

www.salampnu.com

سایت مرجع دانشجوی پیام نور

- ✓ نمونه سوالات پیام نور : بیش از ۱۱۰ هزار نمونه سوال همراه با پاسخنامه
- تستی و تشریحی
- ✓ کتاب ، جزوه و خلاصه دروس
- ✓ برنامه امتحانات
- ✓ منابع و لیست دروس هر ترم
- ✓ دانلود کاملاً رایگان بیش از ۱۴۰ هزار فایل مختص دانشجویان پیام نور

www.salampnu.com

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

درس:
ترمودینامیک و مکانیک آماری
THERMODYNAMICS

۴ واحد درسی



جایگاه این درس:

گذراندن این درس برای تمام گرایشهای رشته فیزیک دوره کارشناسی الزامی می باشد.

همچنین به عنوان چهار (۴) واحد درسی تدریس می شود.

درس: ترمودینامیک و مکانیک آماری

منبع درس: حرارت و ترمودینامیک

نویسنده: م. و. زیمانسکی ر. دیتمن ترجمه: توتونچی و همکاران (مرکز نشر)

علی اصغر شکری

دانشگاه پیام نور (مرکز تهران)

aashokri@tehran.pnu.ac.ir

فهرست

■ فصل ۱ (دما)

- هدف ترمودینامیک
- دیدگاههای میکروسکوپی و ماکروسکوپی
- تعادل گرمایی
- قانون صفرم ترمودینامیک
- مفهوم دما
- مقیاس دماسنجی
- مثالها

■ فصل ۲ (سیستمهای ترمودینامیکی ساده)

- تعادل ترمودینامیکی
- نمودار PV مواد خالص
- حالت ماده
- نمودار P-□ مواد خالص
- چند سیستم ترمودینامیکی ساده
- مختصاتهای فزونوری و نافزونوری

فهرست

■ فصل ۳ (کار)

- کار مکانیکی
- فرایند ایستاوار
- کار سیستم هیدرواستاتیکی
- محاسبه کار چند سیستم ترمودینامیکی
- مثالها

■ فصل ۴ (گرما و قانون اول ترمودینامیک)

- گرما
- کار بی دررو
- قانون اول ترمودینامیک
- فرمولبندی قانون اول ترمودینامیک
- انتقال گرما و ظرفیت گرمایی
- انتقال گرما: رسانش
- انتقال گرما: همرفت
- انتقال گرما: تابش
- مثالها

فهرست

فصل ۵ (گازهای کامل)

- معادله حالت یک گاز
- انرژی داخلی یک گاز
- گاز کامل
- فرایندهای ایستاورا بی دررو
- روش روخ هارت برای اندازه گیری ضریب اتمیسیتته گازها
- سرعت موج طولی
- دماسنج صوتی
- نظریه جنبشی گازها (دیدگاه میکروسکوپی)
- معادله حالت یک گاز کامل

فصل ۶ (ماشین، یخچال و قانون دوم ترمودینامیک)

- تبدیل کار به گرما و بالعکس
- ماشین استرلینگ
- ماشین بخار
- ماشینهای درونسوز
- قانون دوم ترمودینامیک به بیان کلوین پلانک
- یخچال
- هم ارزی بیان کلوین پلانک با بیان کلاوسیوس

فهرست

فصل ۷ (برگشت پذیری و مقیاس دمای کلوین)

- برگشت پذیری و برگشت ناپذیری
- برگشت ناپذیری مکانیکی خارجی و داخلی
- برگشت ناپذیری گرمایی خارجی و داخلی
- برگشت ناپذیری شیمیایی
- شرایط برگشت پذیری
- وجود سطوح بی درروی برگشت پذیر
- مقیاس دمای کلوین و تساوی آن با دمای گاز کامل

فصل ۸ (آنتروپی)

- مفهوم آنتروپی
- آنتروپی یک گاز کامل
- نمودار TS
- چرخه کارنو
- آنتروپی و برگشت پذیری و برگشت ناپذیری
- اصل افزایش آنتروپی
- آنتروپی و بی نظمی
- جریان آنتروپی و تولید آنتروپی

فهرست

■ فصل ۹ (مواد خالص)

- آنتالپی
- توابع هلمولتز و گیبس
- روابط ماکسول
- معادلات TS
- معادلات انرژی
- معادلات ظرفیت گرمایی
- انبساط گرمایی
- ضریب تراکم

■ فصل ۱۰ (مکانیک آماری (فصل ۱۱ کتاب مرجع))

