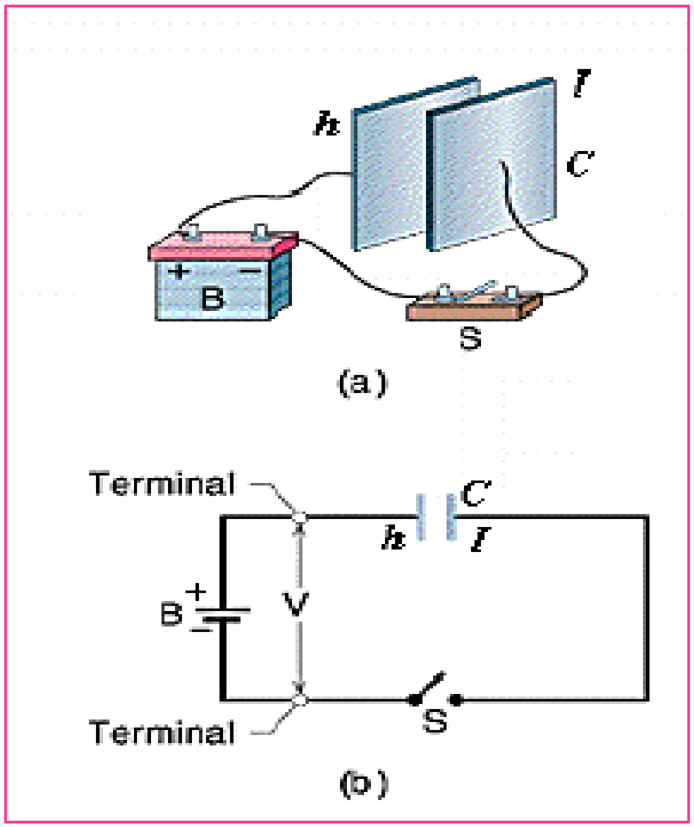
- اگر بار هر صفحه **q** و اختلاف پتانسیل آنها **V** باشد:

$$q = CV.$$

- **C** ظرفیت خازن است که به شکل هندسی آن بستگی دارد و واحد آن فاراد است که مساوی یک کولن بر یک ولت است

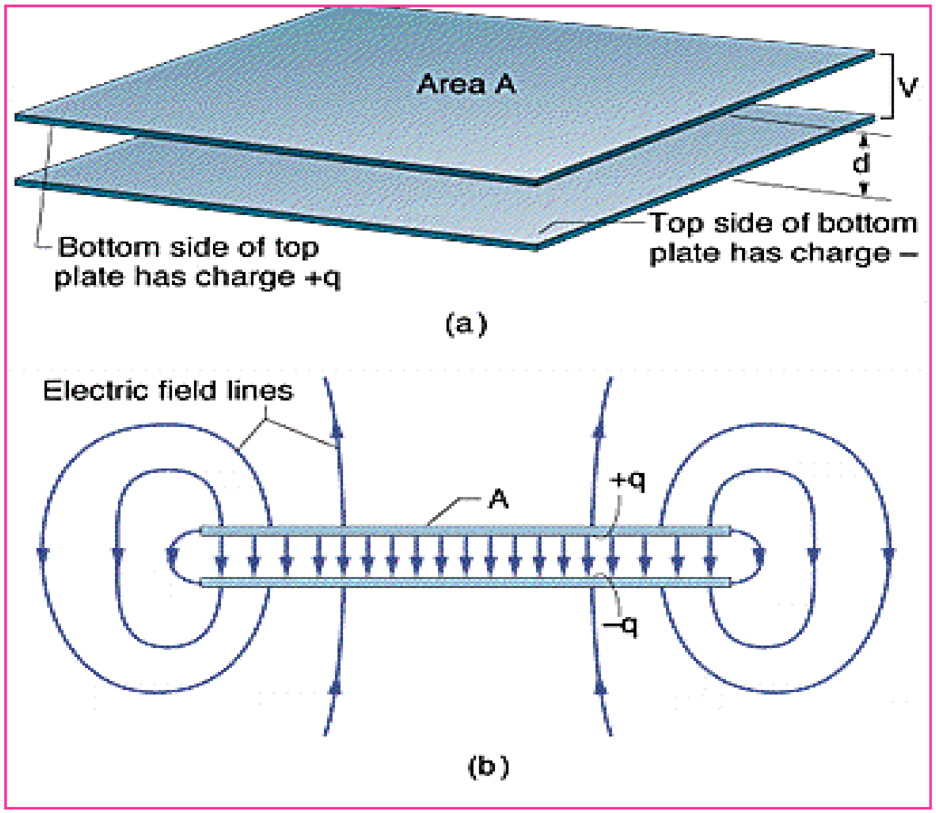
ظرفیت

- طریقه باردار کردن خازن



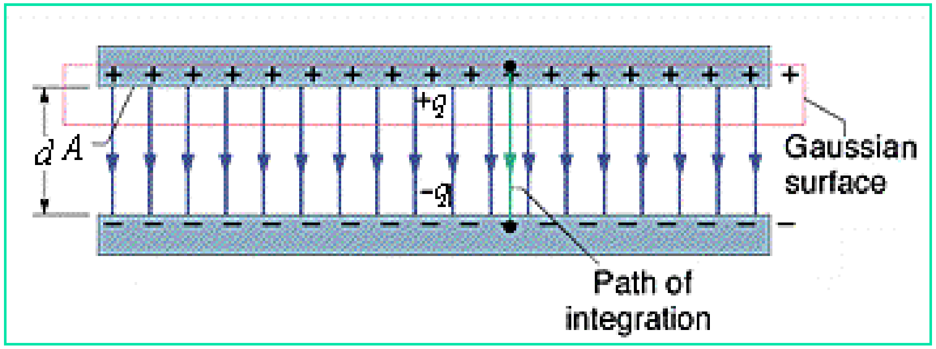
محاسبه ظرفیت

- شکلی از یک خازن مسطح و خطوط میدان آن



محاسبه ظرفیت

- محاسبه ظرفیت خازن مسطح با فرض اینکه بین صفحات خلاء یا هوا باشد:



$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q.$$

$$q = \epsilon_0 E A$$

$$V = \int_{+}^{-} E\,ds = E \int_{0}^{d} ds = Ed.$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

محاسبه ظرفیت

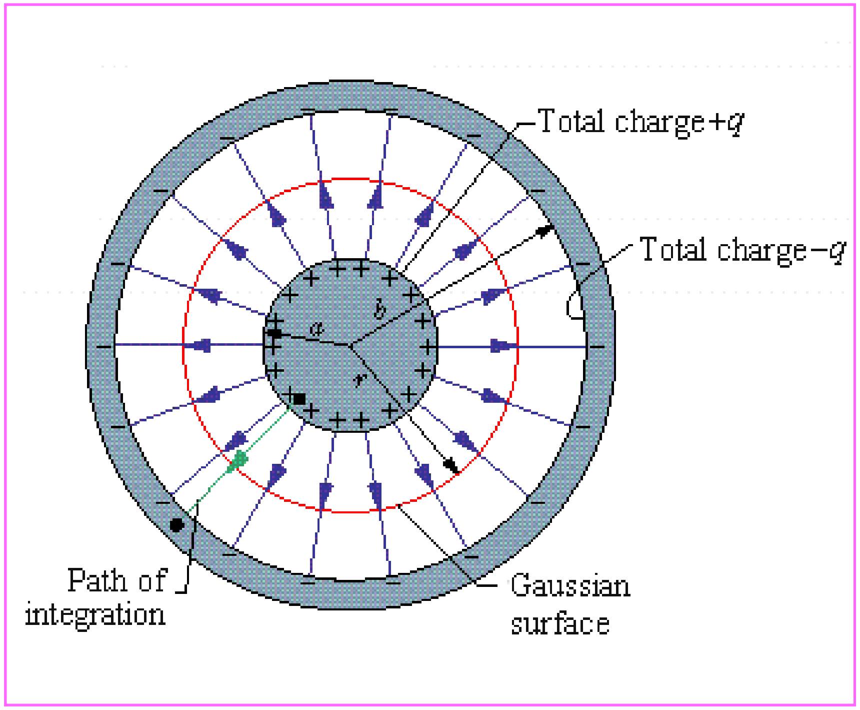
- **مثال** : فاصله صفحات موازی یک خازن ، که هوا میان آنها است ، ۱ mm است اگر ظر فیت خازن F ۱ باشد ، مساحت هر یک از صفحات چقدر است؟
- **حل:**

$$A = \frac{Cd}{\epsilon_0} = \frac{(1.0\ \mathrm{F})(1.0 \times 10^{-3}\ \mathrm{m})}{8.85 \times 10^{-12}\ \mathrm{F/m}}$$

$$= 1.1 \times 10^{8}\ \mathrm{m}^2.$$

محاسبه ظرفیت

- **مثال : یک خازن استوانه ای شامل دواستوانه هم محور به شعاع های a,b به طول L است . با فرض اینکه خازن طویل باشد، ظرفیت آن را بدست آورید**



محاسبه ظرفیت

- حل:

$$q = \epsilon_0 EA = \epsilon_0 E(2\pi rL),$$

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 Lr}.$$

$$V = \int_{+}^{-} E\,ds = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L}\int_a^b \frac{dr}{r}$$

$$= \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L}\ln\left(\frac{b}{a}\right),$$

$$C = q/V.$$

$$\boxed{C = 2\pi\epsilon_0 \frac{L}{\ln(b/a)}}$$

محاسبه ظرفیت

- مثال : یک خازن کروی شامل دو پوسته رسانای کروی هم مرکز به شعاع های a , b است الف) ظرفیت آن را محاسبه کنید.

$$q = \epsilon_0 EA = \epsilon_0 E(2\pi rL),$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2},$$

$$V = \int_{+}^{-} E\,ds = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\int_a^b \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{b-a}{ab}.$$

$$\boxed{C = 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b-a}}$$

محاسبه ظرفیت

- ب) اگر $b \to \infty$ یک کره منزوی به شعاع R=a خواهیم داشت د راین صورت ظرفیت چقدر است ؟

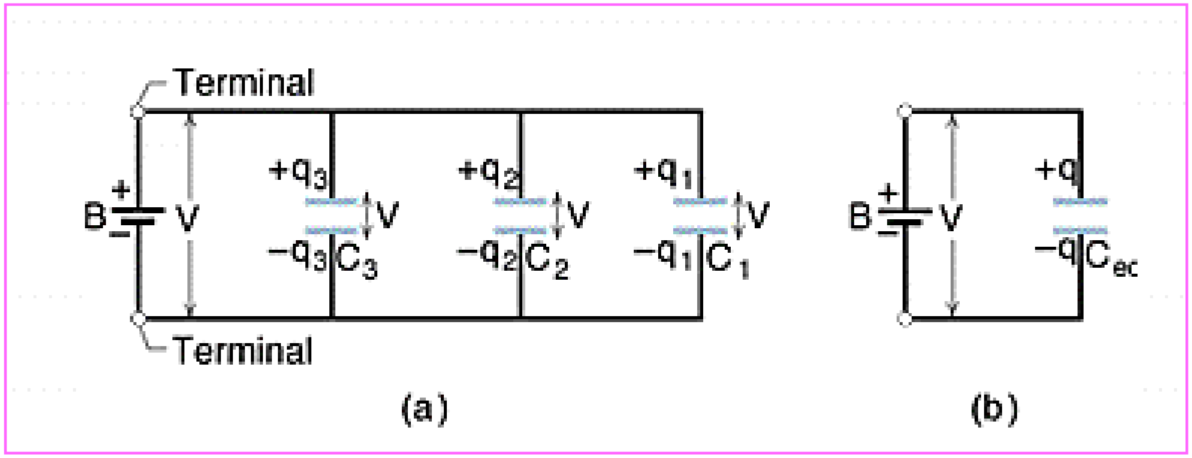
$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{a}{1 - a/b},$$

$$b \to \infty$$

$$\boxed{C = 4\pi\epsilon_0 R}$$

محاسبه ظرفیت

- **مثال** : شکل زیر سه خازن را نشان می دهد که در حالت موازی بسته شده اند ظرفیت معادل این مجموعه چقدر است ؟



محاسبه ظرفیت

- حل:

$$q_1 = C_1V, \quad q_2 = C_2V, \quad \text{and} \quad q_3 = C_3V.$$

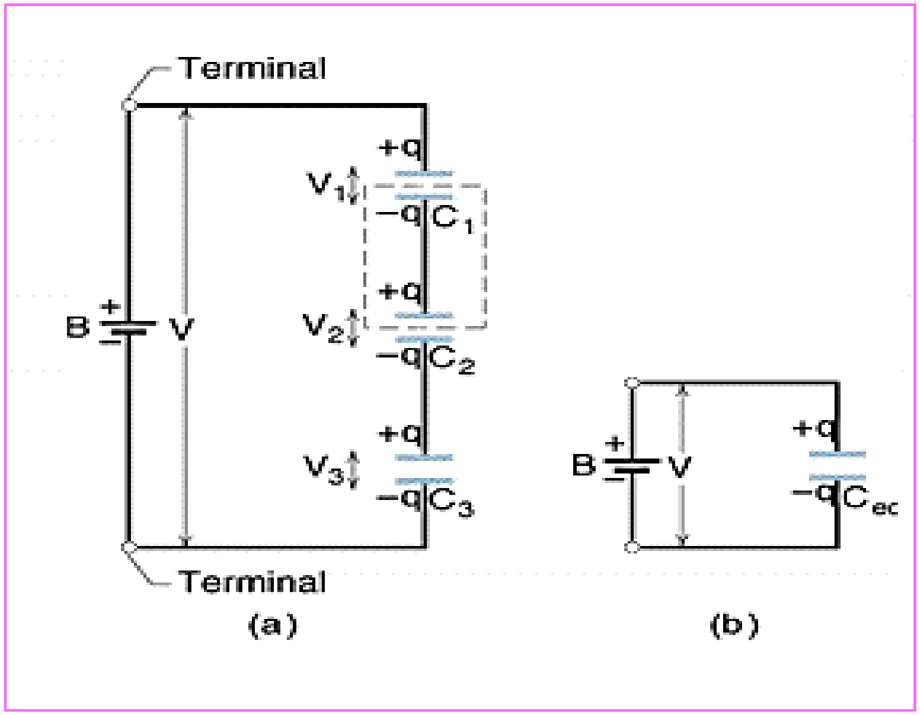
$$q = q_1 + q_2 + q_3 = (C_1 + C_2 + C_3)V.$$

$$C_{eq} = \frac{q}{V} = C_1 + C_2 + C_3,$$

$$\boxed{C_{eq} = \sum_{j=1}^{n} C_j}$$

محاسبه ظرفیت

- مثال .: شکل زیر سه خازن را نشان میدهد که بطور متوالی بسته شدهاند ظرفیت تک خازن هم ارز با این مجموعه چقدر است؟



محاسبه ظرفیت

- حل:

$$V_1 = \frac{q}{C_1}, \quad V_2 = \frac{q}{C_2}, \quad \text{and} \quad V_3 = \frac{q}{C_3}.$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right).$$

$$C_{\text{eq}} = \frac{q}{V} = \frac{1}{1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3},$$

$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}.$$

انباشت انرژی در میدان الکتریکی

- تمام پیکر بندی های بار الکتریکی دارای انرژی پتانسیل الکتریکی U هستند

- انرژی پتانسیل الکتریکی U یک خازن برابر با کار W که باید برای بار دار کردن آن انجام داد.

انباشت انرژی در میدان الکتریکی

- **محاسبه انرژی پتانسیل ذخیره شده در خازن با بار q :**

اگر فرض شود در زمان **t** بار از یک صفحه به صفحه دیگر منتقل گردد اختلاف پتانسیل **v(t)** در این لحظه خواهد بود . اگر اضافه بار ی منقل شود کار انجام شده :

$$dW = V'\,dq' = \frac{q'}{C}\,dq'.$$

$$W = \int dW = \frac{1}{C}\int_0^q q'\,dq' = \frac{q^2}{2C}.$$

$$\boxed{U = \frac{q^2}{2C}}$$

انباشت انرژی در میدان الکتریکی

- محاسبه چگالی انرژ ی الکتریکی د رفضای بین صفحات خازن مسطح ایده آل :

$$u = \frac{U}{Ad} = \frac{CV^2}{2Ad},$$

$$C = \epsilon_0 A/d,$$

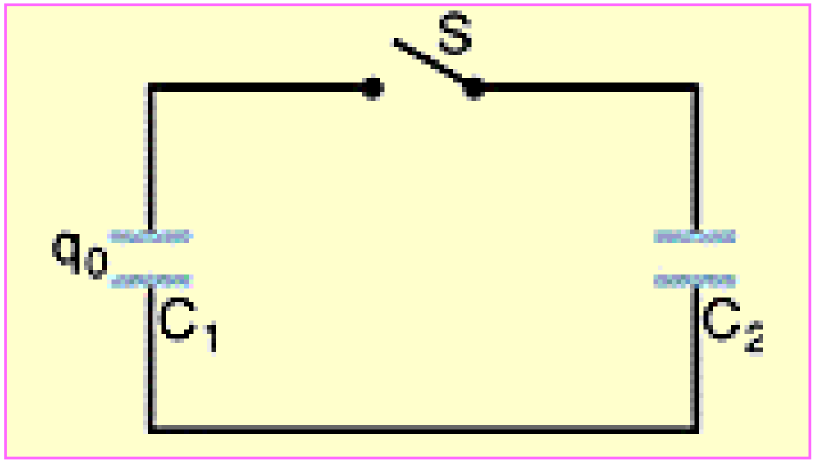
$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 \left(\frac{V}{d}\right)^2.$$

$$\boxed{u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2}$$

- فرمول فوق برای هر نقطه در فضا که در آن میدان E باشد صادق است

انباشت انرژی در میدان الکتریکی

- **مثال** : خازن $c_1=3.55\ \mu F$ را تا اختلاف پتانسیل $V_0=6.3\ V$ پر می کنیم سپس باتری را بر می داریم و خازن را مطابق شکل به خازن پر نشده $c_2=8.95\ \mu F$ وصل می کنیم الف) اختلاف پتانسیل نهایی دو سر این ترکیب چقدر است ؟ ب) انرژی انباشته شده قبل و بعد از بستن کلید چقدر است



انباشت انرژی در میدان الکتریکی

- الف) اختلاف پتانسیل نهایی دو سر این ترکیب چقدر است ؟ ب) انرژی انباشته شده قبل و بعد از بستن کلید چقدر است

حل:

$$q_0 = q_1 + q_2,$$

$$C_1V_0 = C_1V + C_2V,$$

$$V = V_0\frac{C_1}{C_1 + C_2} = \frac{(6.30\ \text{V})(3.55\ \mu\text{F})}{3.55\ \mu\text{F} + 8.95\ \mu\text{F}}$$
$$= 1.79\ \text{V}.$$

انباشت انرژی در میدان الکتریکی

- ب) انرژی انباشته شده قبل و بعد از بستن کلید چقدر است؟

حل:

$$U_i = \tfrac{1}{2}C_1V_0^2 = (\tfrac{1}{2})(3.55 \times 10^{-6}\ \mathrm{F})(6.30\ \mathrm{V})^2$$
$$= 7.04 \times 10^{-5}\ \mathrm{J} = 70.4\ \mu\mathrm{J}.$$

$$U_f = \tfrac{1}{2}C_1V^2 + \tfrac{1}{2}C_2V^2 = \tfrac{1}{2}(C_1 + C_2)V^2$$
$$= (\tfrac{1}{2})(3.55 \times 10^{-6}\ \mathrm{F} + 8.95 \times 10^{-6}\ \mathrm{F})(1.79\ \mathrm{V})^2$$
$$= 2.00 \times 10^{-5}\ \mathrm{J} = 20.0\ \mu\mathrm{J}.$$

انباشت انرژی در میدان الکتریکی

- **مثال :** یک کره رسا نا منزوی به شعاع **R** در خلاء حامل بار **q** است الف) انرژی الکتروستاتیکی کل انباشته در فضای اطراف را محاسبه کنید .

.

حل: الف)

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 R}$$

انباشت انرژی در میدان الکتریکی

- ب) شعاع R_0 یک سطح کروی که نصف این انرژی در داخل آن قرار دارد
- حل-ب)

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{R^2},$$

$$u = \tfrac{1}{2}\epsilon_0 E^2 = \frac{q^2}{32\pi^2\epsilon_0 R^4}$$

$$\int_R^{R_0} dU = \frac{1}{2}\int_R^{\infty} dU.$$

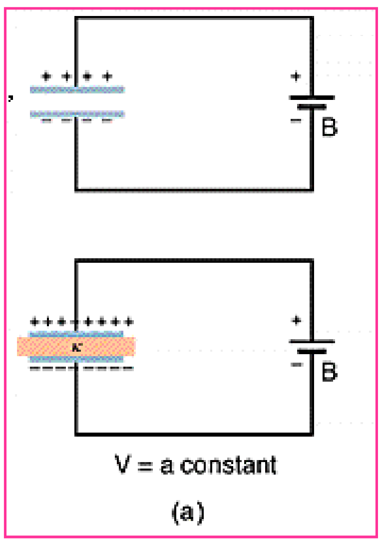
$$dU = (u)(4\pi r^2)(dr) = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0}\frac{dr}{r^2}.$$

$$\int_R^{R_0}\frac{dr}{r^2} = \frac{1}{2}\int_R^{\infty}\frac{dr}{r^2} = \frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} = \frac{1}{2R}.$$

$$R_0 = 2R$$

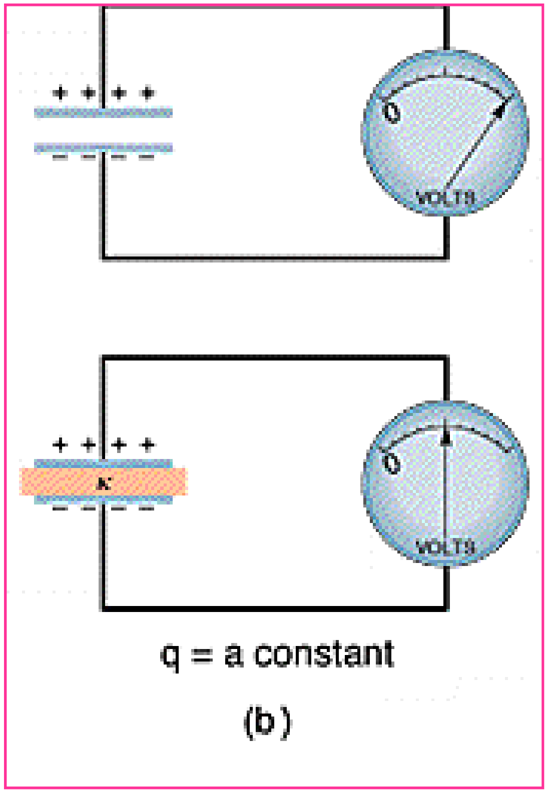
خازن مسطح با دی الکتریک

- نخستین بار میکل فاراده تغییرات ظرفیت خازن با دی الکتریک را تحقیق کرد
- فاراده نشان داد که اگر دو خازن یکی با دی الکتریکی و دیگری بدون دی الکتریک تا اختلاف پتانسیل یکسان پر شوند . بار خازن با دی الکتریک بیشتر است :



خازن مسطح با دی الکتریک

- اگر بار خازن را ثابت نگه داریم و دی الکتریک به بیان آن وارد کنیم .
اختلاف پتانسیل در سر آن کاهش می یابد.



$$V = \frac{V_0}{k}$$

خازن مسطح با دی الکتریک

- نسبت ظرفیت خازن با دی الکتریک (C) به ظرفیت آن بدون دی الکتریک (C_0) را ثابت دی الکتریک k نامند.

$$\frac{C}{C_0} = k$$

- اگر میان صفحات یک خازن یک عایق با ثابت k قرار داشته باشد ظرفیت آن k برابر می شود مثلا ظرفیت خازن مسطح با عایق :

$$c = \frac{k\varepsilon_0 A}{d}$$

خازن مسطح با دی الکتریک

- بطور کلی در ناحیه ای که بطور کامل با یک دی الکتریک پر شده معادلات الکترو استاتیک با تبدیل ε_0 به $\varepsilon_0 k$ تغییر می یابند.

- مثلا میدان الکتریکی با ر نقطه ای:

$$E = \frac{1}{4\pi\kappa\epsilon_0}\frac{q}{r^2},$$

خازن مسطح با دی الکتریک

- **مثال :** خازن مسطحی با ظرفیت c_0=13.5 pF که مساحت صفحات خازن مسطحی **A** و فاصله آنها از هم **d** است . اگر با یک باتری خازن را تا اختلاف پتانسیل v_0=12.5 V پر کنیم و سپس باتری را قطع کرده و یک بره دی الکتریک به ضخامت **d** میان صفحات قرار داده شود.
الف) انرژی انباشته شده را قبل و بعد ا زقرار دادن بره بدست آورید.

$$U_i = \tfrac{1}{2}CV^2 = (\tfrac{1}{2})(13.5 \times 10^{-12}\ \mathrm{F})(12.5\ \mathrm{V})^2$$
$$= 1.055 \times 10^{-9}\ \mathrm{J} = 1055\ \mathrm{pJ} \approx 1100\ \mathrm{pJ}.$$

$$U_f = \frac{q^2}{2\kappa C} = \frac{U_i}{\kappa} = \frac{1055\ \mathrm{pJ}}{6.50}$$
$$= 162\ \mathrm{pJ} \approx 160\ \mathrm{pJ}.$$

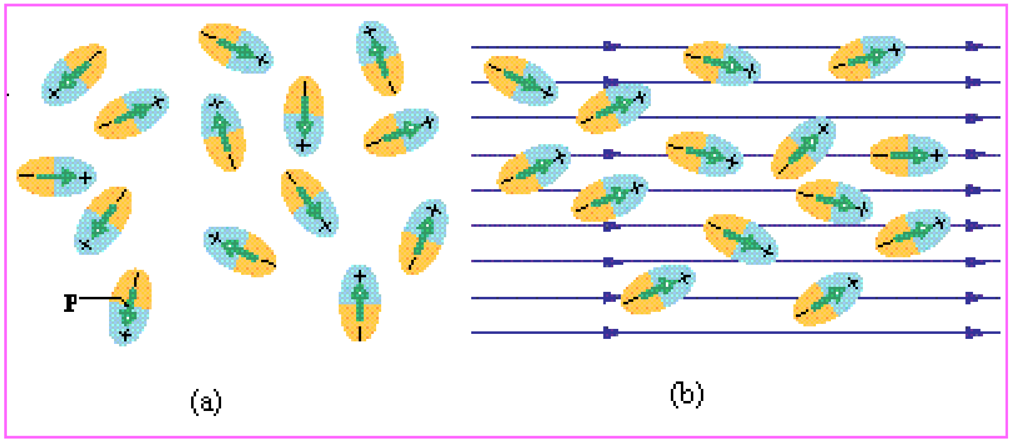
خازن مسطح با دی الکتریک

- ب) کار لازم برای قرار دادن بره چقد راست؟

$$W = U_f - U_i = -893 \text{ pJ}.$$

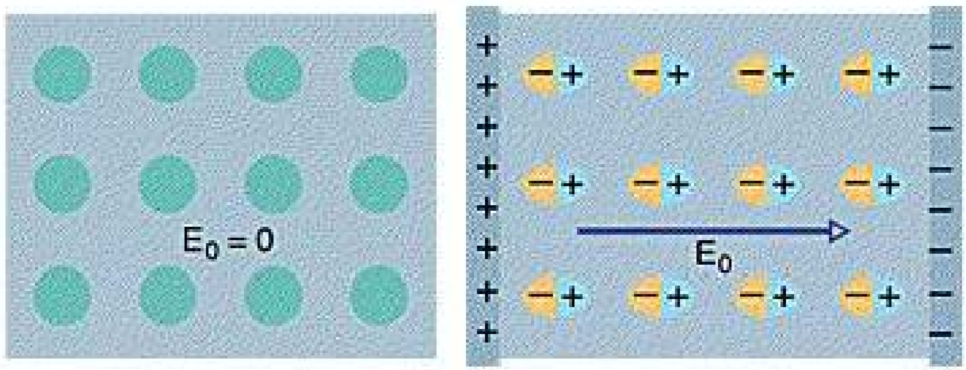
دی الکتریکها از دید اتمی

- موقع قرار دادن دی الکتریک د رمیدان الکتریکی ، از لحاظ اتمی چه اتفاقی می افتد ؟
- اگر مولکولها قطبی باشند خواهد چرخید و در امتداد میدان قرار خواهند گرفت



دی الکتریکها از دید اتمی

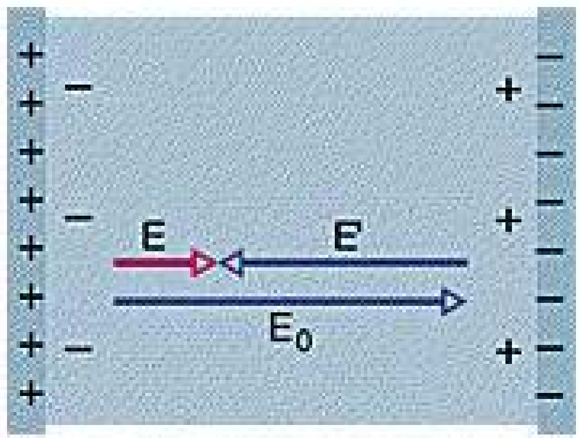
- اگر مولکولها قطبی نباشد ، میدان خارجی باعث جدائی مرکز موثر بار ها ی مثبت ومنفی شد. و در آن یک گشتاور دو قطبی الکتریکی القاء می کند.