- اصول اساسی
- توزیع تعادلی
- تابع پارش یا افراز
- تقسیم مساوی انرژی
- توزیع تندیهای مولکولی
- تعبیر آماری کار و گرما
- بی نظمی، آنتروپی و اطلاعات

بخش اول:

مفاهیم اساسی
ترمودینامیک فصول (۱-۹)

بخش دوم:

کاربرد مفاهیم اساسی
مکانیک آماری (فصل ۱۱)

فصل اول

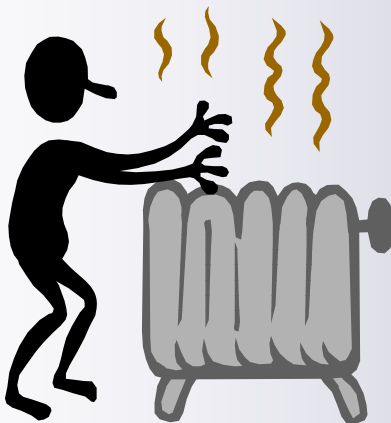
دما و مفهوم آن

■ فصل ۱ (دما)

- هدف ترمودینامیک
- دیدگاه‌های میکروسکوپی و ماکروسکوپی
- تعادل گرمایی
- قانون صفرم ترمودینامیک
- مفهوم دما
- مقیاس دماسنجی
- مثالها

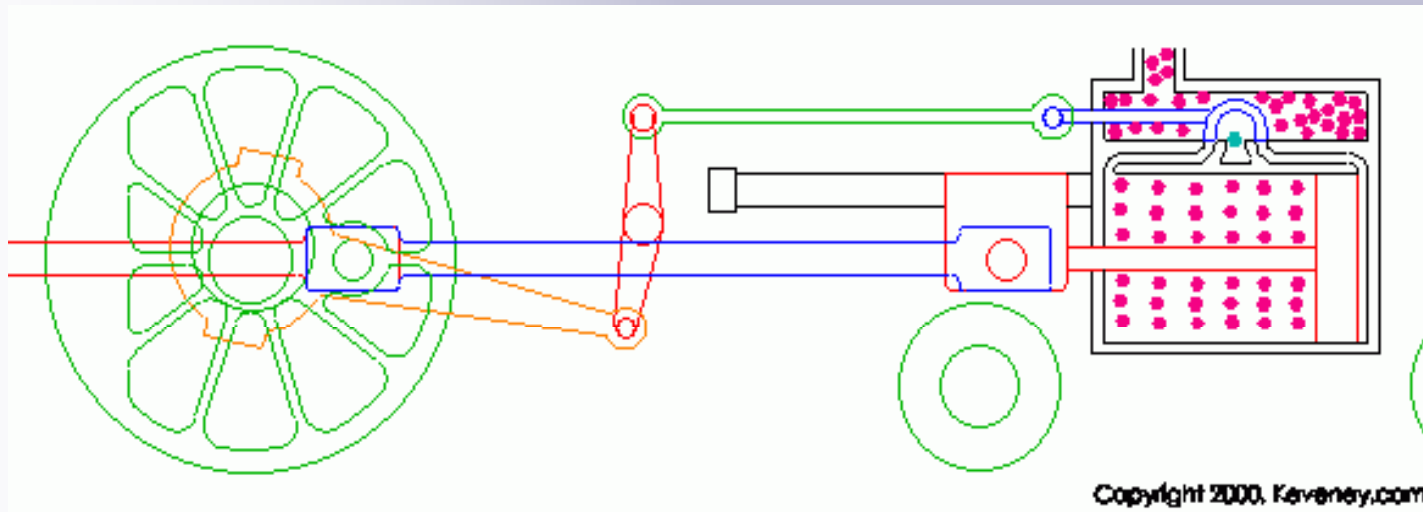
ضرورت مطالعه ترمودینامیک

زندگی روزمره وابسته به انتقال انرژی (از هر نوعی) می باشد



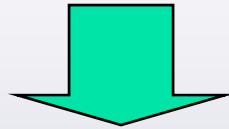
ضرورت مطالعه ترمودینامیک

نحوه کار کردن پمپها، موتورها و یخچالها بر اساس قوانین ترمودینامیکی استوار است

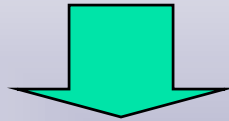


هدف ترمودینامیک

توصیف حالت داخل سیستم ترمودینامیکی



مختصات ترمودینامیکی



انرژی داخلی معادله حالت ...

ترمودینامیک علم مربوط به روابط داخلی
بین

انرژی گرمایی و انرژی مکانیکی

فصل اول: دما

نرمودینامیک

- در نظر نگرفتن ساختار ماده
- کم بودن تعداد آنها
- درک کردن مستقیم با حواس
- اندازه گیری مستقیم

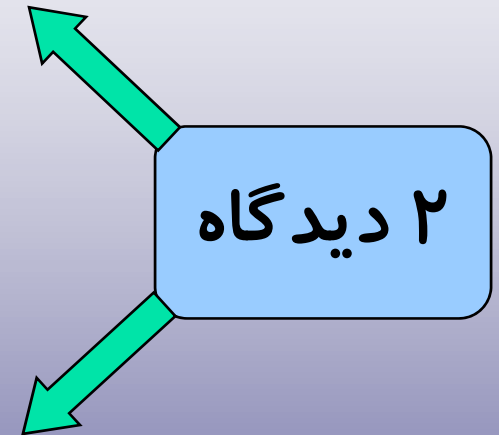
ماکروسکوپی:

۲ دیدگاه

مکانیک آماری

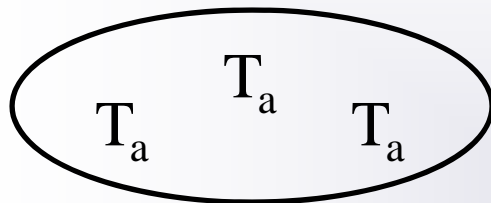
- ❖ در نظر گرفتن ساختار ماده
- ❖ زیاد بودن تعداد آنها
- ❖ درک نکردن مستقیم با حواس
- ❖ عدم امکان اندازه گیری مستقیم

میکروسکوپی:



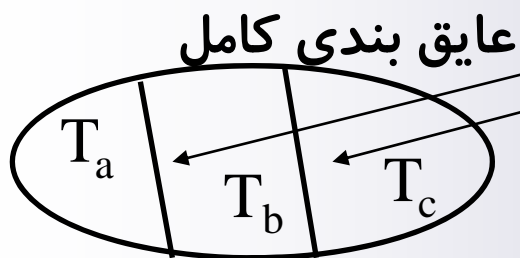
تعادل گرمایی

یک سیستم وقتی در تعادل گرمایی است که:



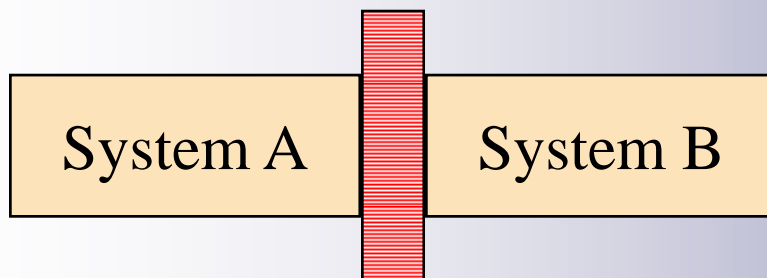
- دمای سیستم و محیط اطرافش یکنواخت باشد.

یا

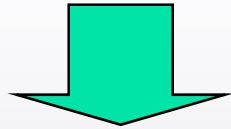


- قسمتی از هر سیستم که دمای یکنواختی دارند به وسیله مرز با مقاومت حرارتی نامحدود عایق بندی شود.

تعادل گرمایی = بدون برهمکنش حرارتی



تعادل گرمایی



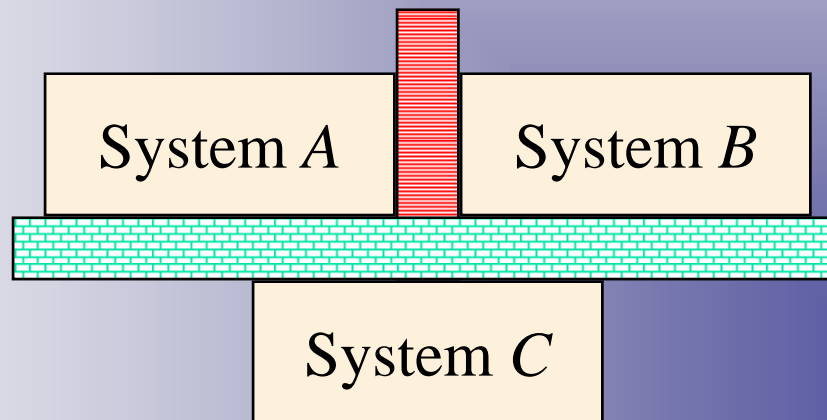
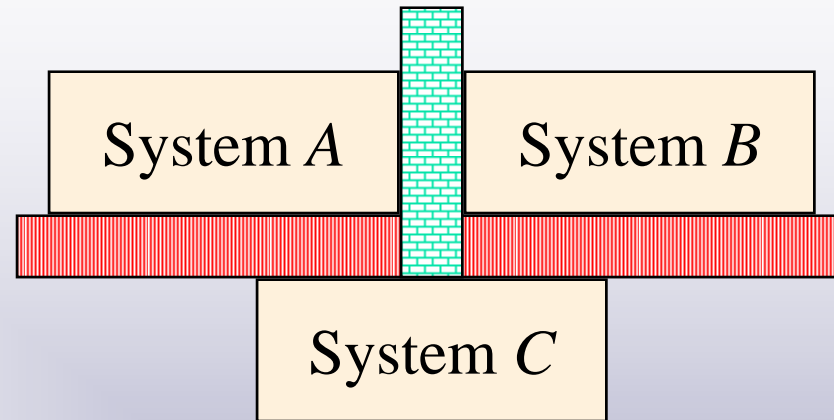
تعادل گرمایی:
حالتی است که دو سیستم (یا بیشتر) که با مقادیر محدود مختصاتشان مشخص شده اند، پس از اینکه توسط دیواره های گرمابر با یکدیگر در تماس قرار گرفتند، به آن می رسند.