(a) (b)

دی الکتریکها از دید اتمی

- نتیجه کلی این است که در وجوه عایق مقابل صفحات خازن بار الکتریکی سطحی مقید القاء می گردد.



(c)

دی الکتریکها از دید اتمی

- این بار های مقید میدان اصلی داخلی را تضعیف می کنید

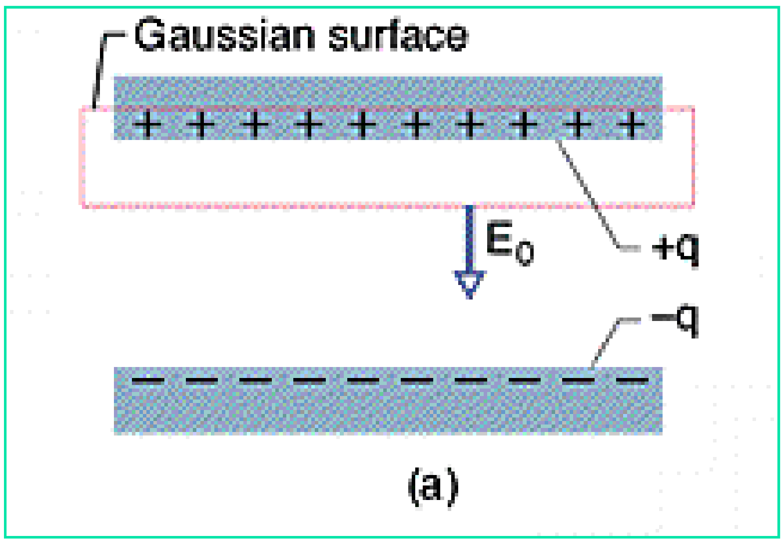
$$E = E_0 - E'$$

- چون پتانسیل به نسبت 1/k کم میشود میدان نیز به همین نسبت کم می شود :

$$V = \frac{V_0}{k}$$

دی الکتریکها و قانون گاوس

- می خواهیم ببینیم قانون گوس در حضور دی الکتریک چگونه است :
- اگر دی الکتریک نباشد میدان بین صفحات خازن:



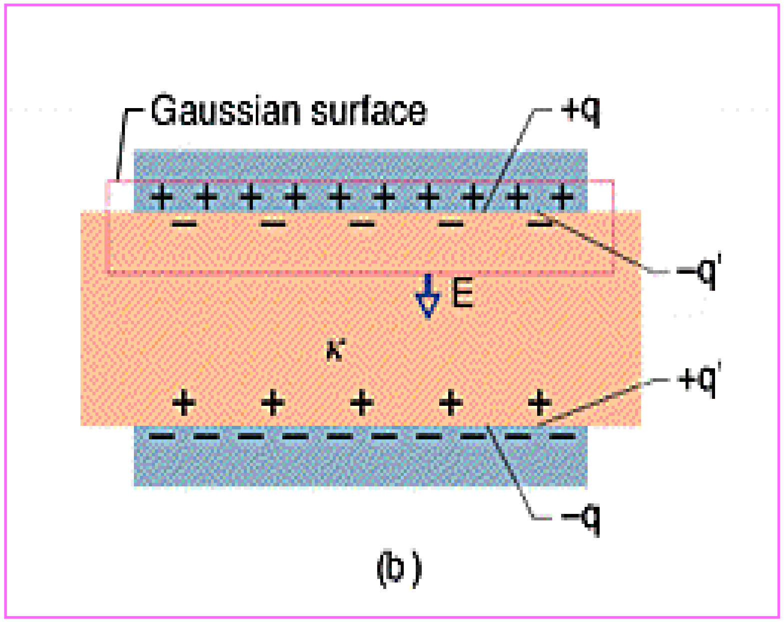
$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \epsilon_0 E_0 A = q,$$

$$\boxed{E_0 = \frac{q}{\epsilon_0 A}.}$$

- که در آن **q** بار آزاد صفحات خازن است

دی الکتریکها و قانون گاوس

- اگر دی الکتریک باشد میدان بین صفحات خازن وقانون گوس:



$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \epsilon_0 E A = q - q',$$

$$E = \frac{q - q'}{\epsilon_0 A}.$$

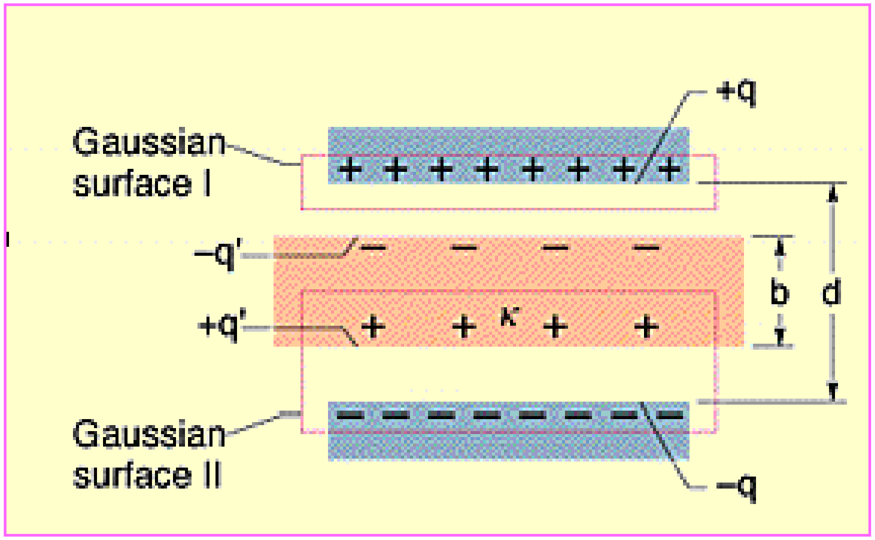
$$E = \frac{E_0}{\kappa} = \frac{q}{\kappa \epsilon_0 A}.$$

$$q - q' = \frac{q}{\kappa}.$$

$$\epsilon_0 \oint \kappa \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q$$

دی الکتریکها و قانون گاوس

- مثال : بره دی الکتریکی به ضخامت $b=0.78cm$ و ثابت دی الکتریک $k=2.61$ میان صفحات خازنی به مساحت $A=115cm^2$ و فاصله جدائی $d=1.24\ cm$ قرار گرفته است در غیاب دی الکتریک اختلاف پتانسیل $v_0=85/57$ را به دو سر خازن می بندیم . سپس باتری را بر می داریم و بره را میان صفحات قرار می دهیم



دی الکتریکها و قانون گاوس

- الف) ظرفیت c_0 قبل از قرار دادن بره چیست ؟
- ب) بار آزاد روی صفحات خازن چقدر است ؟
- حل:

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{(8.85 \times 10^{-12}\ \mathrm{F/m})(115 \times 10^{-4}\ \mathrm{m^2})}{1.24 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}}$$
$$= 8.21 \times 10^{-12}\ \mathrm{F} = 8.21\ \mathrm{pF}.$$

$$q = C_0 V_0 = (8.21 \times 10^{-12}\ \mathrm{F})(85.5\ \mathrm{V})$$
$$= 7.02 \times 10^{-10}\ \mathrm{C} = 702\ \mathrm{pC}.$$

دی الکتریکها و قانون گاوس

- ج) میدان الکتریکی درشکاف بره چقدر است ؟د) میدان الکتریکی در دی الکتریک چقدر است ؟
- حل:

$$\epsilon_0 \oint \kappa \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \epsilon_0 (1) E_0 A = q,$$

$$E_0 = \frac{q}{\epsilon_0 A} = \frac{7.02 \times 10^{-10}\ \mathrm{C}}{(8.85 \times 10^{-12}\ \mathrm{F/m})(115 \times 10^{-4}\ \mathrm{m}^2)}$$

$$= 6900\ \mathrm{V/m} = 6.90\ \mathrm{kV/m}.$$

$$\epsilon_0 \oint \kappa \mathbf{E}_1 \cdot d\mathbf{A} = -\epsilon_0 \kappa E_1 A = -q.$$

$$E_1 = \frac{q}{\kappa \epsilon_0 A} = \frac{E_0}{\kappa} = \frac{6.90\ \mathrm{kV/m}}{2.61}$$

$$= 2.64\ \mathrm{kV/m}.$$

فصل 31- جریان ومقاومت

فصل 31- جریان ومقاومت

- جریان و چگالی جریان
- مقاومت ، مقاومت ویژه و رسانندگی
- قانون اهم
- قانون اهم – دید میکروسکوپیک
- انتقال انرژی در مدار الکتریکی

جریان و چگالی جریان

- اگر دو سر سیم به ولتاژ ثابتی وصل شود و بار **q** در زمان **t** از سطح مقطع سیم بگذرد جریان الکتریکی عبارت است از:

$$\boxed{i = \frac{q}{t}}$$

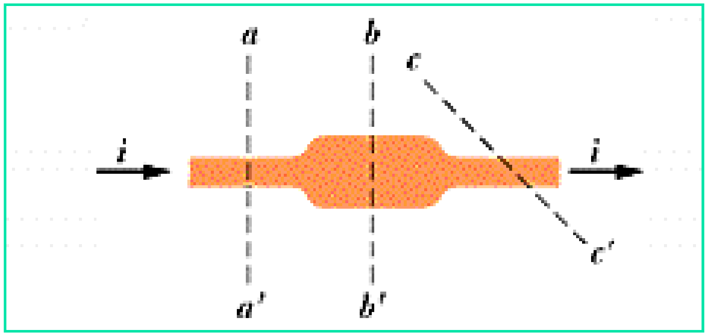
- اگر آهنگ شارش بار با زمان ثابت نباشد جریان ثابت نیست:

$$\boxed{i = \frac{dq}{dt}}$$

- در این فصل فقط جریانهای ثابت مطالعه می گردد .

جریان و چگالی جریان

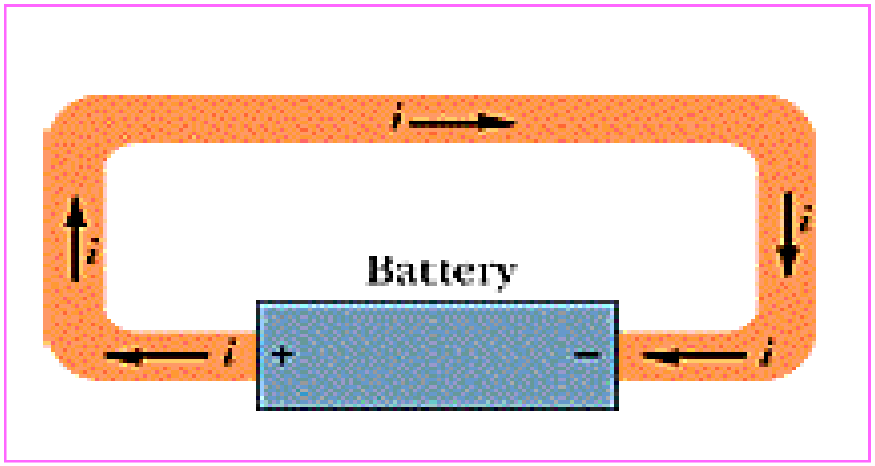
- جریان در تمام مقاطع رسانا یکسان است .



- برای شارش جریان در یک سیم باید میدان الکتریکی E در داخل آن وجود داشته باشد تا بر الکترونها وارد کند . آیا این مسئله با صفر بودن E در رسانا ها تناقض دارد چرا ؟

جریان و چگالی جریان

- حاملهای بار تنها الکترونها نیستند مثلا در الکترولیت ها یونهای مثبت و منفی حامل بارند.
- بنابه قرار داد جهت حرکت حاملهای بار مثبت جهت جریان فرض می شود.



جریان و چگالی جریان

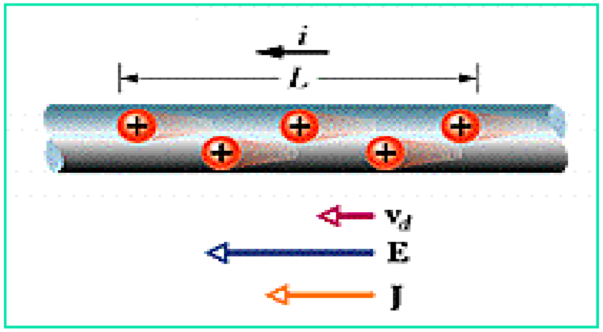
- جریان **i** کمیت ماکروسکوپیک است و مشخصه هر رسانا است . کمیت میکروسکوپیک متناسب با آن چگالی جریان **j** است.
- چگالی جریان یک بردار است و مشخصه نقطه ای واقع در رسانا است .

اگر جریان در سر تاسر رسانایی با مقطع **A** یکسان باشد چگالی جریان :

$$J = \frac{i}{A}$$

جریان و چگالی جریان

- بردار j در هر نقطه در جهت حرکت حامل بار مثبت در آن نقطه است



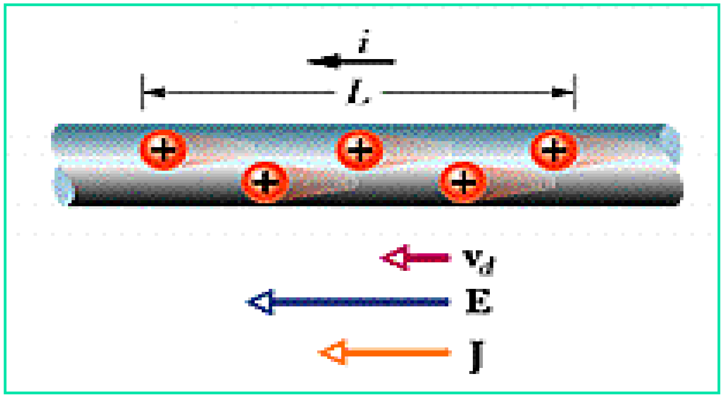
- رابطه بین j و i برای سطح خاصی از رسانا :

$$i = \int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A}.$$

- که بردار dA برداری است عمود بر عنصر سطح dA

جریان و چگالی جریان

- محاسبه سرعت سوق حاملهای بار با استفاده ا زچگالی جریان:



جریان و چگالی جریان

- با فرض اینکه چگالی حاملهای بار **n** باشد تعداد حاملها درطول **L** سیم **nAL** در زمان **t** سطح مقطع سیم را قطع میکنند

$$t = \frac{L}{v_d}.$$

$$i = \frac{q}{t} = \frac{nALe}{L/v_d} = nAev_d.$$

$$v_d = \frac{i}{nAe} = \frac{J}{ne}$$

$$\mathbf{J} = (ne)\mathbf{v}_d.$$

جریان و چگالی جریان

- مثال : سر یک سیم آلومینیومی به قطر 2.5mm به سر یک سیم مسی به قطر 1.8mm جوش خورده است . از سیم حاصل جریان ثابت ۱۰ آمپر می گذرد الف) چگالی جریان در هر سیم چقدر است ؟
- حل:

$$A_{Al} = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{4}(2.5 \times 10^{-3}\ \mathrm{M})^2$$
$$= 4.91 \times 10^{-6}\ \mathrm{m}^2,$$
$$J_{Al} = \frac{i}{A_{Al}} = \frac{17 \times 10^{-3}\ \mathrm{A}}{4.91 \times 10^{-6}\ \mathrm{m}^2}$$
$$= 3.5 \times 10^3\ \mathrm{A/m^2}.$$
$$J_{Cu} = \frac{i}{A_{Cu}} = \frac{17 \times 10^{-3}\ \mathrm{A}}{2.54 \times 10^{-6}\ \mathrm{m}^2}$$
$$= 6.7 \times 10^3\ \mathrm{A/m^2}.$$

جریان و چگالی جریان

- ب) سرعت سوق الکترنهای هدایت در سیم مسی چقدر است؟

- حل:

$$n = \frac{N_A \rho}{M} = \frac{(6.02 \times 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1})(9.0 \times 10^{3}\ \mathrm{kg/m^3})}{64 \times 10^{-3}\ \mathrm{kg/mol}}$$

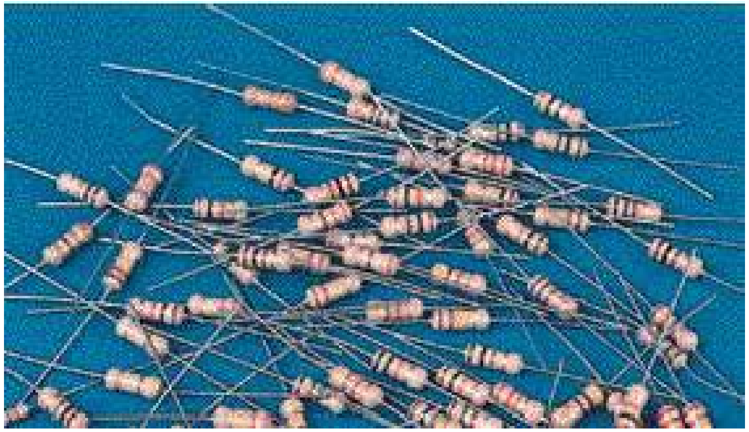
$$= 8.47 \times 10^{28}\ \mathrm{electrons/m^3}.$$

$$v_d = \frac{6.7 \times 10^{3}\ \mathrm{A/m^2}}{\left(8.47 \times 10^{28}\ \frac{\mathrm{electrons}}{\mathrm{m^3}}\right)\left(1.6 \times 10^{-19}\ \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{electron}}\right)}$$

$$= 4.9 \times 10^{-7}\ \mathrm{m/s} = 1.8\ \mathrm{mm/h}.$$

مقاومت ، مقاومت ویژه و رسانندگی

- مقاومت دو نقطه از رسانا که به اختلاف پتانسیل V وصل شده و جریان I در آن جاری است.



$$R = \frac{V}{i}$$

- واحد مقاومت اهم است که

$$1 \text{ ohm} = 1\ \Omega = 1 \text{ volt per ampere} = 1 \text{ V/A.}$$

مقاومت ، مقاومت ویژه و رسانندگی

- به هر مقاومتی یک مقاومت ویژه **ρ** وابسته است که مشخصه ماده است و برای ماده همسانگرد:

$$\rho = \frac{E}{J}$$

- واحد مقاومت ویژه اهم – متر است چون:

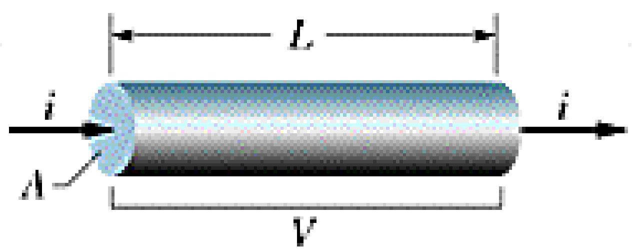
$$\frac{\text{unit}\,(E)}{\text{unit}\,(J)} = \frac{\text{V/m}}{\text{A/m}^2} = \frac{\text{V}}{\text{A}}\,\text{m} = \Omega\cdot\text{m}.$$

- رسانندگی ویژه و مقاومت ویژه رابطه زیر را دارند

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

مقاومت ، مقاومت ویژه و رسانندگی

- محاسبه مقاومت سیمی به طول **L** و سطح مقطع **A** و مقاومت ویژه **ρ**



$$E = V/L \quad \text{and} \quad J = i/A$$

$$\rho = \frac{E}{J} = \frac{V/L}{i/A},$$

$$\boxed{R = \rho\frac{L}{A},}$$

مقاومت ، مقاومت ویژه و رسانندگی

- V, i و R کمیتهای ما کروسکپیکی هستند که برای یک جسم خاص یا یک جسم خاص یا یک ناحیه گسترده بکار می روند کمیتهای میکروسکپیک متناظر E, J و ρ است که در هر نقطه جسم مقادیری دارند.

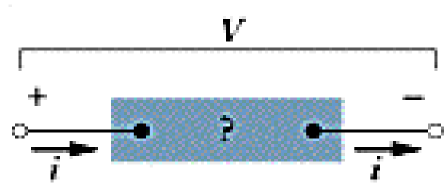
- کمیتهای ماکرو سکپیک را می توان با انتگرالگیری از کمیتهای میکروسکپیک به دست آورد.

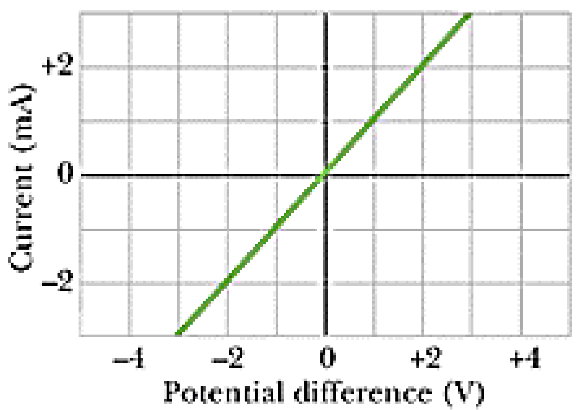
$$i = \int j.ds$$

$$v_{ab} = -\int \vec{E}.d\vec{l}$$

قانون اهم

- قانون اهم : مقاومت یک رسانا همواره ثابت است و به ولتاژ اعمالی بستگی ندارد .



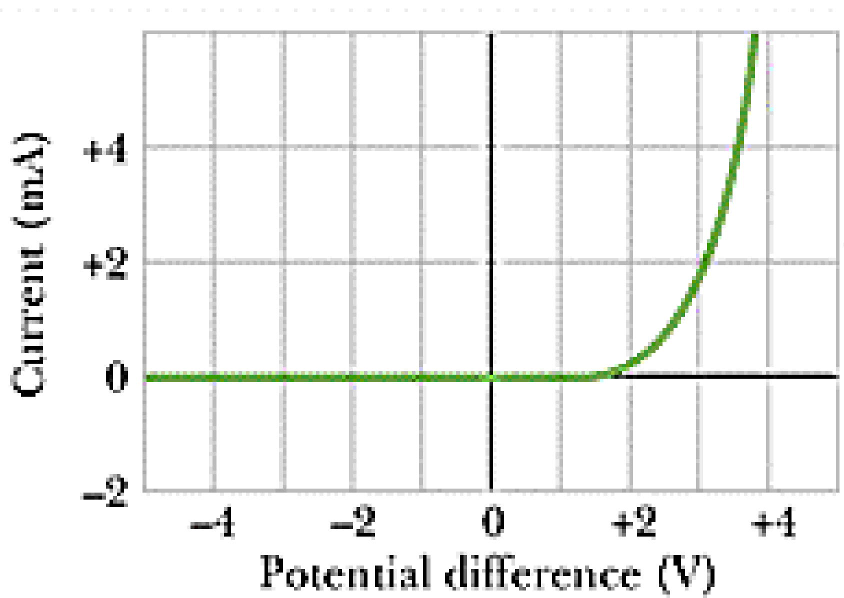


- برای مواد اهمی مشخصه ولتاژ – جریان یک خط راست است که شیب آن برابر

مقاومت آن است

قانون اهم

- بعضی از مواد مانند یک دیود نیمه رسانا از قانون اهم تبعیت نمی کنند.
- مشخصه ولتاژ- جریان یک نیمه رسانا



قانون اهم – دید میکروسکوپیک

- فرمول میکروسکپیک قانون اهم به صورت زیر است.

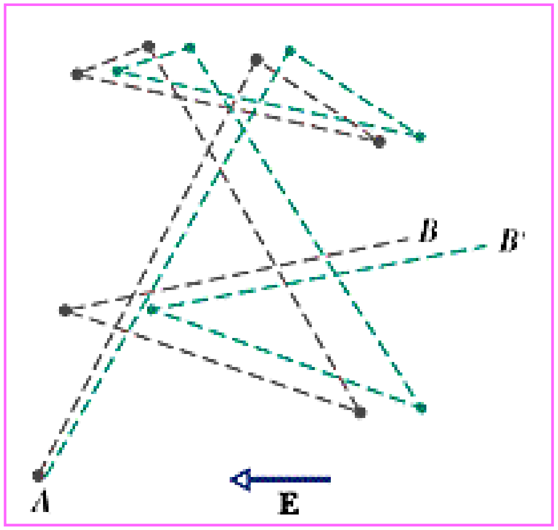
$$\mathbf{E} = \rho \mathbf{J}.$$

- در غیاب میدان حرکت الکترونها ی آزاد کاملا کاتوره ای است و دارای سرعت متوسط بسیار زیادند.
- سرعت سوق بسیار کوچکتر از سرعت موثرحرارتی الکترونها است

$$v_d \approx (10^{-13}) v_{eff}$$

قانون اهم – دید میکروسکوپیک

- در حضور میدان الکترونها حرکت کاتوره ای خود را طوری تغییر می دهند که درخلاف جهت میدان با سرعت سوق $\mathbf{v_d}$ به آرامی حرکت کنند.



قانون اهم – دید میکروسکوپیک

- محاسبه مقاومت ویژه در مدل کلاسیک الکترون آزاد:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m}.$$

$$v_d = a\tau = \frac{eE\tau}{m}.$$

$$v_d = \frac{J}{ne} = \frac{eE\tau}{m}.$$

$$E = \left(\frac{m}{e^2 n\tau}\right) J$$

$$\rho = \frac{m}{e^2 n\tau}.$$

- T زمان متوسط میان بین برخوردها الکترون و شبکه است

قانون اهم – دید میکروسکوپیک

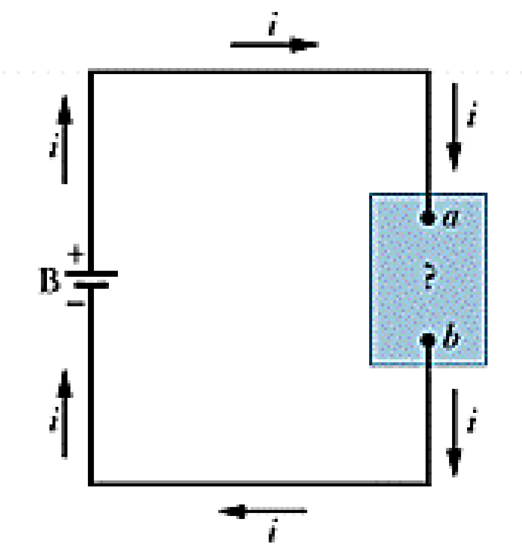
- **مثال:** زمان متوسط میان برخوردها و پویش آزاد میانگین برای الکترونها هدایت مس را محاسبه کنید

$$\tau = \frac{m}{ne^2\rho} = \frac{9.1 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg}}{3.66 \times 10^{-17}\ \mathrm{kg/s}} = 2.5 \times 10^{-14}\ \mathrm{s}.$$

$$\begin{aligned}\lambda &= \tau v_{\mathrm{eff}} = (2.5 \times 10^{-14}\ s)(1.6 \times 10^{6}\ \mathrm{m/s}) \\ &= 4.0 \times 10^{-8}\ \mathrm{m} = 40\ \mathrm{nm}.\end{aligned}$$

انتقال انرژی در مدار الکتریکی

- در شکل زیر می خواهیم آهنگ انتقال انرژی الکتریکی به مصرف کننده ای که بین دو نقطه **a** و **b** و تحت اختلاف پتانسل **v** است را محاسبه کنیم.
- **du** انرژی منتقل شده به مصرف کننده در زمان**dt** است:



$$dU = dq\,V = i\,dt\,V.$$

$$\boxed{P = iV}$$

انتقال انرژی در مدار الکتریکی

- آهنگ اتلاف انرژی الکتریکی در یک مقاومت و آهنگ تولید گرما:

$$P = i^2 R$$

$$P = \frac{V^2}{R}$$

انتقال انرژی در مدار الکتریکی

- مثال: سیم گرمکنی در آلیاژ نیکروم به مقاومت 72 اهم در دست است در موارد زیر آهنگ ایجاد گرما را بدست آوریدالف) ولتاژ ۱۲۰ ولت به سیم وصل می شود .ب) سیم را نصف کرده و همین ولتاژرا به آن وصل می کنیم

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{(120\ \mathrm{V})^2}{72\ \Omega} = 200\ \mathrm{W}.$$

$$P' = \frac{(120\ \mathrm{V})^2}{36\ \Omega} = 400\ \mathrm{W}.$$

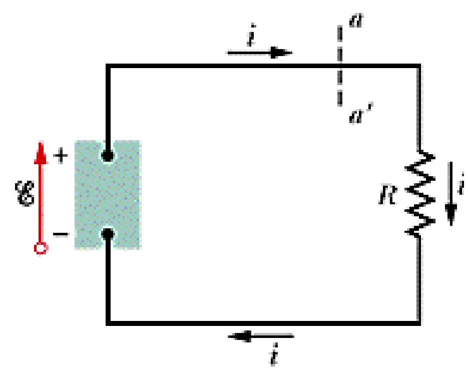
فصل 32- نیرو محرکه الکتریکی ومدارها

فصل 32- نیرو محرکه الکتریکی ومدارها

- نیروی محرکه
- محاسبه جریان
- مدارهای چند حلقه ای
- اندازه گیری جریان و اختلاف پتانسیل
- مدارهای RC

نیروی محرکه

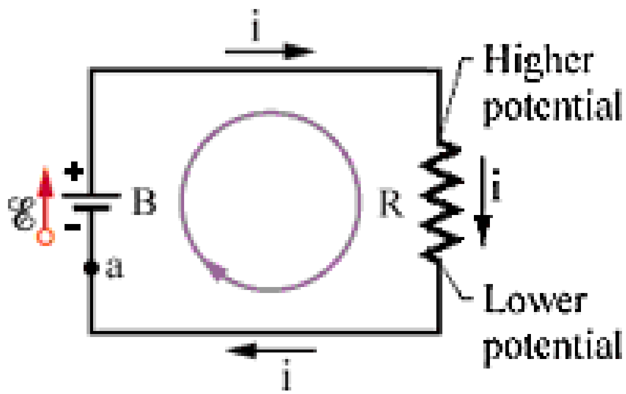
- وسایلی چون باتری ها منبع نیروی محرکه الکتریکی ε هستند و قاد رند میان هر دو قطعه اختلاف پتانسیل و جریان برقرار کنند.



- واحد ε ژول بر کولن یا همان ولت است.
- منبع نیرو ی محرکه الکتریکی ایده آل فاقد مقاومت داخلی است

نیروی محرکه

- منبع نیروی محرکه الکتریکی روی حاملهای بار کار انجام می دهد و بار های مثبت را از نقطه با پتانسیل پایین به پتانسیل بالا منتقل می کند.

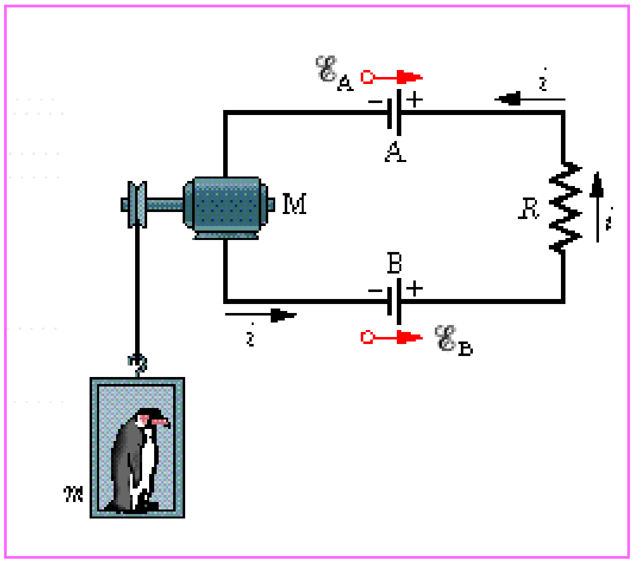


- اگر د رانتقال با ر**dq** از سر منفی بهمثبت منبع کار **dw** انجام دهد نیروی محرکه :

$$\mathscr{E} = \frac{dW}{dq}$$

نیروی محرکه

- در شکل زیر انرژی شیمیایی گرفته ا زباتری B باعث بلند کردن وزنه – ذخیره انرژی شیمیایی د رباتری A و گرمای تولید شده در مقاومت و افزایش انرژی پتانسیل گرانشی جرم می شود



محاسبه جریان

- قوانین کیر شهف برای محاسبه جریان :
- الف) قانون حلقه : جمع جبری تغییرات پتانسیل در طی یک دوره کامل در هر مدار صفر است .
- قانون حلقه همان قانون بقاء انرژی است .
- ب) قانون گره : جمع جبری جر یانهای وارد شده به هر گره صفر است.
- قانون گره همان قانون بقاء بار الکتریکی است.

محاسبه جریان

- چند نکته د رحل مسائل :

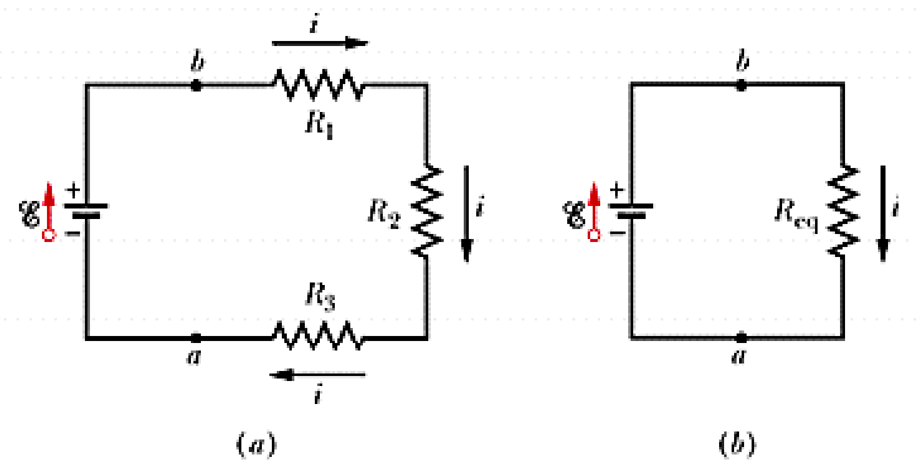
۱– هر گاه مقاومتی در جهت جریان طی شود و تغییر پتانسیل آن iR– و در جهت مخالف iR+ است.

۲– اگر یک منبع نیروی محرکه در جهت نیروی محرکه طی شود تغییر پتانسیل آن ε + و در جهت مخالف ε – است.

۳– اگر یک خازن د رجهت از صفحه منفی به مثبت طی شود تغییر پتانسیل q/c+ و بالعکس q/c- است.

محاسبه جریان

- مثال : به هم بستن مقاومتها بطور متوالی ، مقاومت هم از بین دو سر **a,b** را بدست آورید



محاسبه جریان

- حل :

$$\mathscr{E} - iR_1 - iR_2 - iR_3 = 0$$

$$i = \frac{\mathscr{E}}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

$$i = \frac{\mathscr{E}}{R_{eq}}.$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3.$$

محاسبه جریان

- اگر **n** مقاومت به صورت سری بسته شوند مقاومت معادل:

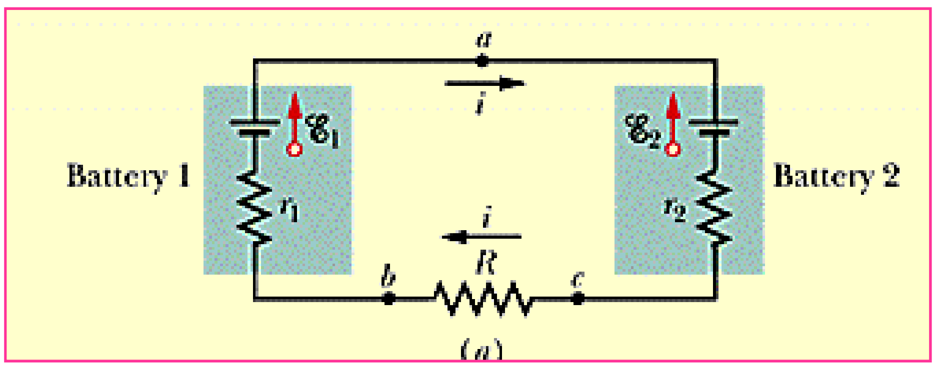
$$R_{eq} = \sum_{j=1}^{n} R_j$$

- در حالت سری جریان مقاومتها یکسان و پتانسیل کل دو سر آنها جمع پتانسیل هر یک از مقاوتها است.

محاسبه جریان

- مثال :الف) جریان مدار شکل زیر را بدست آمرید ب) اختلاف پتانسیل دو سر **a,b** را محاسبه کنید .

$$\mathscr{E}_1 = 4.4\ \text{V},\quad \mathscr{E}_2 = 2.1\ \text{V},$$
$$r_1 = 2.3\ \Omega,\quad r_2 = 1.8\ \Omega,\quad R = 5.5\ \Omega.$$



محاسبه جریان

- حل :

$$-\mathscr{E}_1 + ir_1 + iR + ir_2 + \mathscr{E}_2 = 0.$$

$$i = \frac{\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2}{R + r_1 + r_2} = \frac{4.4\ \text{V} - 2.1\ \text{V}}{5.5\ \Omega + 2.3\ \Omega + 1.8\ \Omega}$$

$$= 0.2396\ \text{A} \approx 240\ \text{mA}.$$

$$V_b - ir_1 + \mathscr{E}_1 = V_a$$

$$V_a - V_b = -ir_1 + \mathscr{E}_1$$

$$= -(0.2396\ \text{A})(2.3\ \Omega) + 4.4\ \text{V}$$

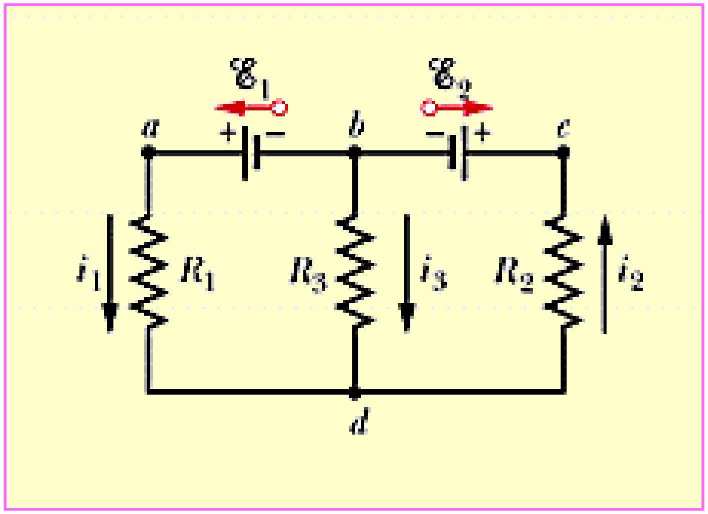
$$= +3.84\ \text{V} \approx 3.8\ \text{V}.$$

مدارهای چند حلقه ای

- در مدار های چند حلقه ای برای محاسبه جریان در هر شاخه باید هم از قانون حلقه و هم گره استفاده کرد.
- جهت جر یانها در هر شاخه از قبل معلوم نیست.
- یک جهت فرضی برای جریان در نظر می گیریم پس از حل مسئله اگر مقدار آن مثبت بود جهت فرضی جهت واقعی جریان است و اگر منفی بود جهت واقعی در خلاف جهت فرضی است.

مدارهای چند حلقه ای

- **مثال :** در شکل زیر جریان هر شاخه را بدست آورید.



مدارهای چند حلقه ای

- حل: از حل سه معادله زیر جریانها به دست می آ ید:

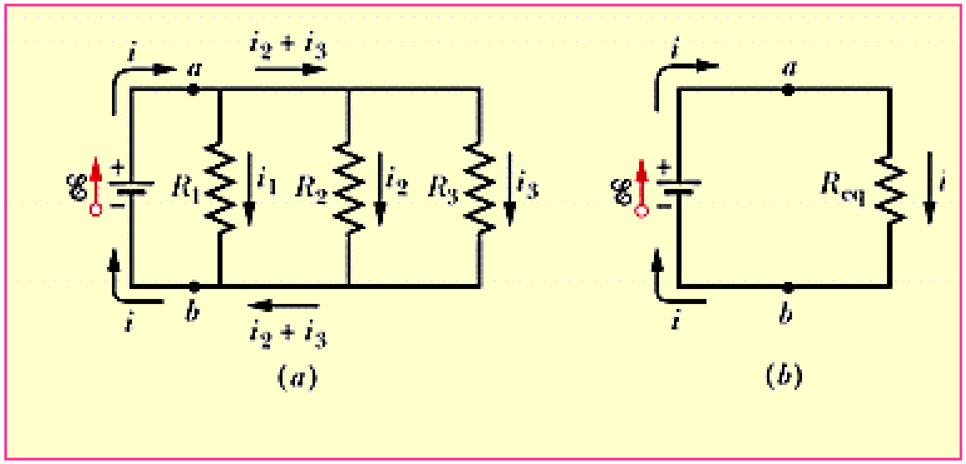
$$i_1 + i_3 = i_2,$$

$$-i_3 R_3 - i_2 R_2 - \mathscr{E}_2 = 0,$$

$$\mathscr{E}_1 - i_1 R_1 - i_2 R_2 - \mathscr{E}_2 = 0.$$

مدارهای چند حلقه ای

- مثال : مقاومتهایی که به دو سر آنها اختلاف پتانسیل یکسان اعمال شود موازی خوانده می شوند . مقاومت هم ارز R ترکیب موازی شکل زیر را بدست آورید.



مدارهای چند حلقه ای

- حل:

$$i_1 = \frac{V}{R_1}, \quad i_2 = \frac{V}{R_2}, \quad \text{and} \quad i_3 = \frac{V}{R_3},$$

$$i = i_1 + i_2 + i_3 = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right).$$

$$i = \frac{V}{R_{\text{eq}}}.$$

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}.$$

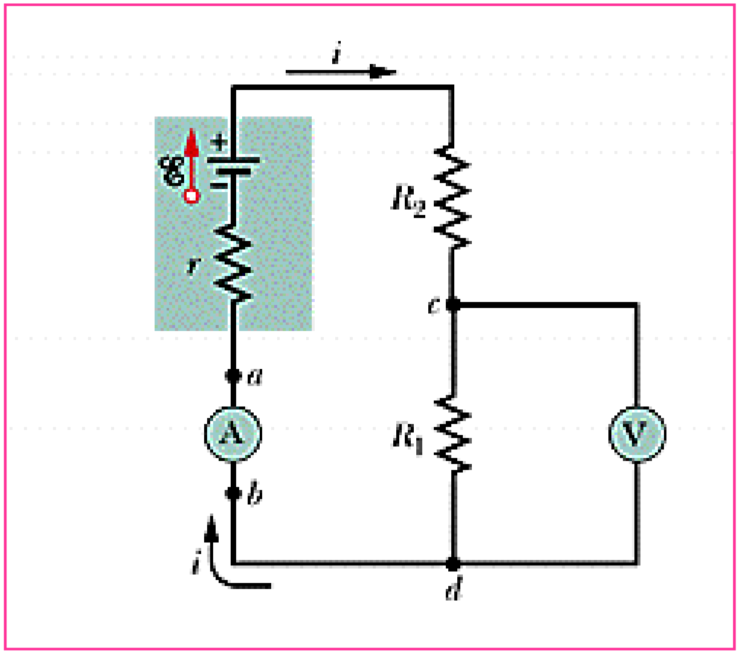
اندازه گیری جریان و اختلاف پتانسیل

- آمپر سنج برای اندازه گیری جریان و ولت سنج برای اندازه گیری اختلاف پتانسیل بکار می رود.

- مقاومت داخلی یک آمپرسنج باید بسیار کم و ولت سنج بسیار زیاد باشد.

اندازه گیری جریان و اختلاف پتانسیل

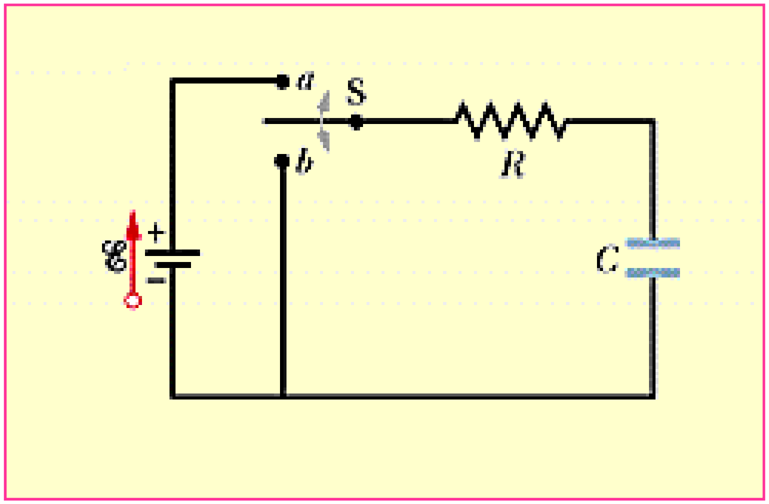
- آمپرسنج به صورت سری و ولت سنج به صورت موازی در مدار قرار می گیرد.



مدارهای RC

- **شارژ خازن**

در شکل زیر اگر کلید S به سمت a زده شود خازن شروع به شارژ شدن می کند.



مدارهای RC

- می خواهیم جریان مدار و بار خازن را به صورت تابعی از زمان بیابیم:

$$\mathscr{E} - iR - \frac{q}{C} = 0.$$

$$i = \frac{dq}{dt}.$$

$$R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \mathscr{E}$$

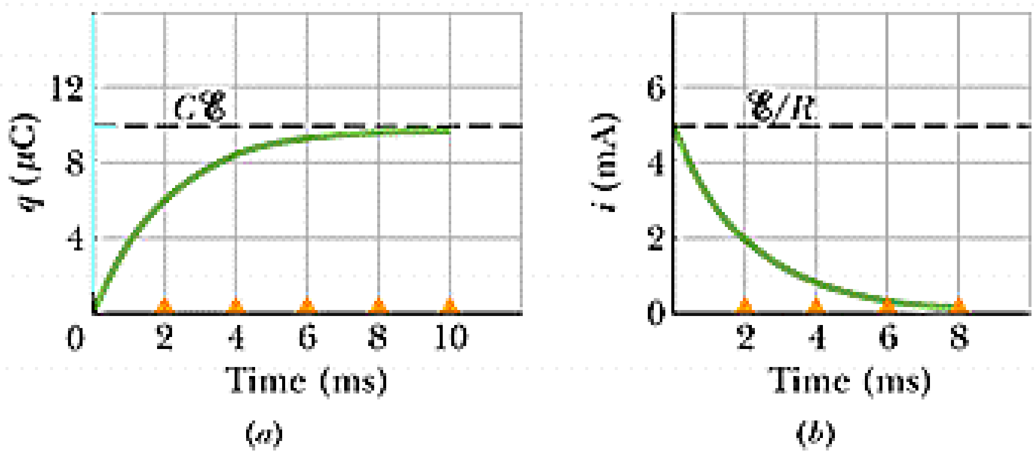
$$q = C\mathscr{E}(1 - e^{-t/RC})$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \left(\frac{\mathscr{E}}{R}\right)e^{-t/RC}$$

- در لحظه $t=0$ و $q_0=0$ و ε/R $= i_0$ فرض شده است.

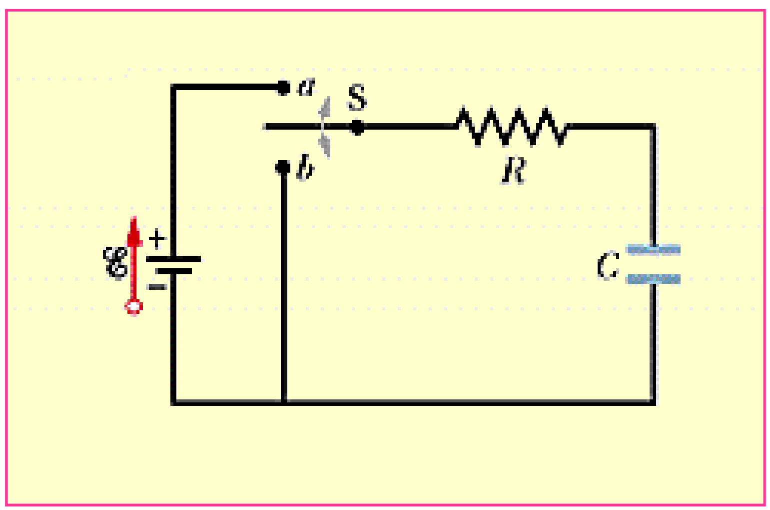
مدارهای RC

- کمیت RC را ثابت زمانی خازنی مدار نامند
- RC زمانی است که بار خازن به ٦٣ درصد مقدار نهایی اش می رسد
- تغییرات بار خازن و جریان مدار به صورت تابع زمان :



مدارهای RC

- دشارژ خازن
- اگر کلید پس s ا زباردار شدن خازن در وضع b قرار گیرد خازن در حال تخلیه شدن خواهد بود:



مدارهای RC

- می خواهیم ببینیم بار خازن و جریان نسبت به زمان چگونه تغییر می کند

$$R\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}=0$$

$$q=q_0e^{-t/RC}$$

$$i=\frac{dq}{dt}=\left(\frac{q_0}{RC}\right)e^{-t/RC}$$

مدارهای RC

- مثال : خازن C دارای بار اولیه q_0 است و از طریق مقاومت R تخلیه می شود . الف) در چه زمانی (بر حسب RC) بار به نصف مقدار اولیه اش می رسد.
- حل:

$$q = q_0 e^{-t/RC},$$

$$\tfrac{1}{2}q_0 = q_0 e^{-t/RC},$$

$$\ln \tfrac{1}{2} = \ln(e^{-t/RC}) = -\frac{t}{RC}$$

$$t = (-\ln \tfrac{1}{2})RC = 0.69RC = 0.69\tau.$$

مدارهای RC

- ب) پس از چه مدتی انرژی به نصف مقدار اولیه اش می رسد
- حل:

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{q_0^2}{2C} e^{-2t/RC} = U_0 e^{-2t/RC},$$

$$\tfrac{1}{2}U_0 = U_0 e^{-2t/RC},$$

$$\ln \tfrac{1}{2} = -\frac{2t}{RC}$$

$$t = -RC\frac{\ln \frac{1}{2}}{2} = 0.35RC = 0.35\tau.$$

فصل 33- میدان مغناطیسی

فصل 33- میدان مغناطیسی

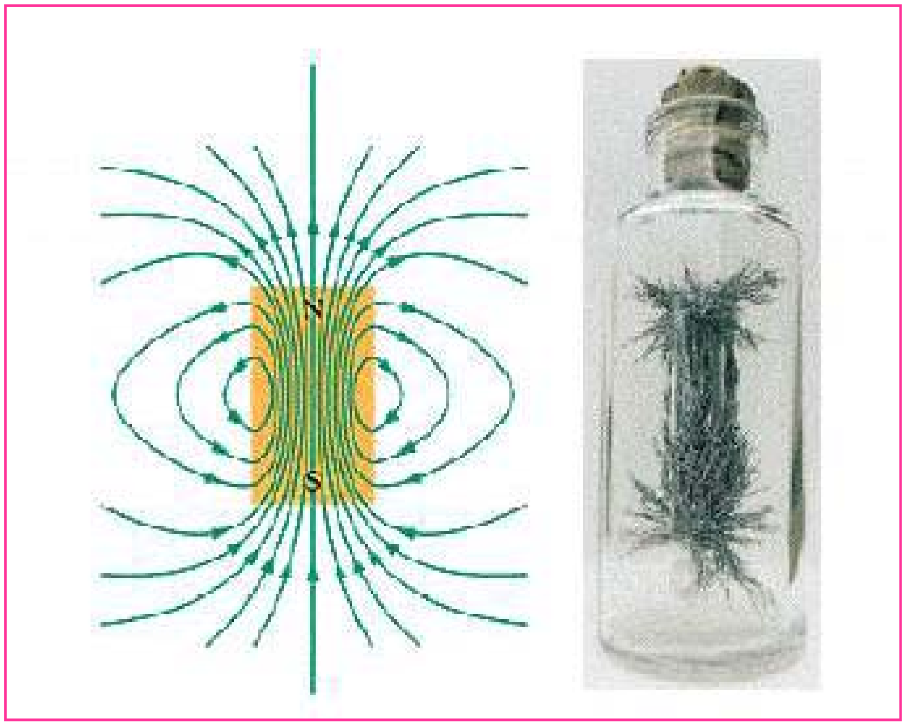
- میدان مغناطیسی
- تعریف B
- نیروی مغناطیس وارد بر جریان
- گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان
- بارهای در حال دوران
- سیکلو ترونها و سنکرو ترونها

میدان مغناطیسی

- همان طور که فضا ی اطراف یک بار میدان الکتریکی تعریف کردیم فضای اطراف یک آهنربا را میدان مغناطیسی می نامیم.