وقتی یک سیستم در حالت تعادل است که هیچ خاصیت ماکروسکوپی [ن وابسته به زمان نباشد

اگر برهمکنش بین سیستم و محیط اش فقط بوسیله کار انرژی مبادله شود ($Q=0$) فرایند آدیاباتیک یا بی دررو می نامند

تعادل گرمایی و قانون صفرم ترمودینامیکی

قانون صفرم ترمودینامیکی



تعادل گرمایی و قانون صفرم ترمودینامیکی

قانون صفرم ترمودینامیکی

سه سیستم A ، B و C را در نظر بگیرید:
اگر سیستمهای A و C
و همچنین

سیستمهای C و B در تعادل ترمودینامیکی با هم باشند

سپس ... سیستمهای C و B در تعادل ترمودینامیکی با هم هستند

کاربرد قانون صفرم ترمودینامیکی:

- ساختن دماسنجها
- توجیه اثرات فیزیکی دیگر مانند تغییرات در حجم، تغییر در مقاومت الکتریکی

مفهوم دما

- اندازه ای از انرژی جنبشی ماده
- درجه ای از گرمی و سردی ماده
- با دماسنج اندازه گرفته می شود

دمای یک سیستم ویژگی است که تعیین می کند آیا یک سیستم با سیستمهای دیگر در تعادل گرمایی قرار دارد یا خیر.