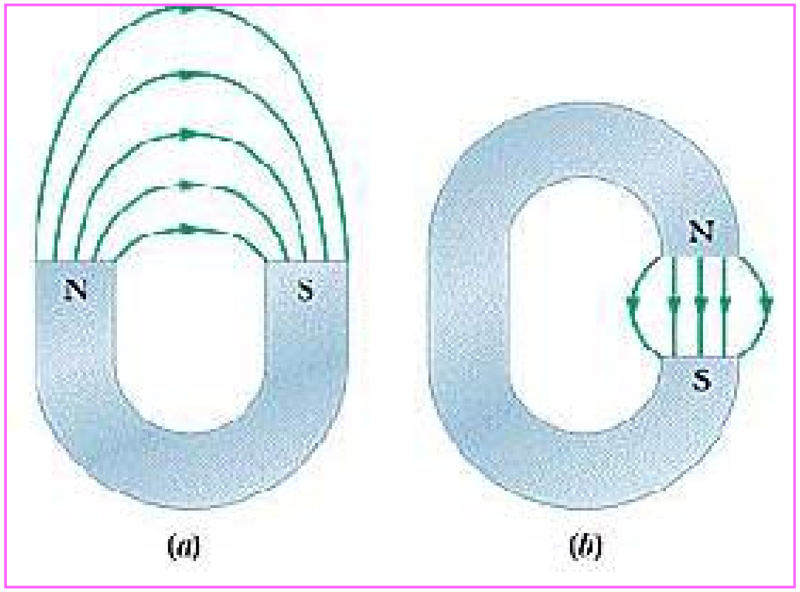
میدان مغناطیسی

- شدت میدان مغناطیسی در هر نقطه را با **B** نمایش میدهیم.
- از خطوط میدان برای تشخیص کیفی اندازه و جهت **B** استفاده می کنیم



میدان مغناطیسی

- بر خلاف الکتریسیته در مغناطیس تک قطبی مغناطیسی نداریم.
- خطوط میدان از قطب شمال به جنوب است و مسیر بسته را تشکیل میدهد



تعریف B

- بارهای متحرک اطراف خود میدان مغناطیسی ایجاد می کنند و ا زطریق این میدان بر بارهای متحرک دیگر نیرو وارد می کنند.

- همانطور که برای تعریف E از نیروی وارد بر بار آزمون کمک گرفتیم برای تعریف اندازه و جهت B از نیروی وارد بر بار متحرک کمک می گیریم.

تعریف B

- آزمایش نشان می دهد که اگر بار **q** را با سرعت **v** به داخل میدان مغناطیسی پرتاب کنیم بر آن نیروی عرضی زیر وارد می شود :

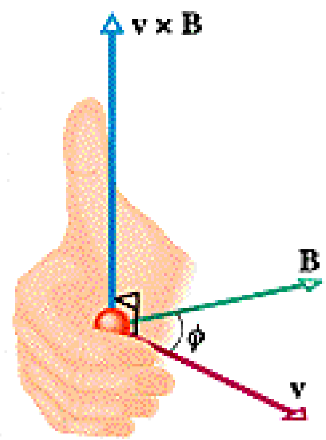
$$\mathbf{F} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}.$$

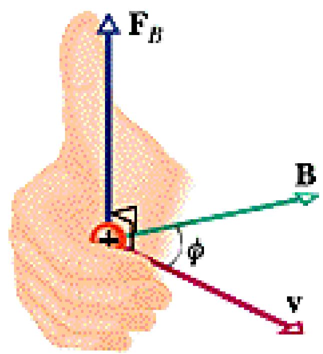
- **F** همواره عمود بر **v, B** است و اندازه آن:

$$F_B = |q| vB \sin \phi.$$

تعریف B

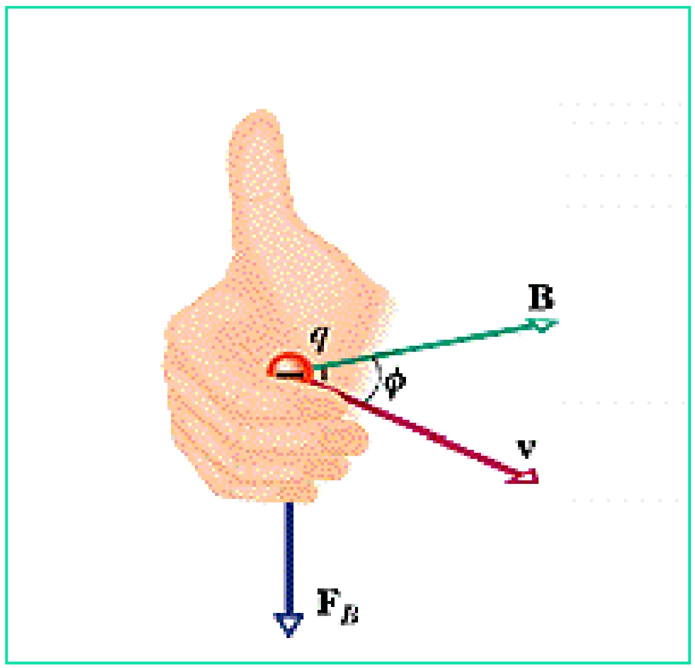
- جهت آن با قاعده دست راست تعیین می گردد.





تعریف B

- جهت نیرو اگر بار q منفی باشد عکس می گردد



تعریف B

- ماکزیمم نیروی وارد بر با رهنگامی است که بردار سرعت عمود بر بردار میدان با شد
- اگر بردار میدان و سرعت در یک امتداد باشند نیرو صفر است

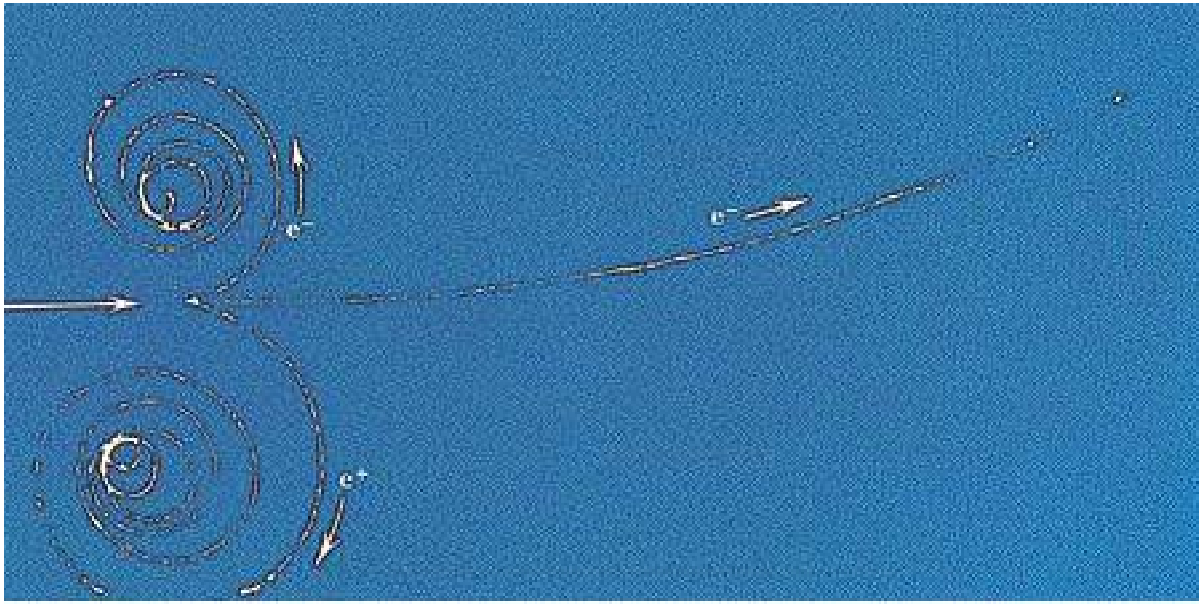
- واحد SI شدت میدان تسلا است که :

$$1\ \mathrm{T} = 1\ \frac{\text{newton}}{(\text{coulomb/second})(\text{meter}} = 1\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}}.$$

$$1\ \text{tesla} = 10^4\ \text{gauss}.$$

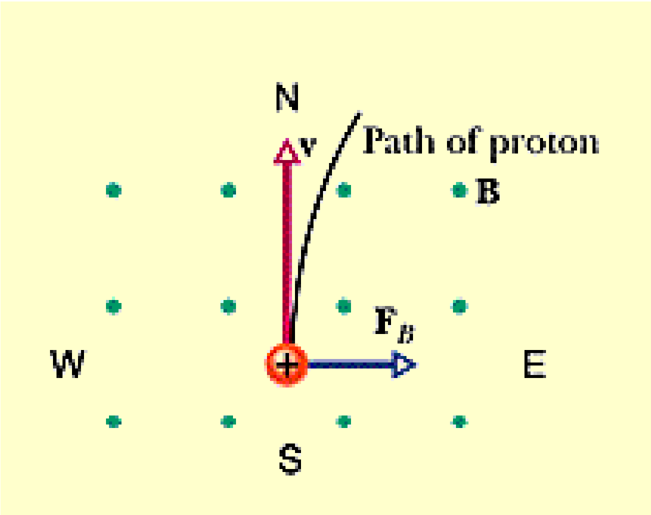
تعریف B

- شکل زیر یک آزمایش تجربی تولید الکترون – پوزیترون در اتاقک حباب است که علامت بار ها را مشخص می کند. جهت میدان عمود بر صفحه است. خارج یا داخل و چرا ؟



تعریف B

- **مثال** : پروتونی با انرژی جنبشی $3/5$ Mev بطور افقی به داخل میدان مغناطیسی $B=1.2$ mT پرتاب می شود . نیروی مغناطیسی وارد بر آن چقدر است . جرم پروتون 1.67×10^{-27} kg است.
- **حل:جهت نیرودر شکل نشان داده شده است.**



تعریف B

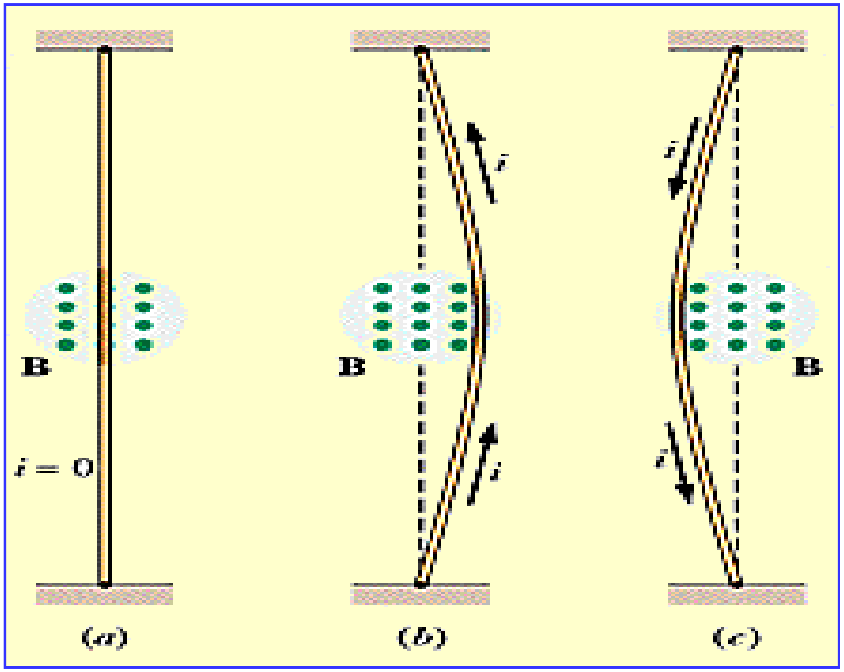
- حل: اندازه نیرو

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{(2)(5.3\ \text{MeV})(1.60 \times 10^{-13}\ \text{J/MeV})}{1.67 \times 10^{-27}\ \text{kg}}}$$
$$= 3.2 \times 10^{7}\ \text{m/s}.$$

$$F_B = |q|vB \sin\phi$$
$$= (1.60 \times 10^{-19}\ \text{C})(3.2 \times 10^{7}\ \text{m/s})$$
$$\times (1.2 \times 10^{-3}\ \text{T})(\sin 90^{\circ})$$
$$= 6.1 \times 10^{-15}\ \text{N}.$$

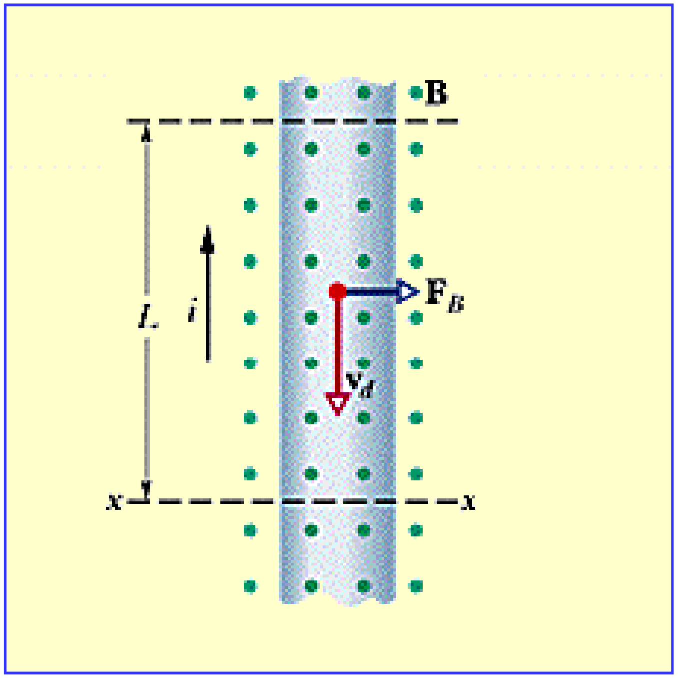
نیروی مغناطیس وارد بر جریان

- آزمایش نشان می دهد که بر سیم حامل جریان نیرو وارد می شود.
- اگر جهت جریان عوض شود جهت نیرو نیز عوض می شود.



نیروی مغناطیس وارد بر جریان

- می خواهیم فرمولی برای نیرو ی مغناطیسی وارد بر سیمی به طول L که حامل جریان i است را بدست آوریم . فرض می کنیم میدان بر سیم عمود باشد:



نیروی مغناطیس وارد بر جریان

- حل: بار ی که در زمان **t** طول **L** را می پیماید:

$$q = it = i\frac{L}{v_d}$$

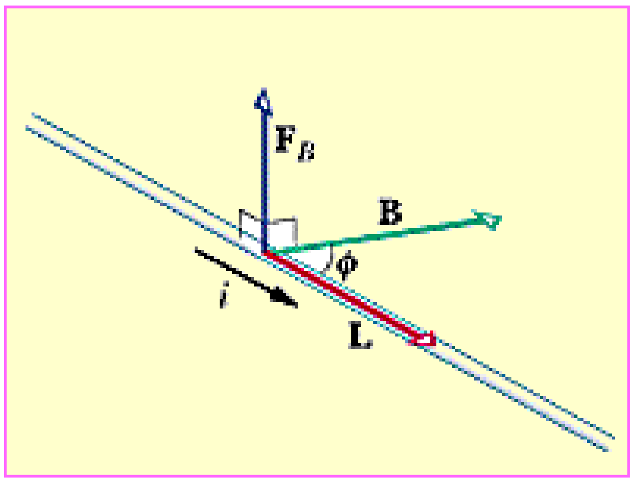
- نیروی وارد بر این مجموعه بار های متحرک بر سیم وارد میشود:

$$F_B = qv_dB\sin\phi = \frac{iL}{v_d}v_dB\sin 90°$$

$$\boxed{F_B = iLB.}$$

نیروی مغناطیس وارد بر جریان

- اگر میدان مغناطیسی برسیم عمود نبا شد نیروی وارد بر طول **L** از سیم :



$$\mathbf{F}_B = i\mathbf{L} \times \mathbf{B}$$

- که در آن **L** برداری است در جهت جریان.

نیروی مغناطیس وارد بر جریان

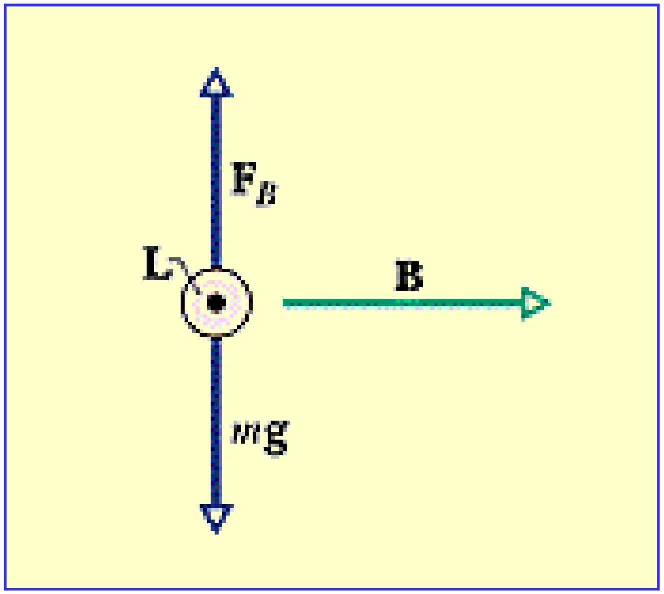
- محاسبه نیروی وارد بر سیم انحنا دار:
- اگر سیم حامل جریان مستقیم نباشد . آن را به اجزاء مستقیم dL تقسیم می کنیم . نیروی وارد بر هر جزء :

$$d\mathbf{F}_B = i\, d\mathbf{L} \times \mathbf{B}$$

- که با انتگرالگیری نیروی وارد بر هر سیم انحنا دار بدست می آید.

نیروی مغناطیس وارد بر جریان

- **مثال** : می خواهیم سیم مسی افقی حامل جریان ۲۸ آمپر در مجاورت سطح زمین در یک میدان مغناطیسی معلق نگه داریم با فرض اینکه چگالی طولی جرم سیم ۶/۴۶ گرم بر متر باشد . اندازه و جهت میدان مغناطیسی لازم را تعیین کنید.
- حل : جهت میدان باید به سمت راست باشد چرا؟



نیروی مغناطیس وارد بر جریان

- حل – اندازه میدان:

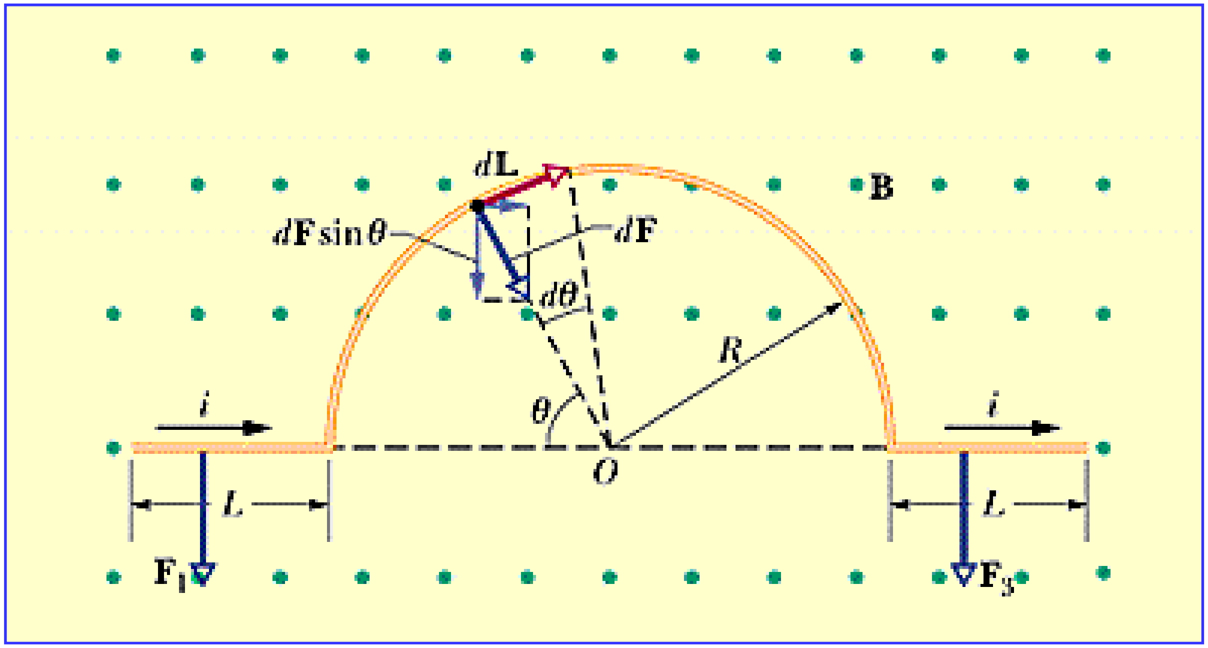
$$iLB = mg.$$

$$B = \frac{(m/L)g}{i} = \frac{(46.6 \times 10^{-3}\ \mathrm{kg/m})(9.8\ \mathrm{m/s^2})}{28\ \mathrm{A}}$$

$$= 1.6 \times 10^{-2}\ \mathrm{T}.$$

نیروی مغناطیس وارد بر جریان

- **مثال** : سیمی مطابق شکل خم شده است و حامل جریان **I** است و در میدان مغناطیسی یکنواخت **B** که جهتش به طرف خارج صفحه شکل قرار دارد . نیروی وارد بر سیم را حساب کنید.



نیروی مغناطیس وارد بر جریان

- حل :

$$F_1 = F_3 = iLB$$

$$dF = iB\,dL = iB(R\,d\theta)$$

$$F_2 = \int_0^{\pi} dF \sin\theta = \int_0^{\pi} (iBR\,d\theta)\sin\theta$$

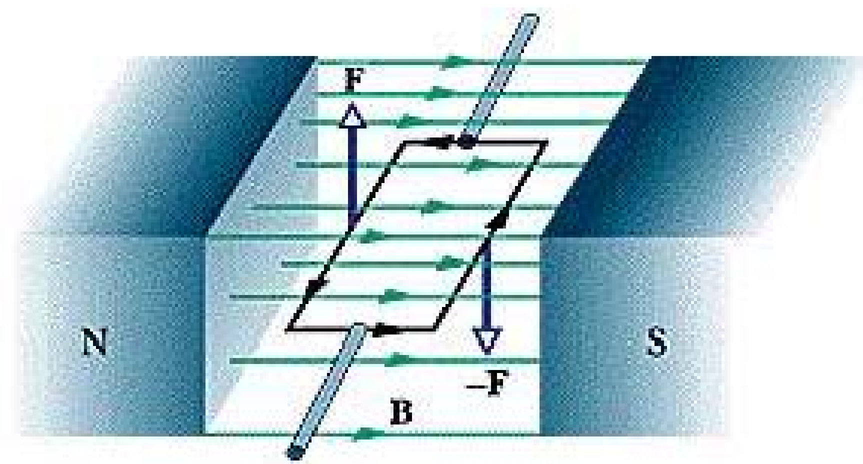
$$= iBR \int_0^{\pi} \sin\theta\,d\theta = 2iBR.$$

$$F = F_1 + F_2 + F_3 = iLB + 2iBR + iLB$$

$$= 2iB(L + R).$$

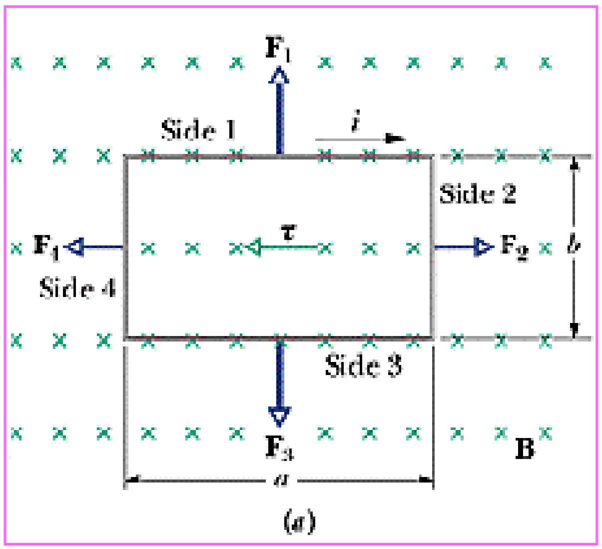
گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان

- شکل زیر یک موتور ساده را نشان می دهد که نیرو های مغناطیسی **F** و**F-** باعث گشتاور و دوران حلقه می گردند.



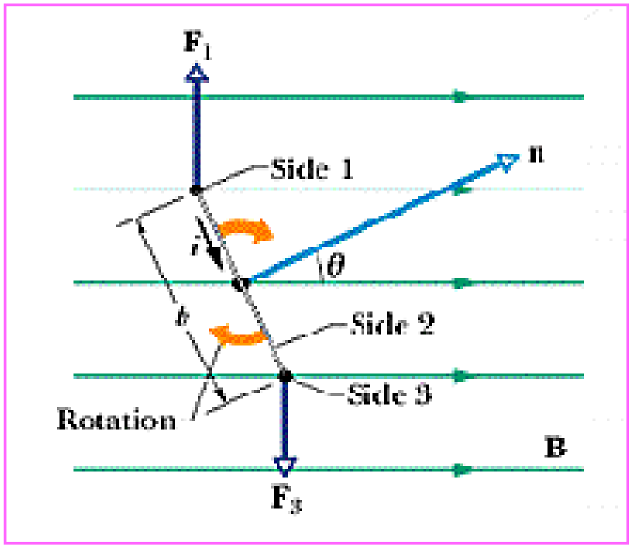
گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان

- محاسبه گشتاور نیرو وارد بر یک حلقه جریان الکتریکی
- شکل زیر یک حلقه سیم مستطیل شکل به طول و عرض **a** و **b** راکه حامل جریان **i** است و در میدان یکنواخت **B** قرار گرفته است را نشان می دهد.
- برآیند نیروهای های وارد بر حلقه صفر است.



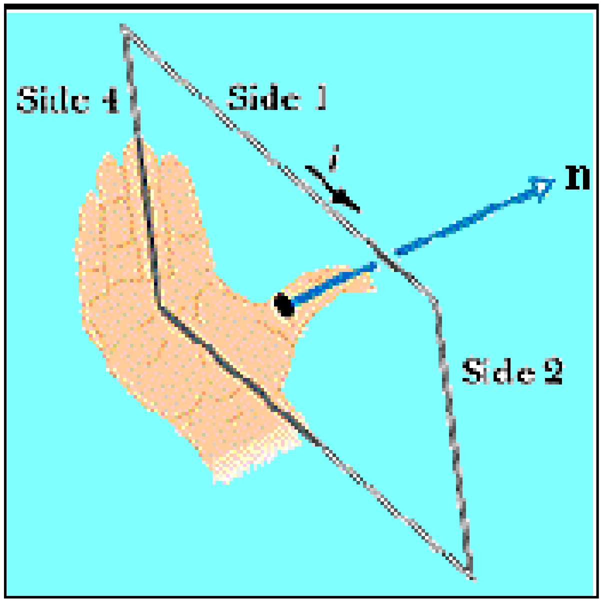
گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان

- گشتاور نیرو صفر نیست. می خواهیم این گشتاور را محاسبه کنیم.



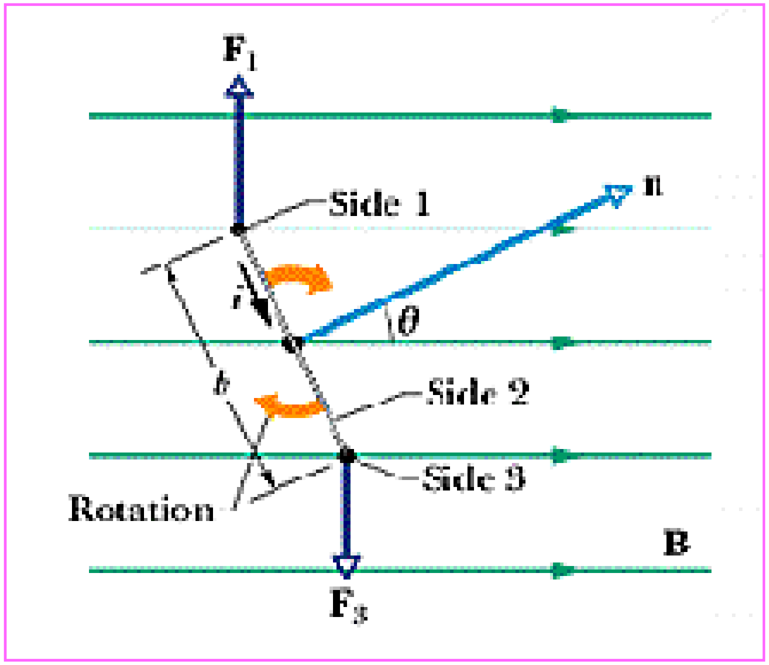
گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان

- بردار **n** بر صفحه حلقه عمود است و با راستای **B** زاویه **θ** می سازد.



گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان

- گشتاور نیروهای ۲و ٤ صفر است ولی گشتاور نیروهای ۱ و ۳ با هم جمع می شود:



$$\tau' = \left(iaB\frac{b}{2}\sin\theta\right) + \left(iaB\frac{b}{2}\sin\theta\right)$$
$$= iabB\sin\theta.$$

گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان

- اگر تعداد دور پیچه **N** باشد.

$$\tau = N\tau' = NiabB = (NiA)B\sin\theta$$

- گشتاور نیروهای فوق باعث چرخش حلقه شده بطوری متمایل است **n** را در جهت میدان قرار دهد.

گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان

- سمت گیری حلقه جریان در میدان مغناطیسی ، رفتار عقربه قطب نما را در چنین میدانی تداعی می کند.

- یک روی حلقه مانند قطب شمال و روی دیگر آن مانند قطب جنوب عقربه رفتار می کند.

- عقربه های قطب نما ،آهنرباهای میله ای و حلقه های جریان را می توان به عنوان دو قطبی های مغناطیسی در نظر گرفت

گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان

- بردار گشتاور دو قطبی مغناطیسی را طوری تعریف میکنیم که جهت آن در جهت **n** (بردار عمود بر سطح حلقه جریان) و اندازه آن:

$$\mu = NiA$$

- با این تعریف اندازه گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان:

$$\tau = \mu B \sin \theta,$$

- که در آن **θ** زاویه بین **μ** و **B** است.

گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان

- در حالت کلی گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان در میدان **B** به صورت برداری:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}$$

- که معادل با گشتاور نیروی وارد بر دو قطبی الکتریکی در میدان الکتریکی است.

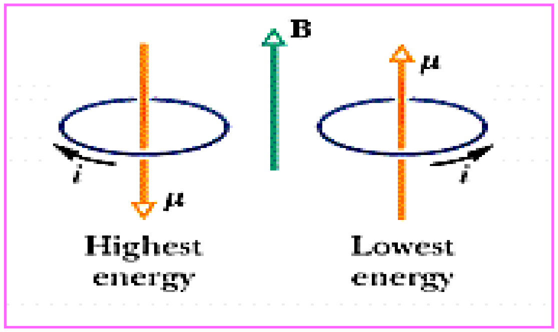
$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}.$$

گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان

- انرژی پتانسیل مغناطیسی دو قطبی در وضع **θ** در میدان **B** برابر است با کاری که باید انجام داد تا دو قطبی از وضعیت انرژی صفر (۹۰= **θ**) به وضع معین **θ** بچرخد برابر است با:

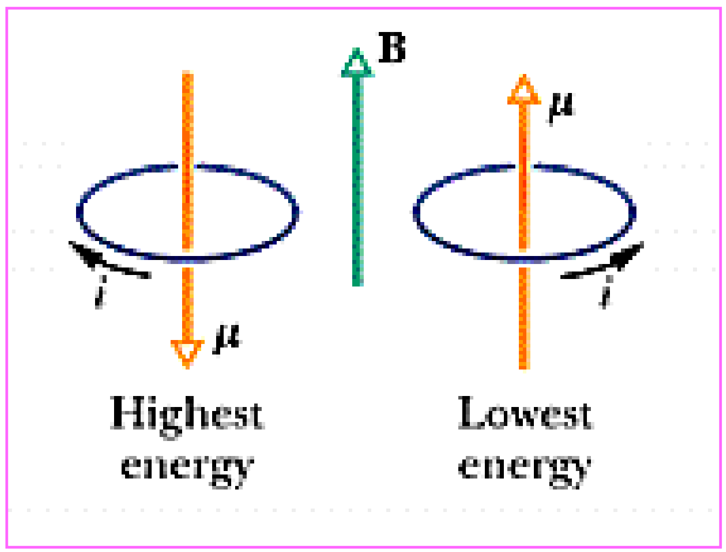
$$U(\theta) = -\mu \cdot B.$$

- پس یک دو قطبی مغناطیسی دارای کمترین انرژی است هنگامی که **μ** هم سوی با **B** باشد . در چه وضعیتی دارای بیشترین انرژی است ؟



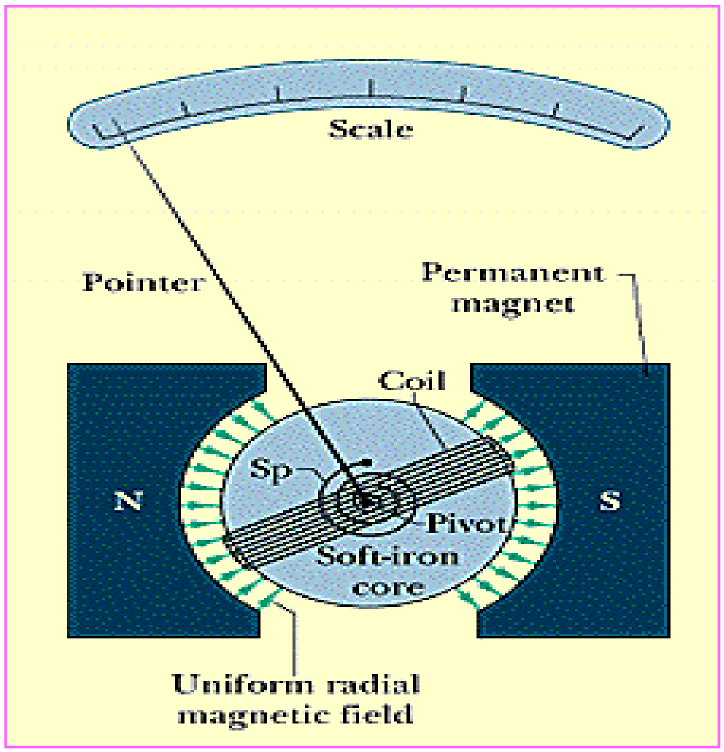
گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان

- جهت گیری یک دو قطبی مغناطیسی در میدان مغناطیسی در حالت کمترین و بیشترین انرژی:



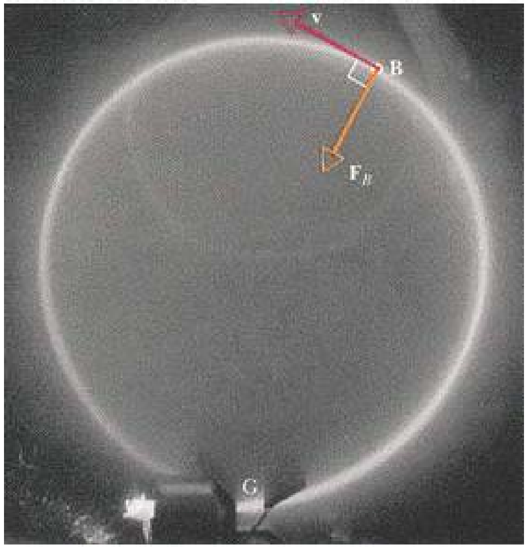
گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان

- یکی از کار بردهای گشتاور نیرو در گالوانومتر است. آیا می توانید اصول کار آن را توضیح دهید؟



بارهای در حال دوران

- بار های الکتریکی در میدان مغناطیسی دوران می کنند . شکل زیر پرتو الکترونها در میدان عمود بر صفحه (کدام سمت ؟) را نشان می دهد.



بارهای در حال دوران

- می خواهیم شعاع دوران و فرکانس دوران را محاسبه کنیم :
- حل: چون حرکت دورانی است نیروی مغناطیسی وارد بر بار همان نیروی جانب به مر کز است

$$qvB = \frac{mv^2}{r}.$$

$$r = \frac{mv}{qB}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{v}\frac{mv}{qB} = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}$$

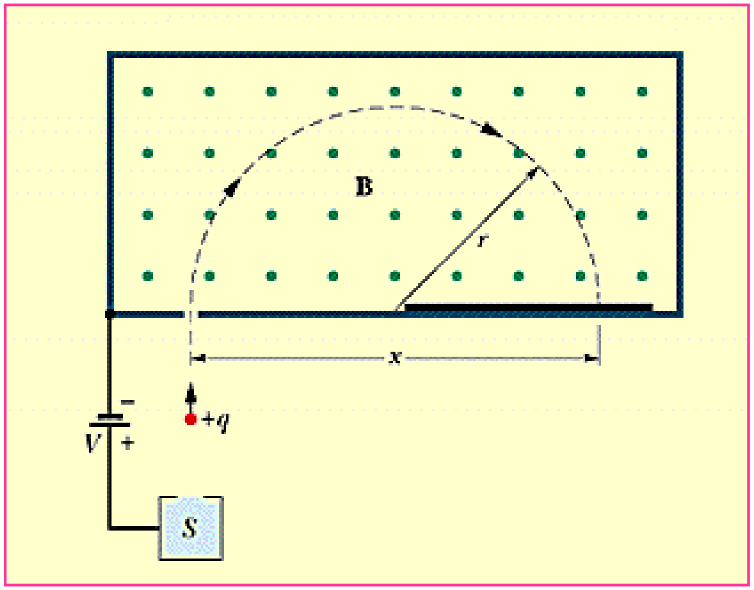
$$F = ma = \frac{mv^2}{r}.$$

بارهای در حال دوران

- ملاحظه می شود که فرکانس دوران به سرعت پرتاب ذره به داخل میدان بستگی ندارد
- در واقع ذرات سریع تر دایره بزرگتر و ذرات کوچکتر دایره کوچکتر را می پیمایند چرا؟

بارهای در حال دوران

- **مثال:** شکل زیر طیف سنج جرمی را نشان میدهدکه با آن میتوان جرم **m** یونهای با بار **q** را اندازه گرفت یونها توسط چشمه **S** تولید شده و سپس توسط پتانسیل **V** شتاب می گیرند و با سرعت معلوم وارد محفظه میدان مغناطیسی **B** می گردند میدان **B** باعث می گرد که یو نها یک مسیر نیم دایره را طی کنند و رد نقطه ای به فاصله **X** به جداره برخورد کنند .



بارهای در حال دوران

- اگر $B=80mT$ و $q=1.6\times 10\text{-}19C$ و $x=1.63m$ باشد جرم یون را بر حسب واحد جرم اتمی ($u=1.6605\ x\ \ 10^{-27}\ kg$) بدست آورید ؟
- حل:

$$\tfrac{1}{2}mv^2 = qV$$

$$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}.$$

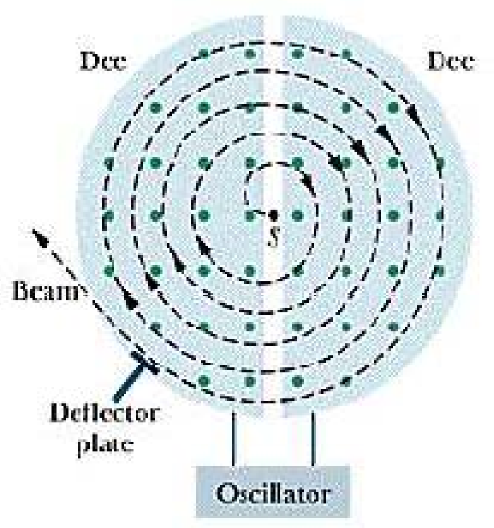
$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{m}{qB}\sqrt{\frac{2qV}{m}} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mV}{q}}.$$

$$x = 2r = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2mV}{q}}.$$

$$\begin{aligned} m &= \frac{B^2qx^2}{8V} \\ &= \frac{(0.080000\ \mathrm{T})^2(1.6022\times 10^{-19}\ \mathrm{C})(1.6254\ \mathrm{m})^2}{8(1000.0\ \mathrm{V})} \\ &= 3.3863\times 10^{-25}\ \mathrm{kg} = 203.93\ \mathrm{u}. \end{aligned}$$

سیکلو ترونها و سنکرو ترونها

- سیکلو ترون ها ذرات باردار را تا انرژی های بالا شتاب می دهند.



- بین دی ها اختلاف پتانسیل الکتریکی یا میدان الکتریکی متغییر اعمال می گردد.

سیکلو ترونها و سنکرو ترونها

- ذرات باردار در رفتن از یک دی به دی دیگر انرژی از میدان الکتریکی می گیرند وسرعت آنها افزایش می یابد.

- دی ها در یک میدان مغناطیسی که جهت آن عمود بر صفحه است قرار دارند.

سیکلو ترونها و سنکرو ترونها

- اگر ذارت بخواهند از میدان انرژی کسب کنند باید فرکانس دوران (که مستقل از سرعت است) آنها با فرکانس میدان مساوی باشد چرا ؟

$$f = f_{osc} \qquad \text{(resonance condition).}$$

$$qB = 2\pi m f_{osc}.$$

- به همبن دلیل فر کانس دوران در میدان مغناطیسی را فر کانس سیلکو ترونی آن می نامند

سیکلو ترونها و سنکرو ترونها

- **مثال :** فرض کنیدکه یک سیکلوترون داری فرکانس نوسان ۱۲ مگا هرتز و شعاع آن ۵۳ متر است. میدان مغناطیسی لازم برای شتاب دادن به دوترون چقدر است . جرم دوترون $3.34 * 10^{-27}$ kg است.
- **حل:**

$$B = \frac{2\pi m f_{osc}}{q} = \frac{(2\pi)(3.34 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg})(12 \times 10^{6}\ s^{-1})}{1.60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}}$$
$$= 1.57\ \mathrm{T} \approx 1.6\ \mathrm{T}.$$

سیکلو ترونها و سنکرو ترونها

- شمایی از سنکرو ترون در آزمایشگاه فرمی در الینویز آمریکا شعاع مسیر حدود ۳/٦ کیلومتراست!

فصل 34 - قانون آمپر

فصل 34 - قانون آمپر

- قانون آمپر
- دو رسانای موازی
- محاسبه میدان حاصل از سیم لوله
- قانون بیو – ساوار

قانون آمپر

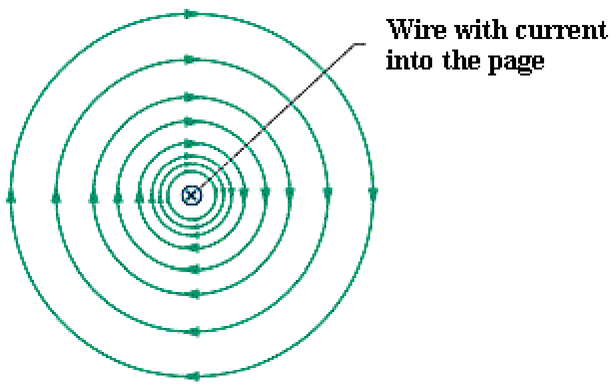
- در این فصل در مورد تولید میدانهای مغناطیسی و محاسبه میدانهای حاصل از توزیع های جریان می پردازیم.

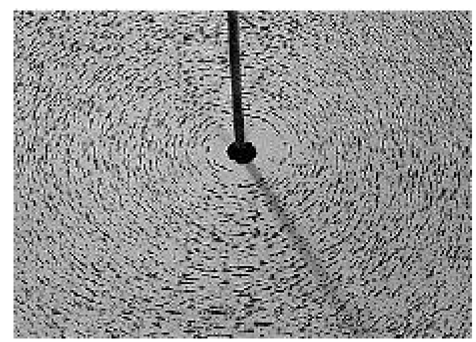
- کشف اثر مغناطیسی جریان توسط اورستد انجام گرفت.

- جریان های الکتریکی میدان مغناطیسی ایجاد می کنند و ازطریق این میدان بر جریان های دیگر نیرو وارد می کنند.

قانون آمپر

- خطوط میدان مغناطیسی حاصل ا زیک سیم حامل جریان دوایری متحدالمرکز حول سیم می باشند.





- با دور شدن از سیم خطوط میدان ا ز یکدیگر فاصله می گیرند

قانون آمپر

- تجربه نشان می دهد که شدت میدان مغناطیسی در فاصله **r** ازیک سیم حامل جریان **i** :

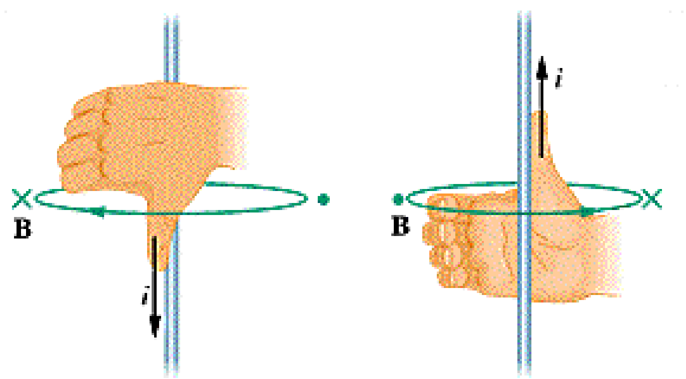
$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

- که μ_0 را ثابت گذر دهی مغناطیسی خلاء یا هوا می نامند

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m/A} \approx 1.26 \times 10^{-6}\ \mathrm{T \cdot m/A}$$

قانون آمپر

- اگر سیم را با دست راست طوری بگیریم که انگشت شست در جهت جریان باشد چهار انگشت خم شده دیگر جهت B را در اطراف سیم نمایش می دهد :



(a) (b)

قانون آمپر

- قانون آمپر
- قانون آمپر در مغناطیس شبیه به قانون گوس در الکتریسیته است.

- از قانون آمپر برای محاسبه میدان های مغناطیسی حاصل از توزیع جریان هایی که تقارن کافی دارند استفاده می شود.

قانون آمپر

- قانون آمپر انتگرال خطی زیر است :

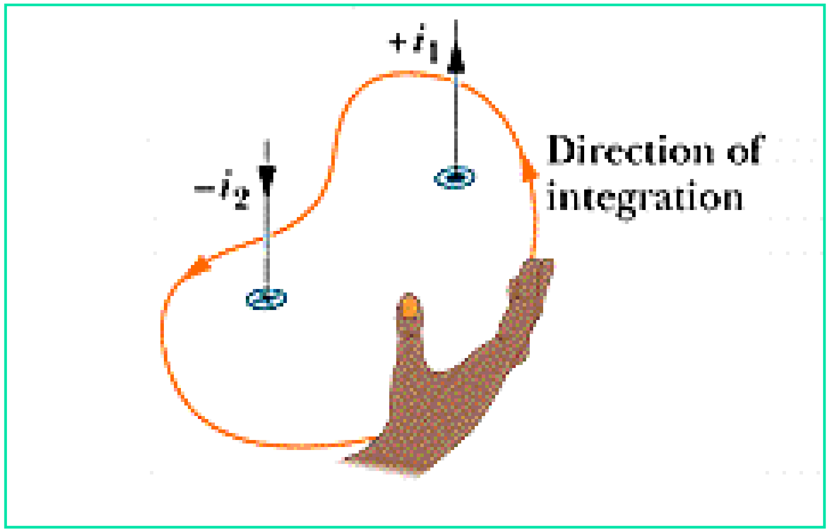
$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 i_{\text{enc}} \quad \text{(Ampere's law).}$$

- مسیر C هر مسیر بسته است.

- علامت روی دایره روی انتگرال این است که مسیر C باید بسته باشد

قانون آمپر

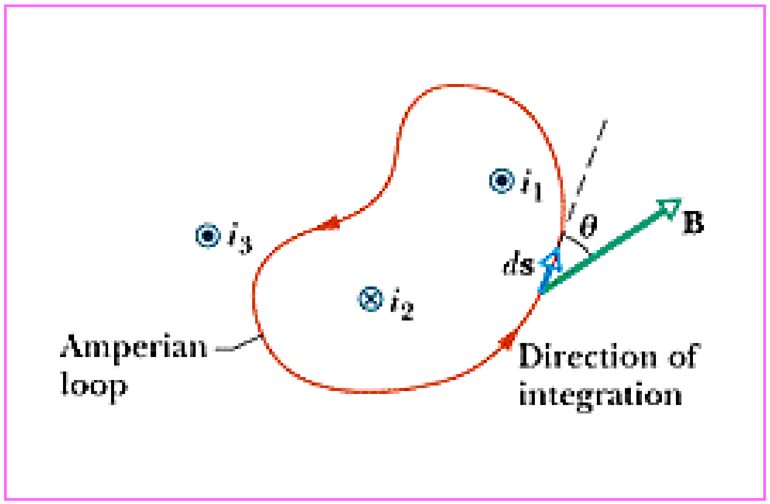
- i جریان خالصی است که سطح محصور شده توسط مسیر بسته را قطع می کند مثلا در شکل زیر:



$$i_{enc} = i_1 - i_2$$

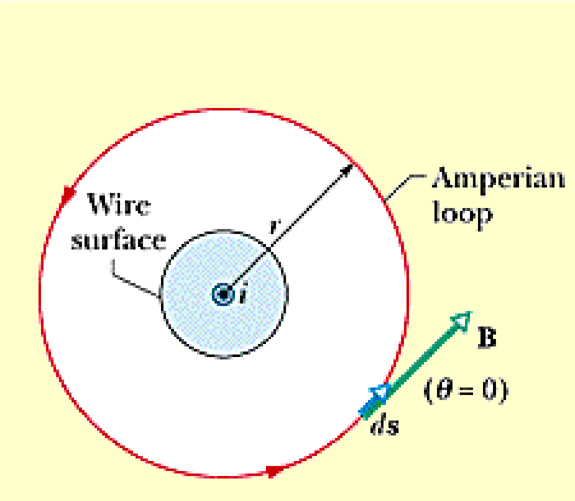
قانون آمپر

- θ زاویه بین B و ds است که **ds** طول کوچکی از مسیر بسته است.



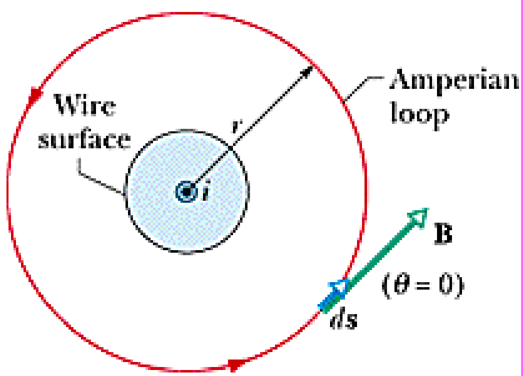
قانون آمپر

- مثال : با استفاده از قانون آمپر میدان مغناطیسی اطر اف یک سیم راست حامل جریان i بی نهایت دراز بدست آورید.



قانون آمپر

- حل:



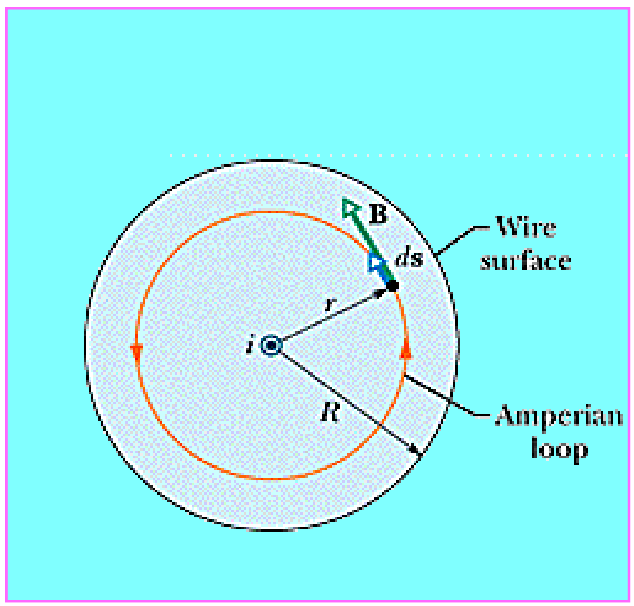
$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \oint B \cos\theta \, ds = B \oint ds = B(2\pi r)$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 i$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}}$$

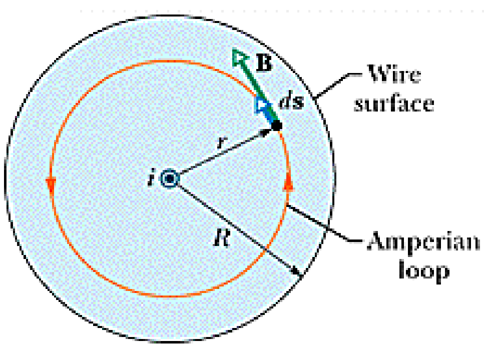
قانون آمپر

- **مثال:** رابطه ای برای میدان B وبه فاصله r از محور یک سیم استوانه ای دراز به شعاع R که در آن r <R است ، بدست آورید . سیم حامل جریان یکنواخت i است .