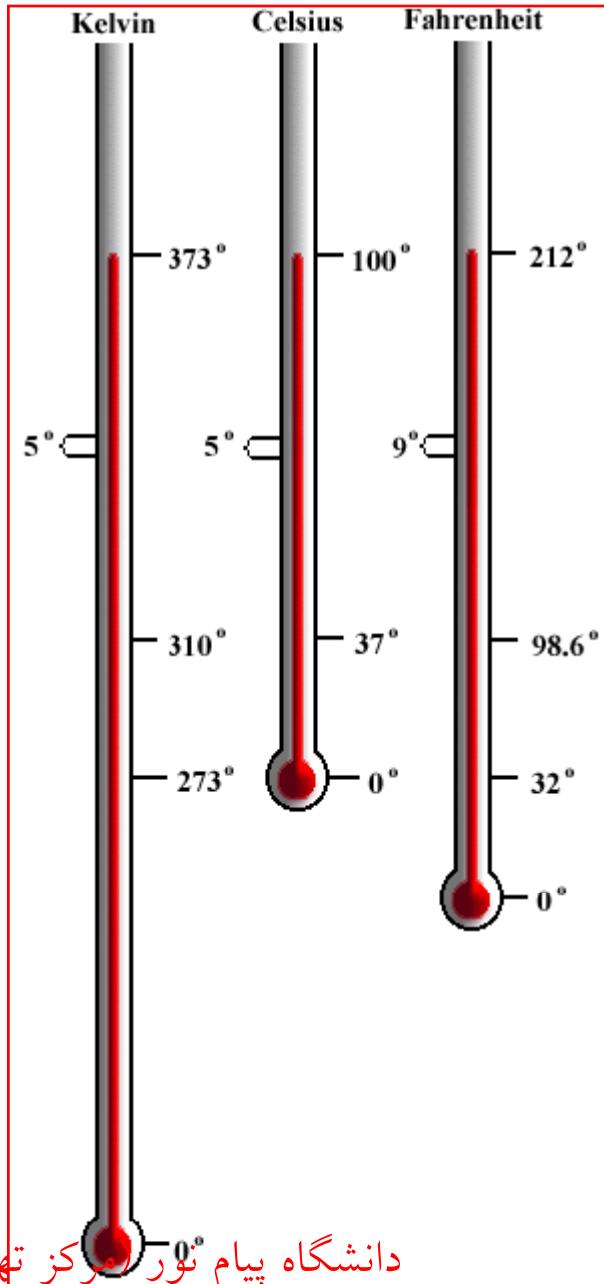
$$\theta(X) = aX \quad (Y = cte)$$

$$\theta(X) = 273.16(^{\circ}K) \frac{X}{X_{TP}}$$

اندازه گیری دما

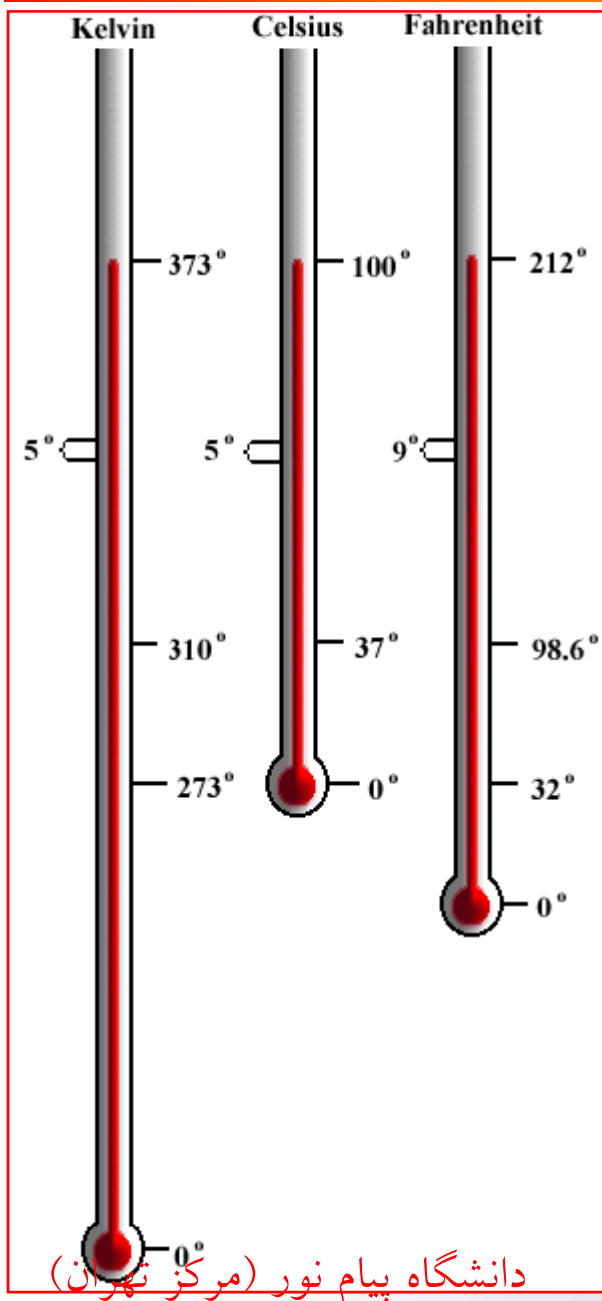
دماسنج	خواص دماسنجی
گاز (حجم ثابت)	فشار
مقاومت الکتریکی (کشش ثابت)	مقاومت الکتریکی
ترموکوپل (کشش ثابت)	نیروی محرکه الکتریکی گرمایی
بخار هلیوم	فشار
نمک پارامغناطیسی	خودگیری مغناطیسی
تابش جسم سیاه	گسیل تابنده

مقیاس دماسنجها



- دماسنج سلسیوس (C)
- دماسنج فارنهایت (F)
- دماسنج کلوین (K)
- دماسنج رانکین (R)

مقیاس دماسنجها



تبدیلات:

$$t(^{\circ}C) = \theta(K) - 273.15$$

$$t(F) = \frac{9}{5}t(^{\circ}C) + 32$$

$$t(R) = t(F) + 459.67$$

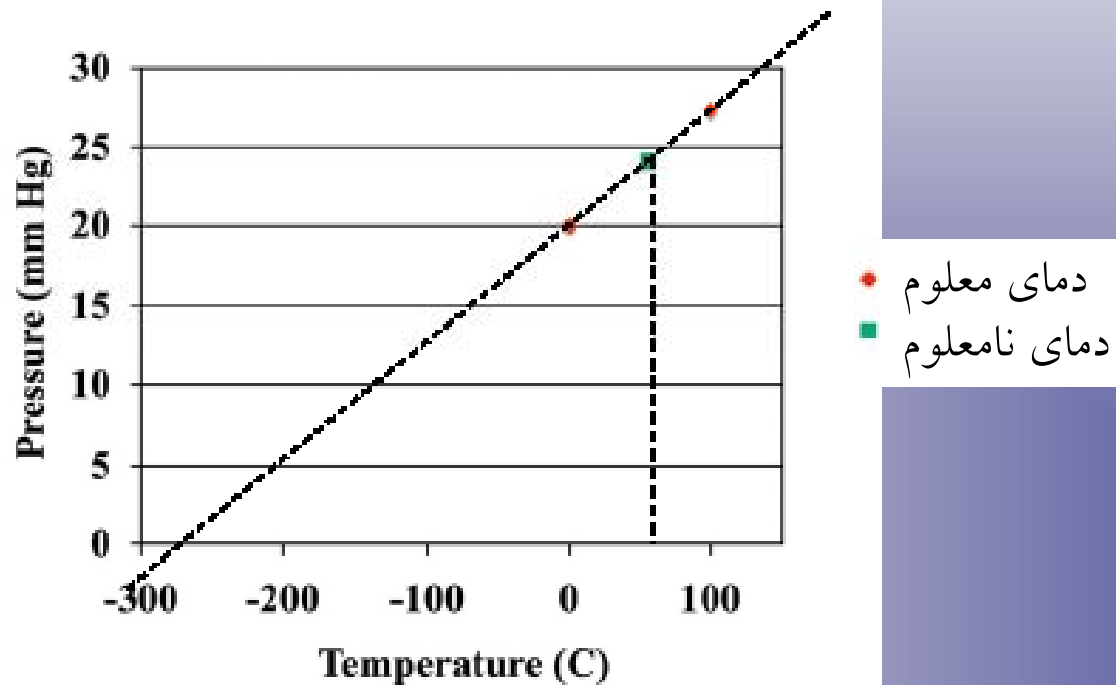
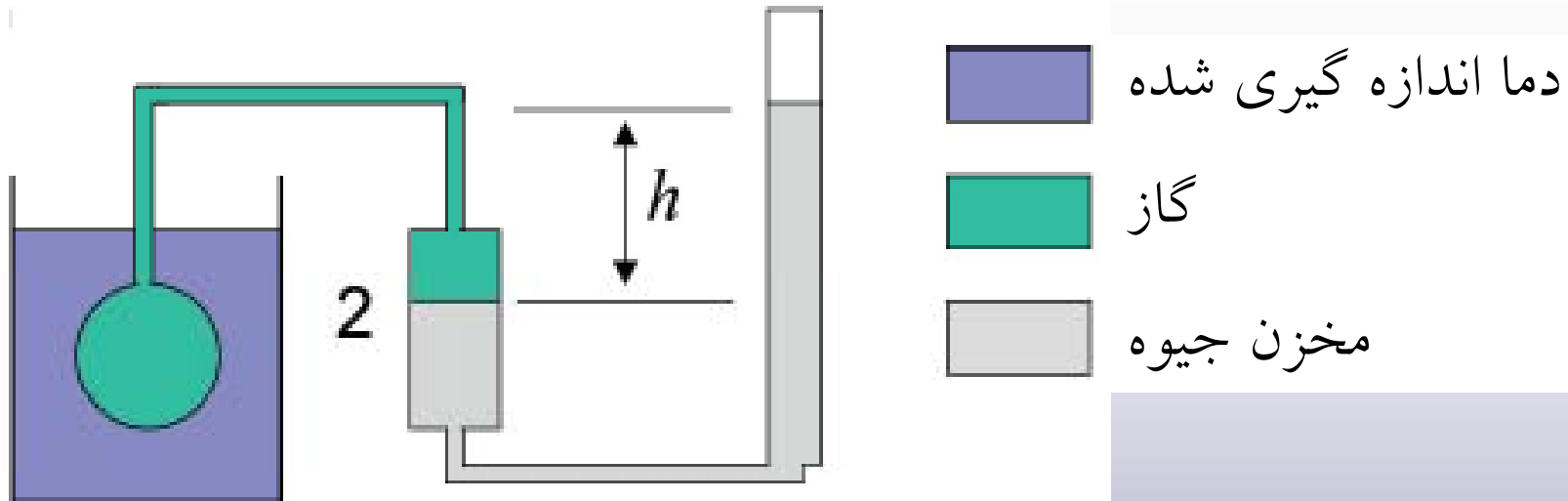
در دمای صفر مطلق $\theta_K = T = 0 K$

اتمها و مولکولها انرژی جنبشی ندارند و ماده در حالت جامد است.