قانون آمپر

- حل:



$$\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = B\oint ds = B(2\pi r)$$

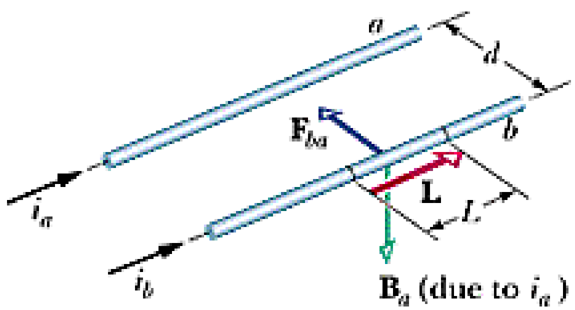
$$i_{enc} = i\,\frac{\pi r^2}{\pi R^2},$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 i\,\frac{\pi r^2}{\pi R^2}.$$

$$\boxed{B = \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi R^2}\right) r}$$

دو رسانای موازی

- **مثال:** شکل زیر دو سیم موازی و دراز را نشان می دهد که به فاصله **d** از هم قرار دارند وحامل جر یانها i_a و i_b هستند. نیروی وارد از سیم **a** بر طول **L** از سیم **b** را بدست آورید.



دو رسانای موازی

- حل:

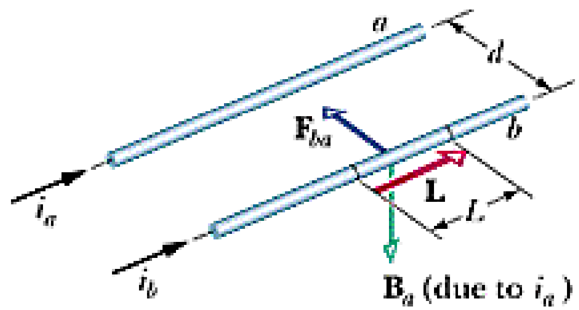
$$B_a = \frac{\mu_0 i_a}{2\pi d},$$

$$\mathbf{F}_{ba} = i_b \mathbf{L} \times \mathbf{B}_a,$$

$$F_{ba} = i_b L B_a \sin 90° = \frac{\mu_0 L i_a i_b}{2\pi d}$$

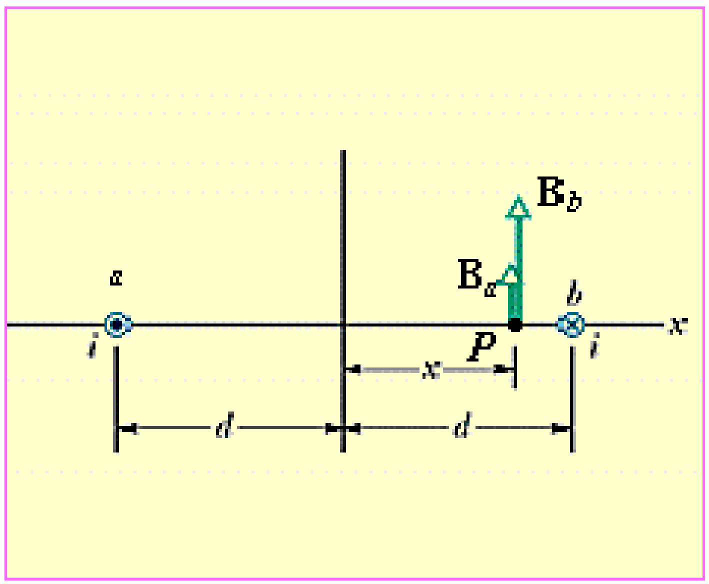
دو رسانای موازی

- دو سیم حامل جریان هم جهت یکدیگر را جذب و در خلاف جهت یکدیگر را می رانند.



دو رسانای موازی

- مثال : دو سیم موازی به فاصله d از هم قرار دارند و حامل جریانهای مختلف الجهت i هستند میدان مغناطیسی را در نقاط میان سیمها و به فاصله x از یک سیم پیدا کنید.



دو رسانای موازی

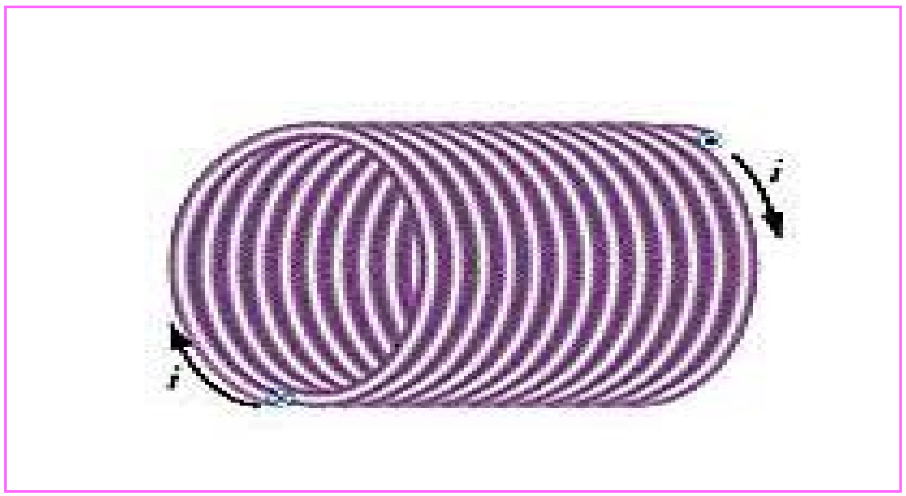
- حل:

$$B(x) = B_a(x) + B_b(x) = \frac{\mu_0 i}{2\pi(d+x)} + \frac{\mu_0 i}{2\pi(d-x)}$$

$$= \frac{\mu_0 i d}{\pi(d^2 - x^2)}.$$

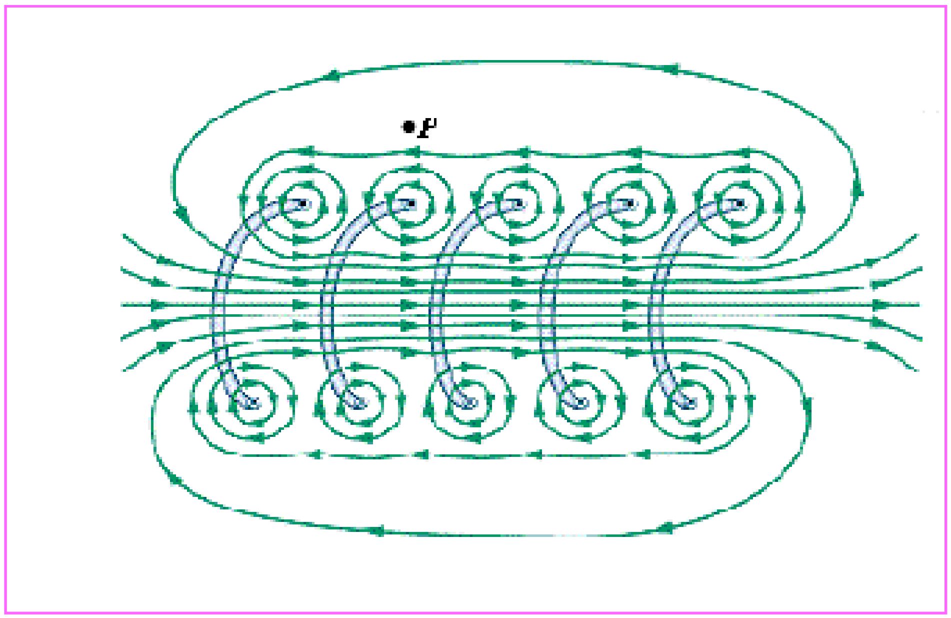
محاسبه میدان حاصل از سیم لوله

- سیم لوله سیم پیچ دارزی است که به صورت مارپیچ شده و حامل جریان i است



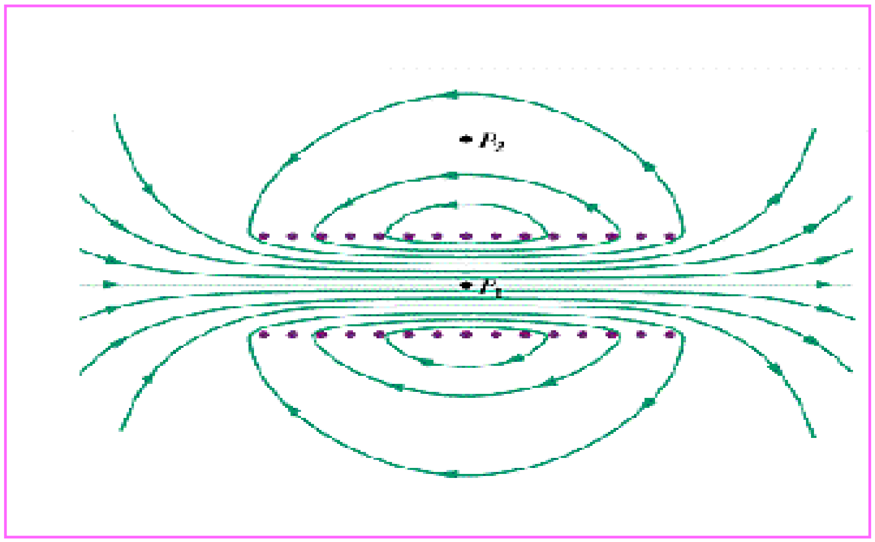
محاسبه میدان حاصل از سیم لوله

- خطوط میدان اطراف یک سیم لوله :



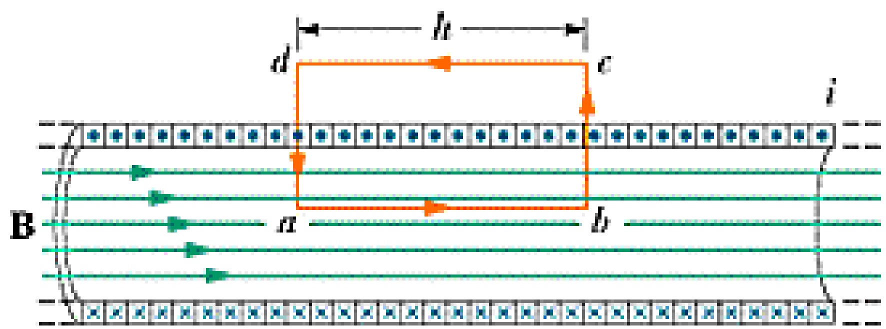
محاسبه میدان حاصل از سیم لوله

- اگر تعداد دورها بسیار زیاد و نزدیک به هم باشد میدان تقریبا در داخل موازی محورسیم لوله و در خارج صفر است



محاسبه میدان حاصل از سیم لوله

- **مثال** : با استفاده از قانون آمپر ، میدان مغناطیسی در نقاط داخل یک سیم لوله ایده آل که حامل جریان **i** است و تعداد دورهای در واحد طول آن **n** میباشد را بدست آورید.



محاسبه میدان حاصل از سیم لوله

- حل:

$$\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = \mu_0 i_{\text{enc}}$$

$$\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = \int_a^b \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} + \int_b^c \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s}$$

$$+ \int_c^d \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} + \int_d^a \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s}$$

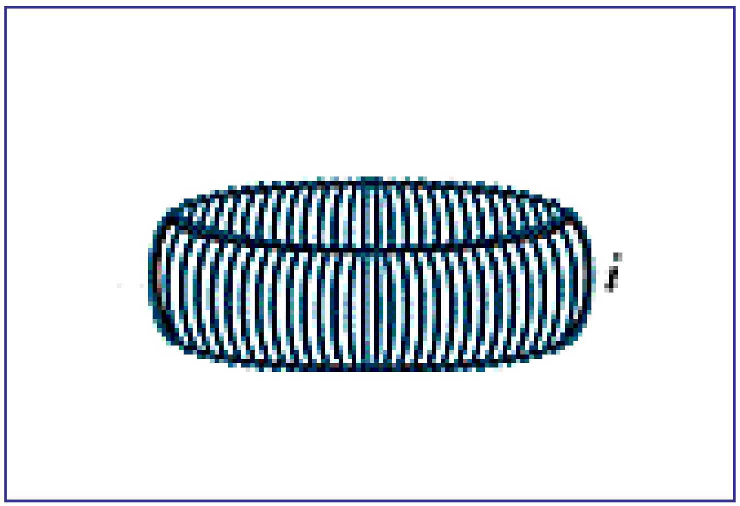
$$i_{\text{enc}} = i(nh)$$

$$Bh = \mu_0 inh$$

$$\boxed{B = \mu_0 in}$$

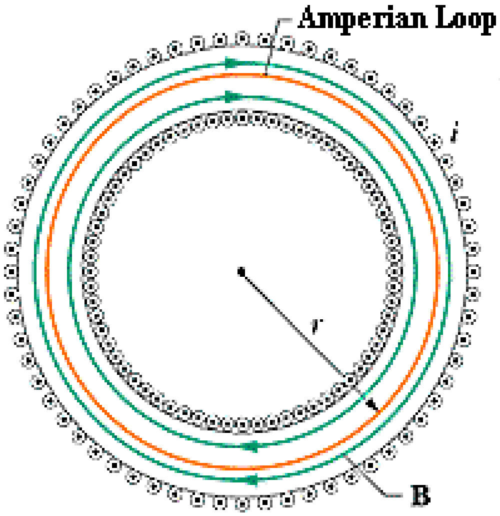
محاسبه میدان حاصل از سیم لوله

- **مثال :** چنبره یک سیم لوله خمیده می باشد . میدان مغناطیسی را در نقاط داخل چنبر ه ای که حامل جریان **i** است و تعداد دورهای آن **N** میباشد ، محاسبه کنید.



محاسبه میدان حاصل از سیم لوله

- حل:



$$(B)(2\pi r) = \mu_0 i N$$

$$B = \frac{\mu_0 i N}{2\pi}\frac{1}{r}$$

محاسبه میدان حاصل از سیم لوله

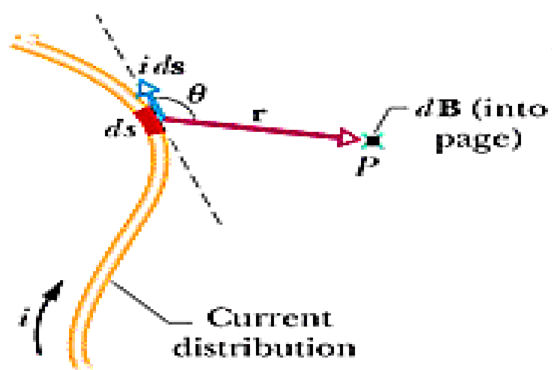
- مثال : طول سیم لوله ای L=1.23m و قطر داخلی آن d=3.55cm است . این سیم لوله پنج لایه و رد هر لایه ۸۵۰ دور سیم و حامل جریان ۵۷/۵ آمپر است مقدار B در مرکز سیم لوله چقدر است ؟
- حل:

$$B = \mu_0 i n = (4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T\cdot m/A})(5.57\ \mathrm{A}) \frac{5 \times 850\ \text{turns}}{1.23\ \mathrm{m}}$$

$$= 2.42 \times 10^{-2}\ \mathrm{T} = 24.2\ \mathrm{mT}.$$

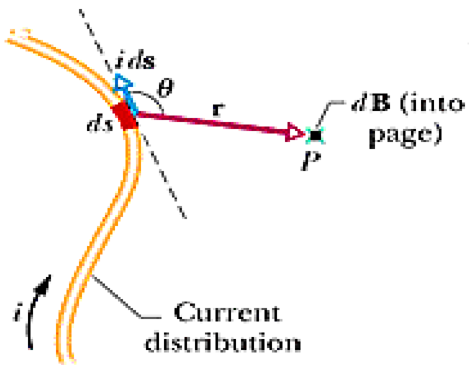
قانون بیو – ساوار

- از قانون آمپر فقط د رمواردی که تقارن به حد کافی باشد می توان استفاده کرد
- د رحالت کلی تر، برای محاسبه میدان مغناطیسی حاصل از یک توزیع جریان از قانون بیو – ساوار استفاده می کنیم برای این کار جریان را به عناصر جریان تقسیم می کنیم :



قانون بیو – ساوار

- میدان **dB** حاصل از عنصر جریان طبق قانون بیو – ساوار در نقطه **p** :



$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\,ds\sin\theta}{r^2}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A}$$
$$\approx 1.26 \times 10^{-6}\,\mathrm{T\cdot m/A}$$

- که در آن **r** بردار جابجایی از عنصر جریان تا نقطه **p** و **θ** زاویه میان بردار **r** و **ds** است.

قانون بیو – ساوار

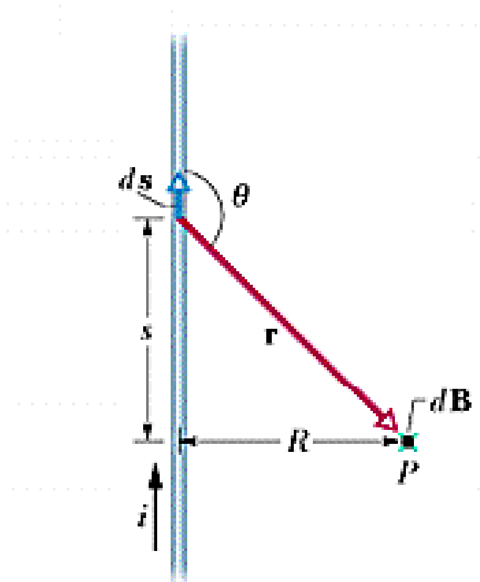
- بردار **dB** :

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i\, d\mathbf{s} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

- که در آن **dB** عمود بر صفحه **r** و **ds** است و جهت آن مطابق قاعده دست راست تعیین می گردد.

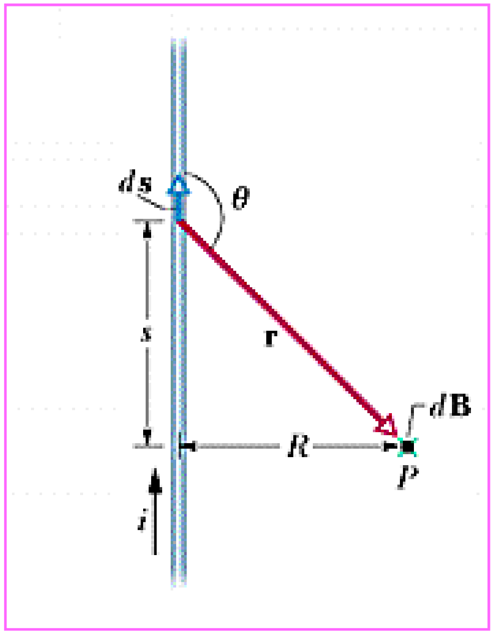
قانون بیو – ساوار

- **مثال** : با استفاده از قانون بیو – ساوار میدان مغناطیسی حاصل از سیم راست و دراز و در فاصله **r** از آن بدست آورید.



قانون بیو – ساوار

- حل:



$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\,ds\sin\theta}{r^2}$$

$$B = 2\int_0^\infty dB = \frac{\mu_0 i}{2\pi}\int_0^\infty \frac{\sin\theta\,ds}{r^2}$$

$$r = \sqrt{s^2 + R^2}$$

$$\sin\theta = \sin(\pi - \theta) = \frac{R}{\sqrt{s^2+R^2}}.$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi}\int_0^\infty \frac{R\,ds}{(s^2+R^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{\mu_0 i}{2\pi R}\left[\frac{s}{(s^2+R^2)^{1/2}}\right]_0^\infty = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

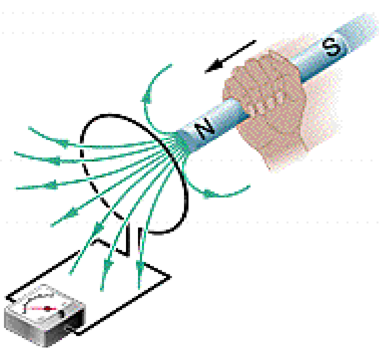
فصل 35- قانون القاء فاراده

فصل 35- قانون القاء فاراده

- آزمایشهای فاراده
- قانون القاء فاراده
- قانون لنز
- مطالعه کمی القاء
- میدانهای مغناطیسی متغیر نسبت به زمان

آزمایشهای فاراده

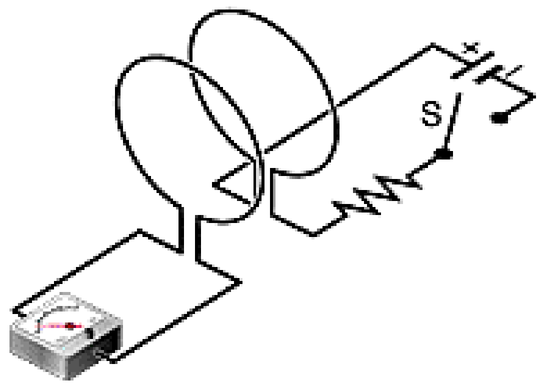
- دو آزمایش زیر قانون القاء فاراده را روشن تر می کند:
- ۱- اگر آهن ربا را به طرف پیچه یا پیچه را به طرف آهنربا حرکت دهیم در نیروی محرکه القائی بوجود می آید:



- هرچه سرعت نسبی حرکت آهنربا و پیچه بیشتر باشد نیروی محرکه القائی و در نتیجه جریان القائی بیشتر است.

آزمایشهای فاراده

- ۲- پیچه ها ساکن اند ولی با زدن کلید **S** جریان لحظه ای القایی بوجود می آید:



- جریان و نیروی محرکه القائی به سبب تغییر زمانی یک چیز است . آن چیز چیست ؟

قانون القاء فاراده

- فاراده نشان داد که علت بوجود آمدن جریان و نیروی محرکه القائی در یک پیچه ، تغییر شار عبوری از آن پیچه نسبت به زمان است . این مطلب را قانون القاء فاراده نامند :

$$\mathscr{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\Phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

قانون القاء فاراده

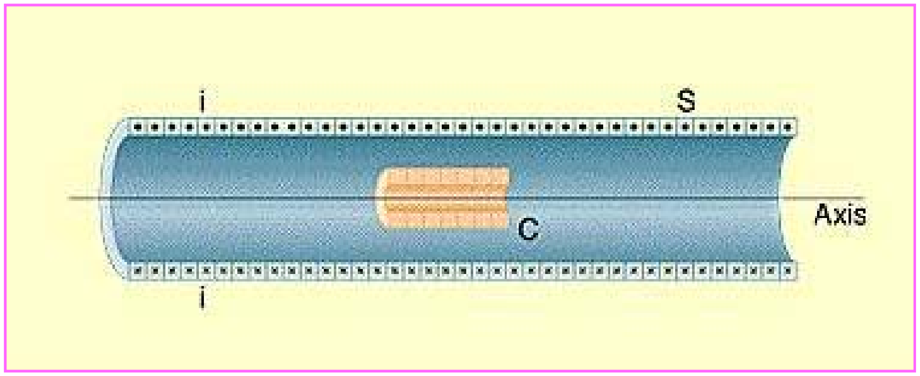
- اگر پیچه شامل **N** دور باشد:

$$\mathcal{E} = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$$

- پس تغییر شدت میدان **B** یا تغییر سطح مدار **A** یا تغییرات زاویه بین میدان و بردار عمود بر سطح باعث تغییر شار و بنابراین ایجاد جریان القائی در پیچه می گردد

قانون القاء فاراده

- **مثال:** سیم لوله درازی در هر سانتیمتر ۲۲۰ دور سیم دارد و حاوی جریان ۵/۱ آمپر است و قطر آن ۲/۳ سانتی متر است . در مرکز سیم لوله یک پیچه ۱۳۰ دوری به قطر ۱/۲ سانتیمتری قرار دارد . جریان سیم لوله با آهنگ یکنواخت در مدت ۲۵ ms به صفر کاهش می یابد. نیروی محرکه الکتریکی القائی در پیچه چقدر است



قانون القاء فاراده

- حل:

$$B_i = \mu_0 i n = (4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T\cdot m/A}) \times (1.5\ \mathrm{A})(220\ \mathrm{turns/cm})(100\ \mathrm{cm/m}) = 4.15 \times 10^{-2}\ \mathrm{T}.$$

$$\Phi_{B,i} = BA = (4.15 \times 10^{-2}\ \mathrm{T})(3.46 \times 10^{-4}\ \mathrm{m^2}) = 1.44 \times 10^{-5}\ \mathrm{Wb} = 14.4\ \mu\mathrm{Wb}.$$

$$\mathscr{E} = N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = (130\ \mathrm{turns})\frac{14.4 \times 10^{-6}\ \mathrm{Wb}}{25 \times 10^{-3}\ \mathrm{s}} = 7.5 \times 10^{-2}\ \mathrm{V} = 75\ \mathrm{mV}.$$

قانون لنز

- از قانون لنز برای تعیین جهت جریان القائی استفاده می کنیم و به صورت زیر بیان میشود:

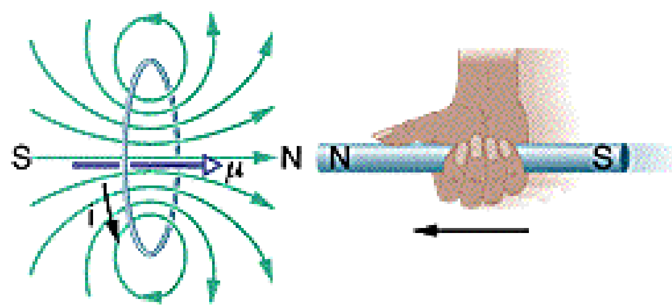
جهت جریان القائی در جهتی است که با عامل بوجود آورنده اش مخالفت می کند.

- قانون لنز همان اصل بقاء انرژی است.

- علامت منفی در قانون فاراده مر بوط به قانون لنز است

قانون لنز

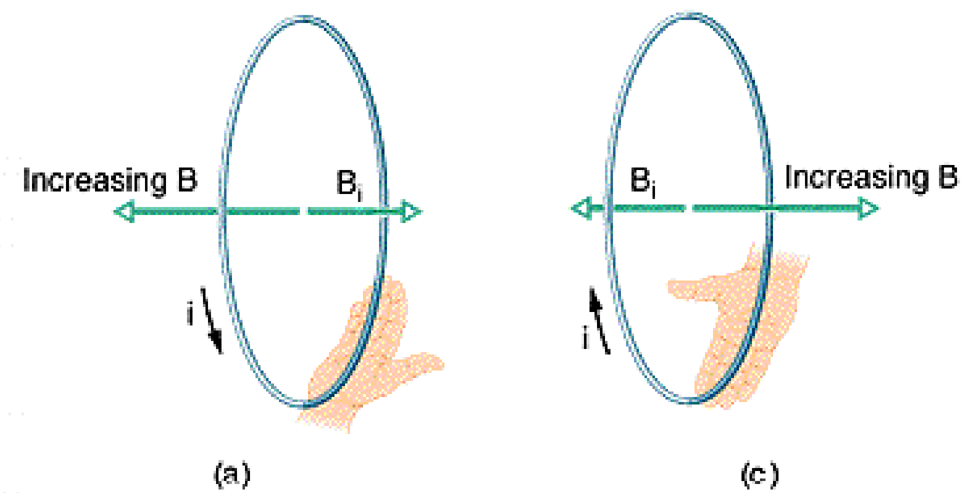
- در شکل زیر قطب شمال یک آهنربا را به حلقه رسانا نزدیک می کنیم . جهت جریان القائی چگونه است ؟



- حلقه جریان مانند یک دو قطبی مغناطیسی اطراف خود میدان مغناطیسی ایجاد می کند. وجهی که مقابل آهنربا است باید N باشد که با حرکت آهنربا مخالفت کند . پس جهت جریان بنا به قاعده دست راست مشخص می گردد

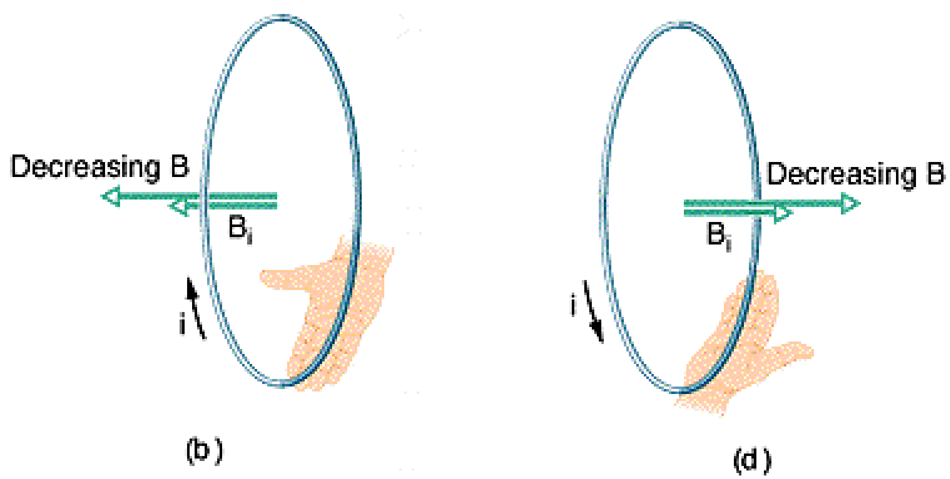
قانون لنز

- بر حسب تغییرات B نیز می توان جهت جریان القائی را مشخص کرد :
- اگر میدان عبوری از حلقه B در حال افزایش باشد جهت جریان باید طوری که میدان ناشی از آن B_i در خلاف جهت B باشد.



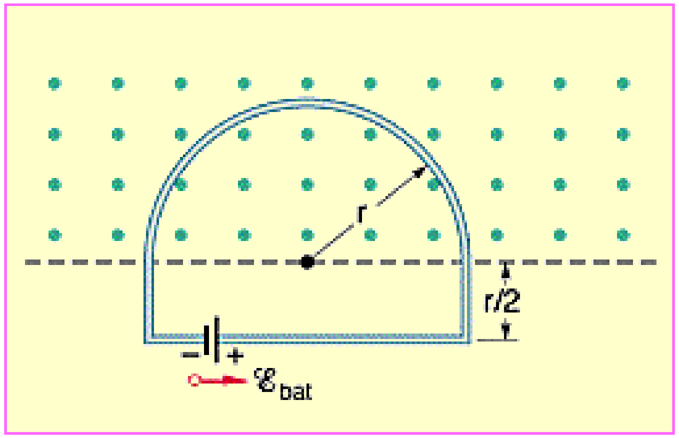
قانون لنز

- اگر میدان خارجی عبوری از حلقه در حال کاهش باشد . جهت جریان حلقه باید طوری باشد که B_i ناشی ا زجریان در جهت میدان خارجی باشد که با کاهش مخالفت کند.



قانون لنز

- **مثال :** شکل زیر یک نیم حلقه رسانا بعه شعاع m ۲/۰ را نشان می دهد میدان متغییر $B=4t^2+2t+3$ عمود بر حلقه اعمال شده است. باتری ایده آلی با نیروی محرکه ۲ ولت در مدار قرار دارد و مقاومت مدار ۲ اهم است. نیروی محرکه القائی و جریان مدار در لحظه t=۱ s چقدر است ؟



قانون لنز

- حل:

$$\mathscr{E}_{\text{ind}} = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d(BA)}{dt} = A\frac{dB}{dt}$$

$$\mathscr{E}_{\text{ind}} = A\frac{dB}{dt} = \frac{\pi r^2}{2}\frac{d}{dt}(4.0t^2 + 2.0t + 3.0)$$

$$= \frac{\pi r^2}{2}(8.0t + 2.0).$$

$$\mathscr{E}_{\text{ind}} = \frac{\pi(0.20\text{ m})^2}{2}[8.0(10) + 2.0]$$

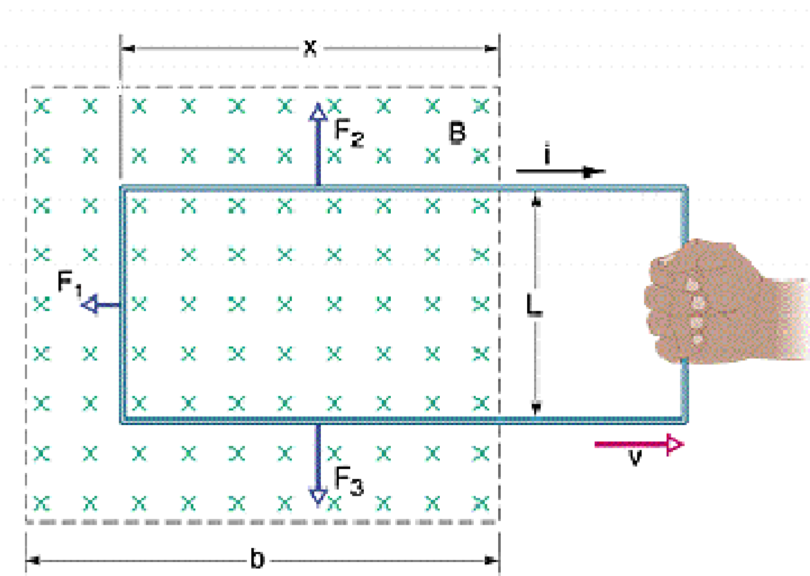
$$= 5.152\text{ V} \approx 5.2\text{ V}.$$

$$i = \frac{\mathscr{E}_{\text{net}}}{R} = \frac{\mathscr{E}_{\text{ind}} - \mathscr{E}_{\text{bat}}}{R} = \frac{5.152\text{ V} - 2.0\text{ V}}{2.0\ \Omega}$$

$$= 1.58\text{ A} \approx 1.6\text{ A}.$$

مطالعه کمی القاء

- **مثال:** حلقه رسانایی به پهنای L را در میدان مغناطیسی یکنواخت B مطابق شکل با سرعت ثابت V می کشیم. الف)نیروی محرکه الکتریکی القایی و جریان القایی را محاسبه کنید.

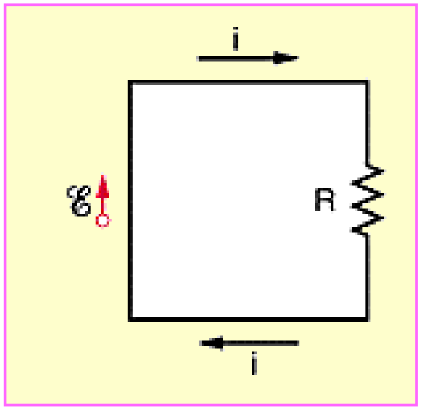


مطالعه کمی القاء

- حل:

$$\Phi = BA = BLx.$$

$$\mathscr{E} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt}BLx = BL\frac{dx}{dt} = BLv$$



$$i = \mathscr{E}/\mathbf{R}$$

$$i = \frac{BLv}{R}$$

مطالعه کمی القاء

- ب) توان انجام کار روی حلقه و توان ایجاد گرما در حلقه را محاسبه کنید.
- حل:

$$F = F_1 = iLB\sin 90^\circ = iLB$$

$$F = \frac{B^2L^2v}{R}$$

$$P = Fv = \frac{B^2L^2v^2}{R}$$

$$P = i^2R$$

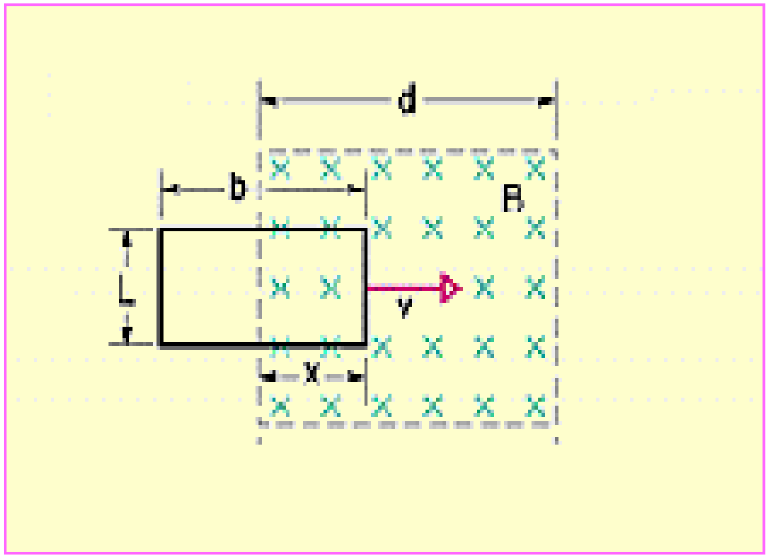
$$P = \left(\frac{BLv}{R}\right)^2 R = \frac{B^2L^2v^2}{R}$$

مطالعه کمی القاء

- **مثال:** شکل زیر حلقه مستطیل به مقاومت R ،پهنای L و طول b را که در یک میدان مغناطیسی یکنواخت قرار دارد نشان می دهد.

با فرض L=40 mm ,b=10 cm ,d=15 cm , R=1.6Ω ,B=2 T, v1 m/s

- الف) شار عبوری از حلقه را به صورت تابعی از x رسم کنید.



مطالعه کمی القاء

- حل: شار عبوری هنگامی که حلقه در میدان نیست صفر، وقتی تمام حلقه در میدان است:

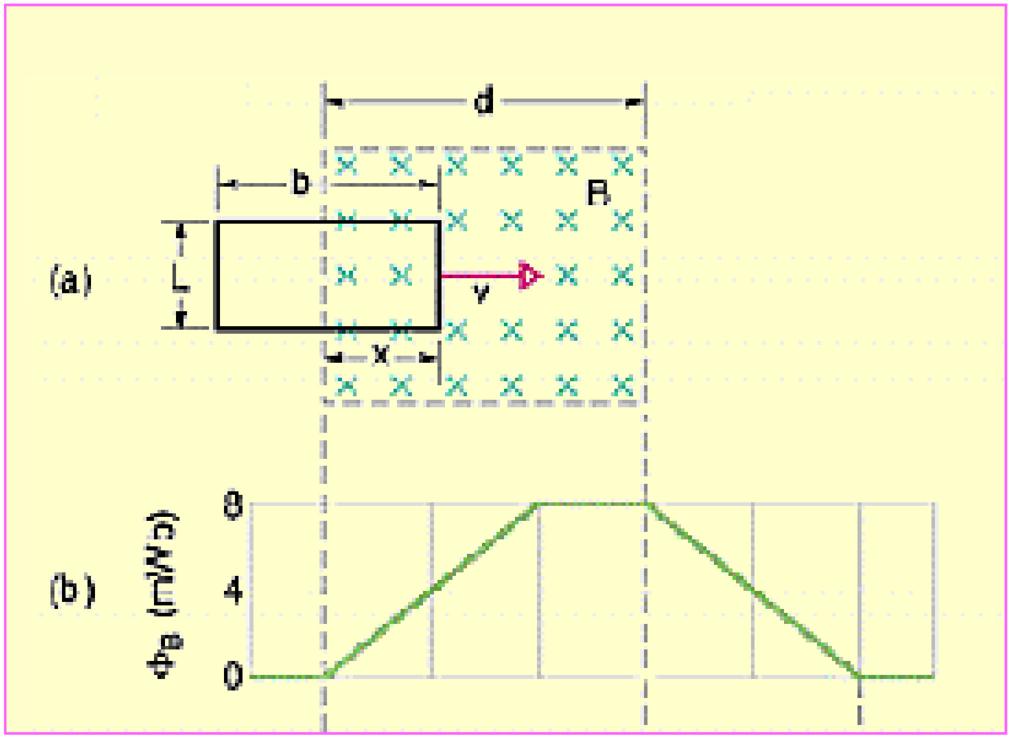
$BLb\ (= 8\ \mathrm{mWb})$

- هنگام ورود حلقه به میدان:

BLx

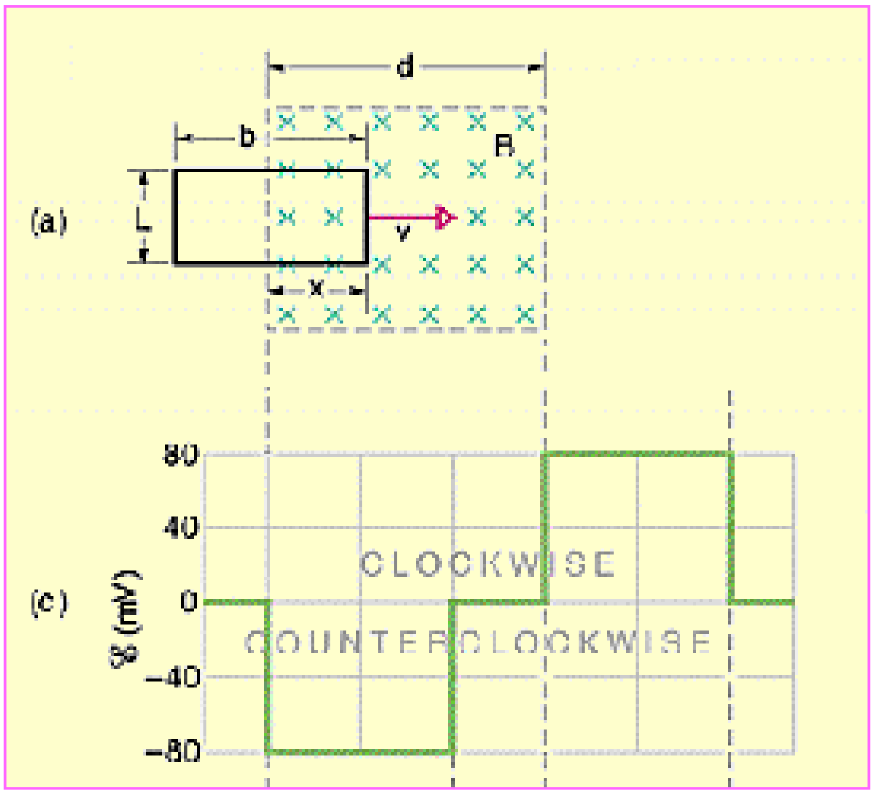
- هنگام ورود حلقه به میدان:

$BL[b - (x - d)]$



مطالعه کمی القاء

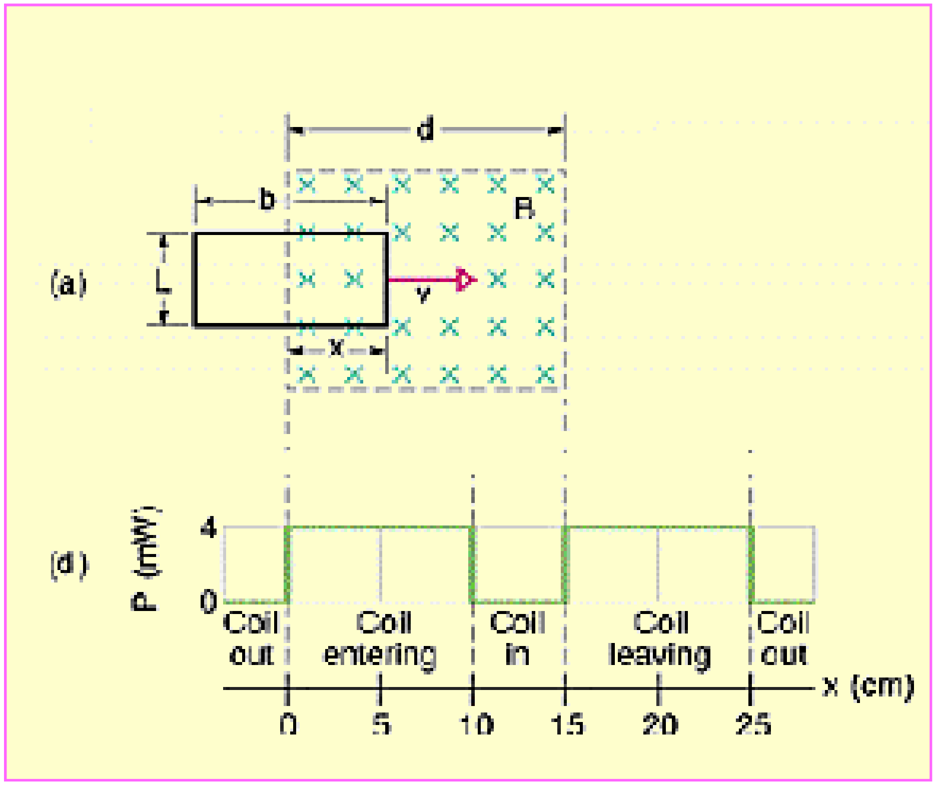
- ب)نیروی محرکه القایی را به صورت تابعی از **x** رسم کنید
- حل:



$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d\Phi_B}{dx}\frac{dx}{dt} = -\frac{d\Phi_B}{dx}v$$

مطالعه کمی القاء

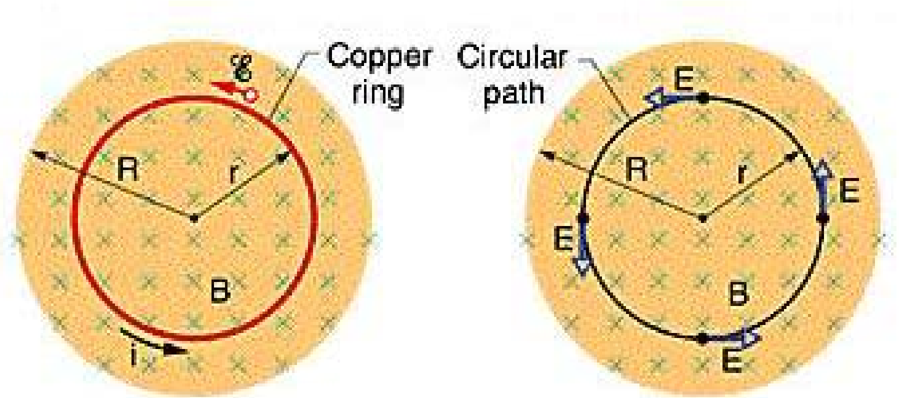
- ج) منحنی نمایش آهنگ تولید انرژی گرمایی در حلقه را به صورت تابعی از **x** رسم کنید
- حل:



$$P = i^2R = \frac{\mathscr{E}^2}{R},$$

میدانهای مغناطیسی متغیر نسبت به زمان

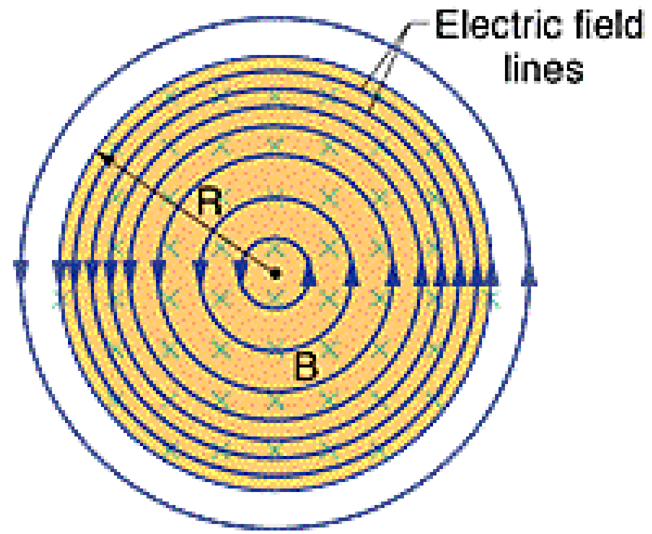
- اکنون اگر فقط شدت میدان مغناطیسی با زمان تغییر کند نیروی محرکه الکتریکی را بدست می آوریم.
- چون با تغییر میدان مغناطیسی در حلقه، جریان بوجود می آید باید میدان الکتریکی در حلقه رسانا ایجاد شده باشد.



(a) (b)

میدانهای مغناطیسی متغیر نسبت به زمان

- حتی هنگامی که حلقه برداشته شود، با تغییر میدان مغناطیسی، میدان الکتریکی در نقاط مختلف ظاهر می شود که خطوط آن دوایری متحد المرکز است.



(c)

میدانهای مغناطیسی متغیر نسبت به زمان

- اگر ایجاد نیروی محرکه به دلیل تغییر در اندازه میدان مغناطیسی باشد می توان قانون القاء فاراده را به صورت زیر دوباره فرموله کرد:

$$W = \mathcal{E} q_0 = \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = (q_0 E)(2\pi r).$$

$$\mathcal{E} = 2\pi r E$$

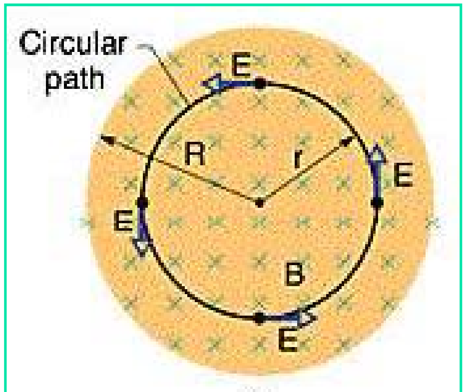
$$W = \oint \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = q_0 \oint E \cdot d\mathbf{s}.$$

$$\boxed{\mathcal{E} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}.}$$

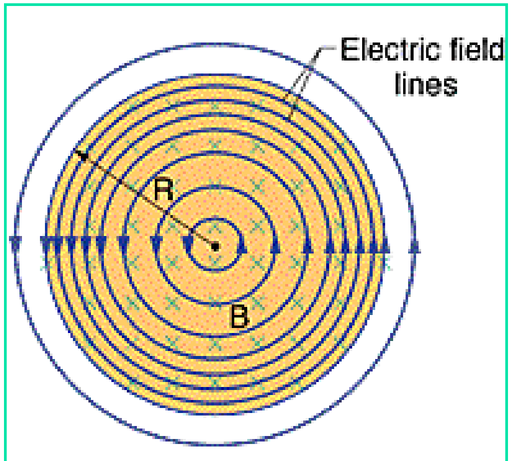
$$\boxed{\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}}$$

میدانهای مغناطیسی متغیر نسبت به زمان

- **مثال:** در شکل زیر اگر تغییرات شدت میدان نسبت به زمان $0.13\ TS^{-1}$ باشد و $R=8.2\ m$ باشد. **الف)** بزرگی میدان الکتریکی E را در نقطه ای به فاصله $r=5.2\ cm$ از مرکز بدست آورید.