در دماسنج فارنهایت و سلسیوس مبتنی بر نقاط جوش و انجماد آب هستند.

دماسنج کلوین و رانکین مبتنی بر نقطه صفر مطلق هستند.

دماسنج گازی ساده شده با حجم ثابت



دمای گاز کامل

نتایج آزمایشها بر روی تعدادی از دماسنجهای گازی مختلف با حجم ثابت نشان می دهد که گرچه دمای مربوطه در فشار نقطه سه گانه آب به جنس گاز بستگی دارد، ولی وقتی مقدار این فشار کاهش داده شود تا به صفر برسد، تمام گازها یک دما را نشان می دهند. یعنی:

$$\theta = 273.16(^{\circ} K) \lim_{P_{TP} \rightarrow 0} \left(\frac{P}{P_{TP}} \right)$$



دمای یک گاز کامل

مثال ۱

دو سیستم نمک پارامغناطیسی A و B و یک سیستم گازی C در تعادل گرمایی اند. تعادل A و B و تعادل B و C به صورت زیر می‌باشند که در آن n ، R ، C_c ، C'_c و Θ مقادیر ثابت و معینی هستند. کدام عبارت متناسب با دمای دستگاه مورد نظر نیست.

تعادل A و B: $\longrightarrow 4\pi nRC_cH - MPV = 0$ $\frac{PV}{nR}$ (الف)

تعادل B و C: $\longrightarrow nR\Theta M' + 4\pi nRC'_cH' - M'PV = 0$ $\frac{4\pi C_c H}{M}$ (ب)

$\frac{4\pi C'_c H'}{M'}$ (ج)

$\Theta + \frac{4\pi C'_c H'}{M'}$ (د)

حل مثال ۱

دو سیستم نمک پارامغناطیسی A و B و یک سیستم گازی C در تعادل گرمایی اند. تعادل A و B و تعادل B و C به صورت زیر می‌باشند که در آن n ، R ، C_c ، C'_c و Θ مقادیر ثابت و معینی هستند. کدام عبارت متناسب با دمای دستگاه مورد نظر نیست.

تعادل A و B: $\longrightarrow 4\pi nRC_c H - MPV = 0$

تعادل B و C: $nR\Theta M' + 4\pi nRC'_c H' - M'PV = 0$

(الف) $\frac{PV}{nR}$

(ب) $\frac{4\pi C_c H}{M}$

(ج) $\frac{4\pi C'_c H'}{M'}$

(د) $\Theta + \frac{4\pi C'_c H'}{M'}$

$\Theta + 4\pi C'_c \frac{H'}{M'} = \frac{PV}{nR}$

$4\pi C_c \frac{H}{M} = \frac{PV}{nR}$

$\frac{PV}{nR} = 4\pi C'_c \frac{H'}{M'} = \Theta + 4\pi C'_c \frac{H'}{M'} = \theta$

مثال ۲

سه سیستم گازی A، B و C در تعادل گرمایی اند. اگر تعادل گرمایی بین سیستمها به صورت زیر داده شوند، کدام عبارت متناسب با دمای دستگاه مورد نظر نیست.

تعادل A و C: $\longrightarrow PV - nbP - P''V'' = 0$

تعادل B و C: $\longrightarrow P'V' - P''V'' + \frac{nB'P''V''}{V'} = 0$

(الف) $P''V''$

(ب) $P(V - nb)$

(ج) $\frac{P_c V'}{1 - nB'/V'}$

(د) PV

حل مثال ۲

سه سیستم گازی A، B و C در تعادل گرمایی اند. اگر تعادل گرمایی بین سیستمها به صورت زیر داده شوند، کدام عبارت متناسب با دمای دستگاه مورد نظر نیست.

تعادل A و C: $PV - nbP - P''V'' = 0$

تعادل B و C: $P'V' - P''V'' + \frac{nB'P''V''}{V'} = 0$

(الف) $P''V''$

(ب) $P(V - nb)$

$$\frac{P'V'}{1 - nB'/V'} = P''V''$$

$$P(V - nb) = P''V''$$

(ج) $\frac{P_c V'}{1 - nB'/V'}$

(د) PV

$$P''V'' = P(V - nb) = \frac{P'V'}{1 - nB'/V'} = \theta$$

فصل دوم

سیستمهای ترمودینامیکی ساده

■ فصل ۲ (سیستمهای ترمودینامیکی ساده)