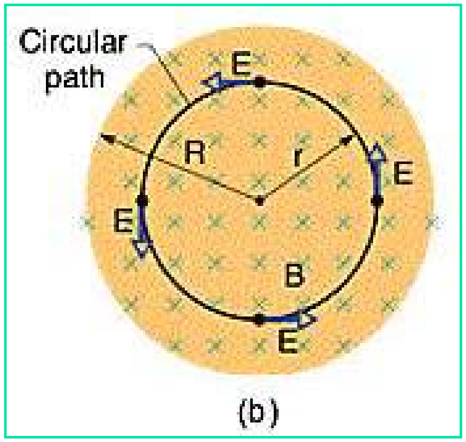
(b)



(c)

میدانهای مغناطیسی متغیر نسبت به زمان

■ حل الف:



$$\oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = \oint E\,ds = E\oint ds = E(2\pi r) = \frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\Phi_B = BA = B(\pi r^2)$$

$$E(2\pi r) = (\pi r^2)\frac{dB}{dt},$$

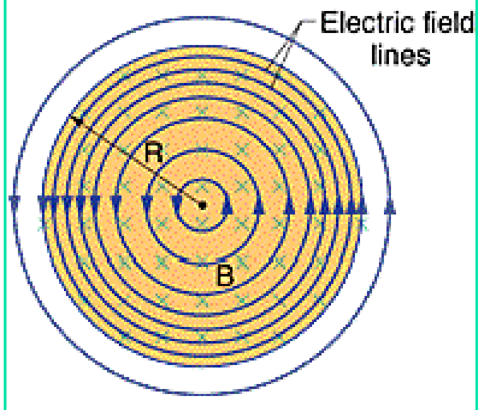
$$E = \frac{r}{2}\frac{dB}{dt}.$$

$$E = \frac{(5.2\times 10^{-2}\ \mathrm{m})}{2}(0.13\ \mathrm{T/s})$$

$$= 0.0034\ \mathrm{V/m} = 3.4\ \mathrm{mV/m}.$$

میدانهای مغناطیسی متغیر نسبت به زمان

- ب) رابطه ای برای E خارج حلقه بدست آورده و مقدار E را در r=12.5cm محاسبه کنید.
- حل:



(c)

$$\oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = \oint E\,ds = E\oint ds = E(2\pi r) = \frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\Phi_B = BA = B(\pi R^2).$$

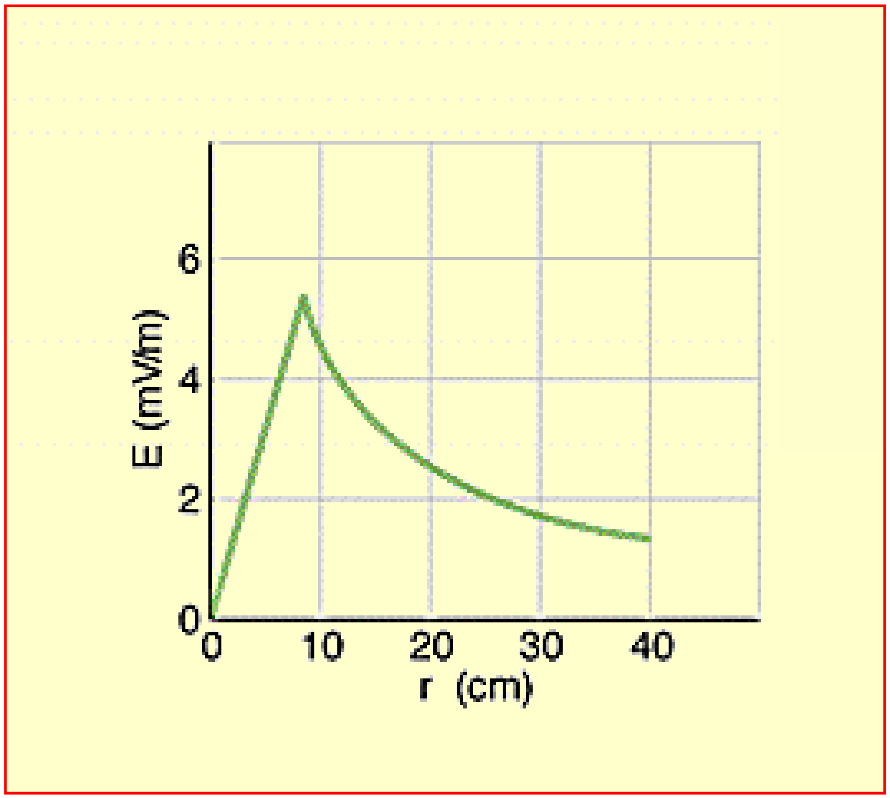
$$E = \frac{R^2}{2r}\frac{dB}{dt}.$$

$$E = \frac{(8.5\times10^{-2}\ \mathrm{m})^2}{(2)(12.5\times10^{-2}\ \mathrm{m})}(0.13\ \mathrm{T/s})$$

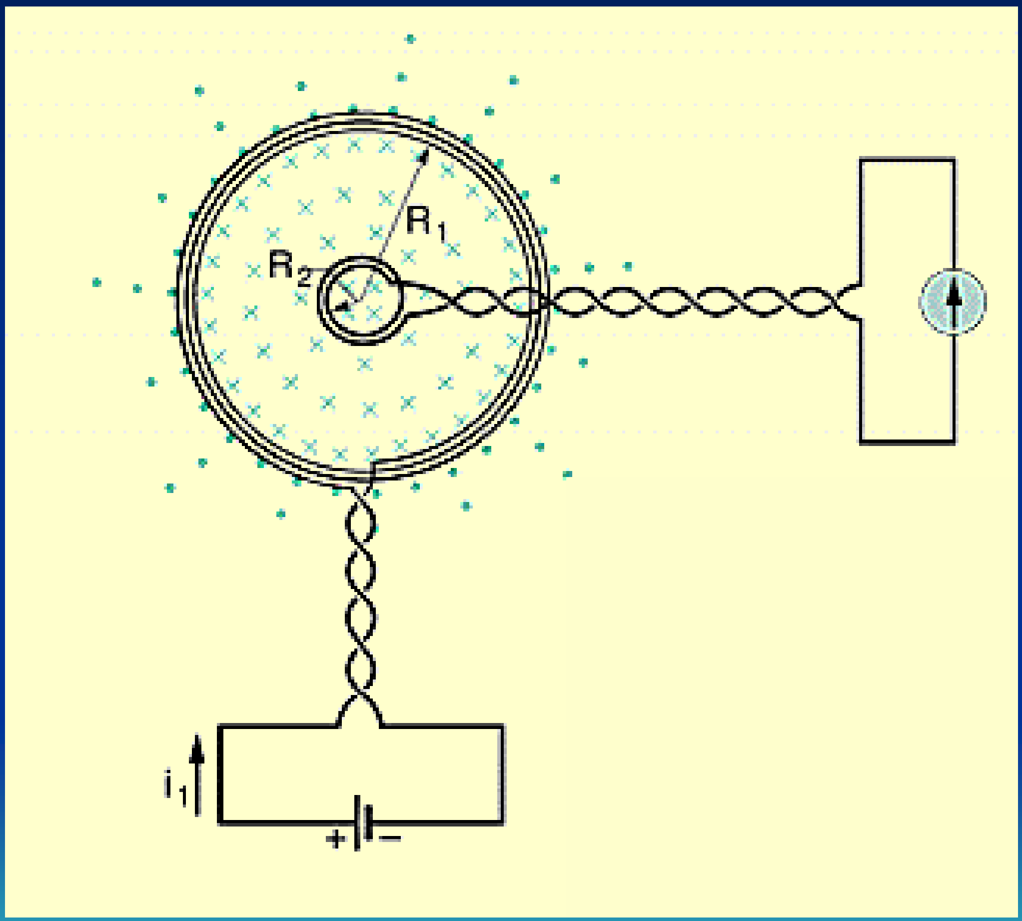
$$= 3.8\times10^{-3}\ \mathrm{V/m} = 3.8\ \mathrm{mV/m}.$$

میدانهای مغناطیسی متغیر نسبت به زمان

- ج)تغییرات میدان **E** را بر حسب حسب فاصله **r** رسم کنید.
- حل:



فصل 36- القائیدگی



فصل 36- القائیدگی

- القائیدگی
- محاسبه القاییدگی
- مدار LR
- انرژی و میدان مغناطیسی
- چگالی انرژی میدان مغناطیسی

القائیدگی

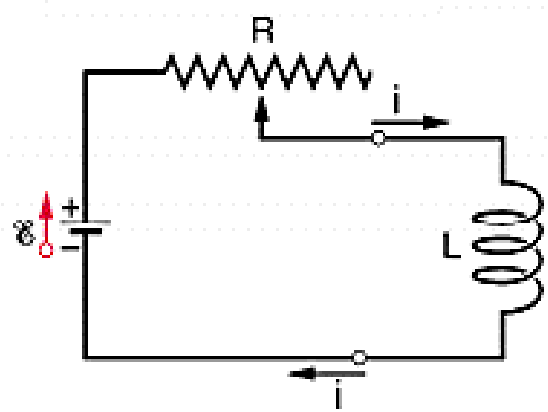
- اگر دو پیچه نزدیک به هم باشند جریان i یک پیچه شاری در دیگری ایجاد می کند.

- اگر این شار با تغییر جریان i تغییر کند در پیچه دیگر نیروی محرکه الکتریکی القائی ظاهر می شود.

- در حالت کلی برای نشان دادن اثر القائی نیازی به دو پیچه نیست.

القائیدگی

- اگر جریان در یک پیچه تغییر کند درخود آن پیچه نیروی محرکه القایی ظاهر می شود این پدیده را خود القایی و نیروی محرکه تولید شده را نیروی محرکه خود القائی می نامند.



القائیدگی

- در یک پیچه معین تعداد ارتباط های شاری $N\phi_B$ (N تعداد دورها است) به شرطی که در داخل پیچه ماده مغناطیسی مانند آهن نباشد، با جریان پیچه متناسب است:

$$L = \frac{N\Phi}{i}$$

- که L، یعنی ثابت تناسب، القا پیچه نامیده می شود.
- واحد L، هانری است که:

$$1 \text{ henry} = 1 \text{ H} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2/\text{A}.$$

القائیدگی

- باتوجه به قانون فاراده نیروی محرکه اکتریکی خود القایی در پیچه:

$$N\Phi = Li.$$

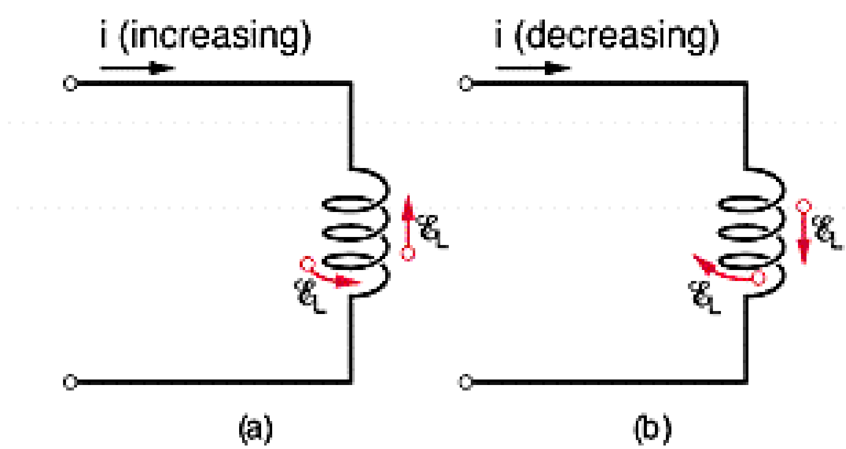
$$\mathscr{E}_L = -\frac{d(N\Phi)}{dt}$$

$$\mathscr{E}_L = -L\,\frac{di}{dt}$$

- پس با تغییر جریان هر القاگر در آن نیروی محرکه القایی بوجود می آید

القائیدگی

- جهت نیروی محرکه الکتریکی خود القایی با افزایش و کاهش جریان آن نشان داده شده است:



محاسبه القاییدگی

- مثال: القاییدگی یا ضریب خود القاء واحد طول یک سیم لوله دراز به سطح مقطع **A** در نزدیکی مرکز آن را بدست آورید (چرا در مرکز؟).
- حل: اگر تعداد دور در واحد طول، **n** باشد:

$$N\Phi = (nl)(BA)$$

$$B = \mu_0 i n.$$

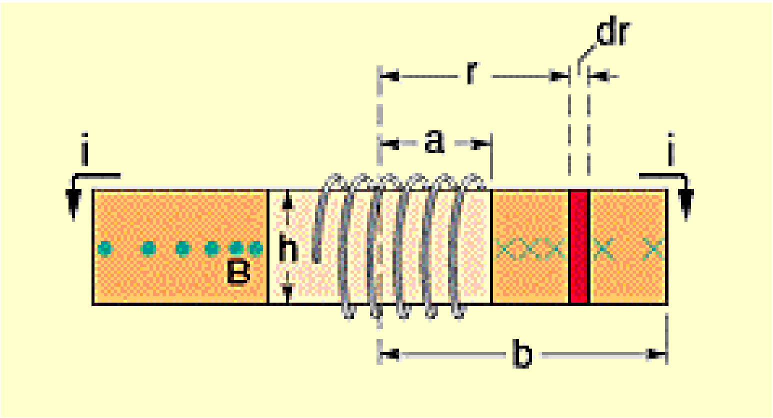
$$L = \frac{N\Phi}{i} = \frac{(nl)(BA)}{i} = \frac{(nl)(\mu_0 i n)(A)}{i}$$

$$= \mu_0 n^2 l A.$$

$$\boxed{\frac{L}{l} = \mu_0 n^2 A}$$

محاسبه القاییدگی

- **مثال :** شکل زیر سطح مقطع یک چنبره **N** دوری با مقطع مستطیل را نشان می دهد. **الف)** ضریب خود القاء آن را بدست آورید.



محاسبه القایدگی

- حل:

$$\Phi = \int_a^b Bh\,dr = \int_a^b \frac{\mu_0 iN}{2\pi r} h\,dr$$

$$= \frac{\mu_0 iNh}{2\pi}\int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 iNh}{2\pi}\ln\frac{b}{a},$$

$$L = \frac{N\Phi}{i} = \frac{N}{i}\frac{\mu_0 iNh}{2\pi}\ln\frac{b}{a},$$

$$\boxed{L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi}\ln\frac{b}{a}}$$

محاسبه القاییدگی

- ب) اگر N=1250 دور، a=52 mm، b=95 mm و h=13 mm باشد L چقدر است؟
- حل:

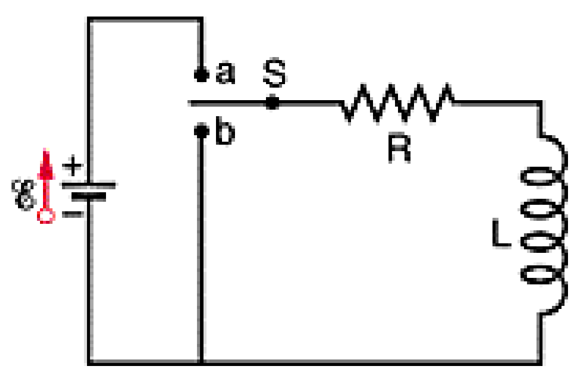
$$L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

$$= \frac{(4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{H/m})(1250)^2(13 \times 10^{-3}\ \mathrm{m})}{2\pi} \ln \frac{95\ \mathrm{mm}}{52\ \mathrm{mm}}$$

$$= 2.45 \times 10^{-3}\ \mathrm{H} \approx 2.5\ \mathrm{mH}.$$

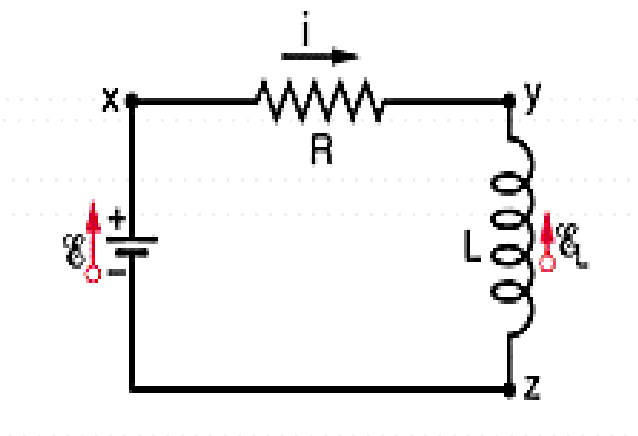
مدار LR

- در مدار شکل زیر اگر کلیه s به طرف a زده شود القاگر با افزایش آنی جریان مخالفت می کند:



مدار LR

- می توان تغییرات زمانی جریان را از قانون حلقه بدست آورد:



$$-iR - L\frac{di}{dt} + \mathscr{E} = 0$$

$$L\frac{di}{dt} + Ri = \mathscr{E}$$

$$i = \frac{\mathscr{E}}{R}(1 - e^{-Rt/L})$$

$$\boxed{i = \frac{\mathscr{E}}{R}(1 - e^{-t/\tau_L})}$$

مدار LR

- ثابت زمانی القائی:

$$\tau_L = \frac{L}{R} \qquad \text{(time constant)},$$

- که واحد آن ثانیه است:

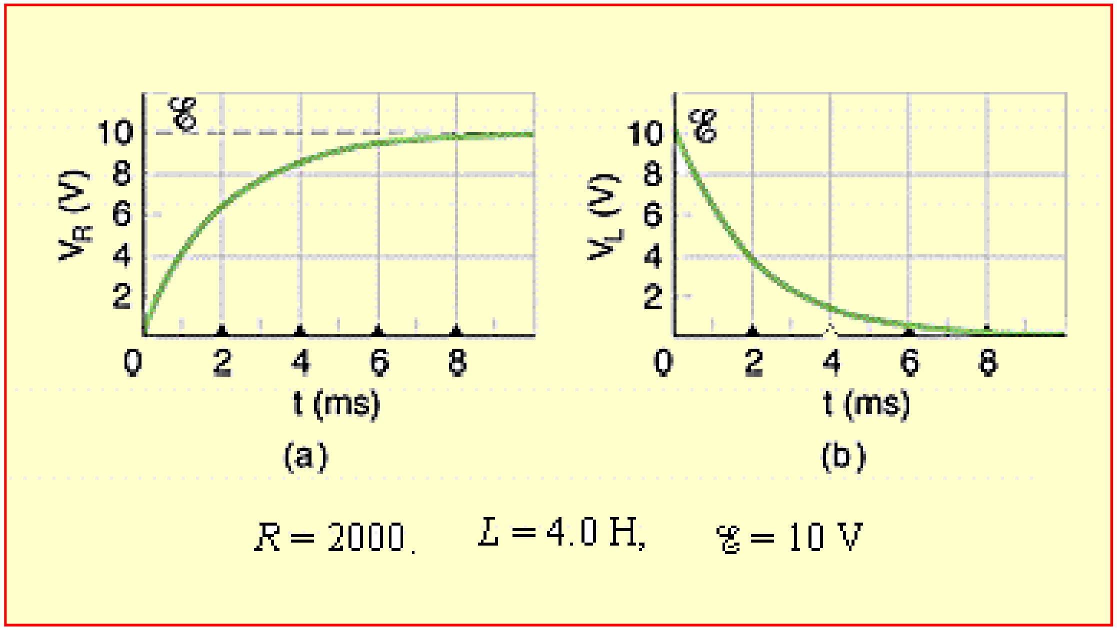
$$1\,\frac{\mathrm{H}}{\Omega} = 1\,\frac{\mathrm{H}}{\Omega}\left(\frac{1\ \mathrm{V\cdot s}}{1\ \mathrm{H\cdot A}}\right)\left(\frac{1\ \Omega\cdot\mathrm{A}}{1\ \mathrm{V}}\right) = 1\ \mathrm{s}.$$

- در زمان T_l جریان به ۶۳ درصد مقدار نهایی اش می رسد.

$$i = \frac{\mathscr{E}}{R}(1 - e^{-1}) = 0.63\,\frac{\mathscr{E}}{R}$$

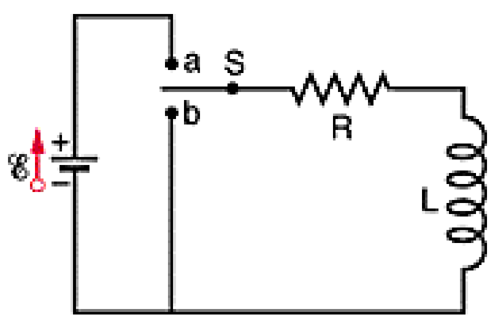
مدار LR

- تغییرات پتانسیل دو سر مقاومت و القاگر به صورت تابعی از زمان:



مدار LR

- در شکل زیر اگر کلیه **s** بعد از آنکه جریان به مقدار تعادلی **Ɛ/R** رسید به **b** وصل شود می خواهیم تغییرات جریان چگونه است؟



$$L\frac{di}{dt} + iR = 0.$$

$$\boxed{i = \frac{\mathscr{E}}{R}e^{-t/\tau_L} = i_0 e^{-t/\tau_L}}$$

مدار LR

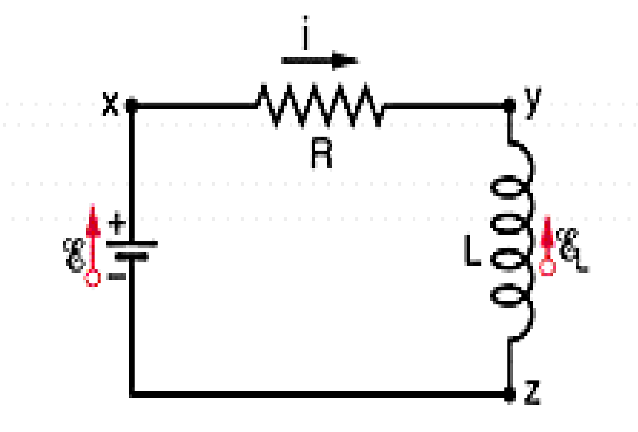
- مثال: القاییدگی یک سیم ۵۳ میلی هانری و مقاومت آن ۳۷/۰ اهم است اگر آن را به یک باتری وصل کنیم چه مدت طول می کشد تا جریان به نصف مقدار نهایی برسد؟
- حل:

$$\frac{1}{2}\frac{\mathscr{E}}{R} = \frac{\mathscr{E}}{R}(1 - e^{-t_0/\tau_L}).$$

$$\begin{aligned} t_0 &= \tau_L \ln 2 \\ &= \frac{L}{R}\ln 2 = \frac{53 \times 10^{-3}\ \mathrm{H}}{0.37\ \Omega}\ln 2 \\ &= 0.10\ \mathrm{s}. \end{aligned}$$

انرژی و میدان مغناطیسی

- وقتی دو سیم حامل جریان را از یکدیگر دور می کنیم کار انجام می دهیم که به صورت انرژی مغناطیسی ذخیره می گردد.
- برای بدست آوردن یک رابطه کمی برای انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیس مدار زیر را با توجه به قانون حلقه درنظر بگیرید :



$$\mathscr{E} = L\frac{di}{dt} + iR,$$

$$\mathscr{E}i = Li\frac{di}{dt} + i^2R$$

$$\frac{dU_B}{dt} = Li\frac{di}{dt}$$

$$\int_0^{U_B} dU_B = \int_0^i Li\,di$$

$$\boxed{U_B = \tfrac{1}{2}Li^2.}$$

انرژی و میدان مغناطیسی

- رابطه انرژی ذخیره شده در یک سلف معادل با انرژی الکتریکی ذخیره شده در خازن است:

$$U_E = \frac{q^2}{2C}.$$

$$U_B = \frac{1}{2}Li^2.$$

انرژی و میدان مغناطیسی

- **مثال :** القائیدگی یک پیچه ۵۳ میلی هانری و مقاومت آن ۳۵/۰ اهم است . اگر یک نیروی محرکه الکتریکی ۱۲ ولتی به پیچه وصل شود ، بعد از آن که جریان به مقدار ما کزیمم رسید ، الف) انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیس را حساب کنید.
- **حل:**

$$U_B = \tfrac{1}{2}Li^2$$

$$i_\infty = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{12\ \text{V}}{0.35\ \Omega} = 34.3\ \text{A}.$$

$$U_{B\infty} = \tfrac{1}{2}Li_\infty^2 = (\tfrac{1}{2})(53 \times 10^{-3}\ \text{H})(34.3\ \text{A})^2$$

$$= 31\ \text{J}.$$

انرژی و میدان مغناطیسی

- ب) بعد از چند ثابت زمانی نصف این انرژی در میدان ذخیره می شود ؟
- حل:

$$U_B = \tfrac{1}{2} U_{B\infty}$$

$$\tfrac{1}{2} L i^2 = (\tfrac{1}{2}) \tfrac{1}{2} L i_\infty^2$$

$$i = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) i_\infty .$$

$$\frac{\mathscr{E}}{R}(1 - e^{-t/\tau_L}) = \frac{\mathscr{E}}{\sqrt{2}R} .$$

$$e^{-t/\tau_L} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.293,$$

$$\frac{t}{\tau_L} = -\ln 0.293 = 1.23$$

$$t \approx 1.2\,\tau_L .$$

انرژی و میدان مغناطیسی

- **مثال** : یک القاگر ۵٦/۳ میلی هانری به طور متوالی به مقاومت ۸/۱۲ اهم بسته شده است . یک نیروی محرکه ۲٤/۳ ولت بطور ناگهانی به این ترکیب اعمال می شود ۲۷/۰ ثانیه (که مساوی یک ثابت زمانی القائی است) پس از بستن مدار ، **الف)** آهنگ انرژی گرفته شده از باتری چقدر است؟
- **حل:**

$$i = \frac{\mathscr{E}}{R}(1 - e^{-t/\tau_L})$$

$$i = \frac{3.24\ \text{V}}{12.8\ \Omega}(1 - e^{-1}) = 0.1600\ \text{A}$$

$$P = \mathscr{E}i = (3.24\ \text{V})(0.1600\ \text{A})$$

$$= 0.5184\ \text{W} \approx 518\ \text{mW}.$$

انرژی و میدان مغناطیسی

- ب) آهنگ تولید گرما در مقاومت چقدر است ؟

- حل:

$$P_R = i^2R = (0.1600\ \mathrm{A})^2(12.8\ \Omega)$$
$$= 0.3277\ \mathrm{W} \approx 328\ \mathrm{mW}.$$

انرژی و میدان مغناطیسی

- ج) آهنگ ذخیره انرژی در میدان مغناطیسی چقدر است؟
- حل:

$$\frac{di}{dt} = \frac{\mathscr{E}}{R}\frac{R}{L}\left(e^{-Rt/L}\right) = \frac{\mathscr{E}}{L}e^{-t/\tau_L},$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{3.24\ \text{V}}{3.56\ \text{H}}e^{-1} = 0.3348\ \text{A/s}.$$

$$P_B = \frac{dU_B}{dt} = Li\frac{di}{dt}$$

$$= (3.56\ \text{H})(0.1600\ \text{A})(0.3348\ \text{A/s})$$

$$= 0.1907\ \text{W} \approx 191\ \text{mW}.$$

چگالی انرژی میدان مغناطیسی

- می خواهیم رابطه ای برای چگالی انرژی مغناطیسی بدست آوریم
- حل: سیم لوله درازی به طول l و سطح مقطع A در نظر می گیریم:

$$u_B = \frac{U_B}{Al}$$

$$U_B = \tfrac{1}{2}Li^2$$

$$u_B = \frac{Li^2}{2Al} = \frac{L}{l}\frac{i^2}{2A}$$

$$u_B = \tfrac{1}{2}\mu_0 n^2 i^2$$

$$\boxed{u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}}$$

چگالی انرژی میدان مغناطیسی

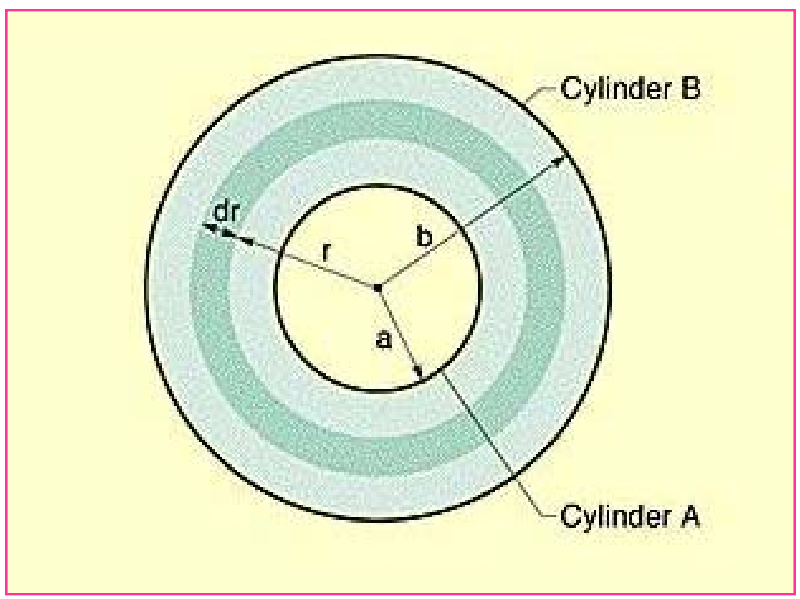
- چگالی انرژی در میدان مغناطیسی والکتریکی هردو متناسب با مربع میدان هستند:

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

$$u_E = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$

چگالی انرژی میدان مغناطیسی

- **مثال :** یک کابل هم محور دراز شامل هم محور نازک به شعاع های b,a را در نظر بگیرید . رسانای داخلی حامل جریان پایای i است واستوانه بیرونی مسیر بر گشت جریان را تامین می کند . الف) انرژی مغناطیسی ذخیره شده در طول l از کابل را محاسبه کنید.



چگالی انرژی میدان مغناطیسی

- حل: نخست از قانون آمپر میدان را در نقاط بین دو استوانه محاسبه می کنیم:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 i,$$

$$(B)(2\pi r) = \mu_0 i,$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}.$$

چگالی انرژی میدان مغناطیسی

- ادامه حل:

$$dU = u_B\, dV;$$

$$u_B = B^2/2\mu_0.$$

$$u_B = \frac{1}{2\mu_0}\left(\frac{\mu_0 i}{2\pi r}\right)^2 = \frac{\mu_0 i^2}{8\pi^2 r^2}.$$

$$dU = u_B\, dV = \frac{\mu_0 i^2}{8\pi^2 r^2}(2\pi r l)(dr) = \frac{\mu_0 i^2 l}{4\pi}\frac{dr}{r}.$$

$$U = \int dU = \frac{\mu_0 i^2 l}{4\pi}\int_a^b \frac{dr}{r}$$

$$= \frac{\mu_0 i^2 l}{4\pi}\ln\frac{b}{a}.$$