- تعادل ترمودینامیکی
- نمودار PV مواد خالص
- حالت ماده
- نمودار P□ مواد خالص
- چند سیستم ترمودینامیکی ساده
- مختصاتهای فزونوری و نافزونوری
- مثالها

تعادل ترمودینامیکی (مکانیکی)

حالت انرژی

ناپایدار (Unstable): غلتیدن یا افتادن

پایدار (Stable): ساکن ماندن با کمترین انرژی

شبه پایدار (Metastable): پایین افتادن با یک کمی انرژی

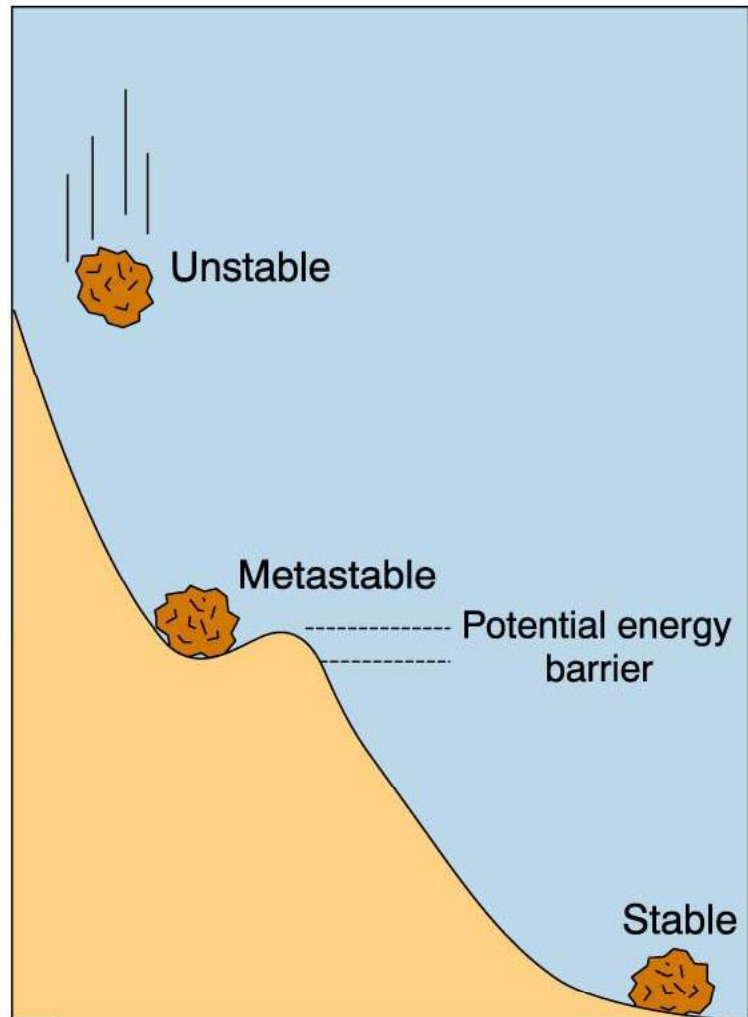


Figure 5-1. Stability states. Winter (2001) An Introduction to Igneous and Metamorphic Petrology. Prentice Hall.

تعادل ترمودینامیکی

تعادل مکانیکی

تعادل شیمیایی

تعادل گرمایی

شرایط تعادل ترمودینامیکی :

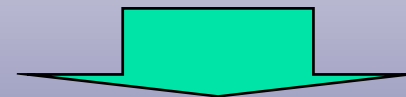
حالات تعادل ترمودینامیکی را می توان بر حسب مختصات ماکروسکوپی که تابع زمان نیستند، یعنی بر حسب مختصات ترمودینامیکی توصیف کرد

اگر هیچ یک از شرایط مربوط به سه نوع تعادل (تعادل ترمودینامیکی) برقرار نباشد، سیستم ناپایدار خواهد شد

تعادل ترمودینامیکی

حالات تعادل ترمودینامیکی را می توان بر حسب مختصات ماکروسکوپی که تابع زمان نیستند، یعنی بر حسب مختصات ترمودینامیکی توصیف کرد

در بررسی حالات عدم تعادل، باید سیستم را به تعداد زیادی زیر سیستم تقسیم کرد به طوری که این زیر سیستمها در تعادل به سر می برنند و می توان با نوشتن مختصات ماکروسکوپی، آنها را توصیف کرد



هر سیستم ترمودینامیکی، سه
مختصه ترمودینامیکی دارد

۲ متغیر مستقل

۱ متغیر وابسته

از معادله حالت تعیین می شود ←

نمودار PV (ماده خالص)

شکل صفحه ۳۹ کتاب مرجع درسی (زیمانسکی) را ببینید

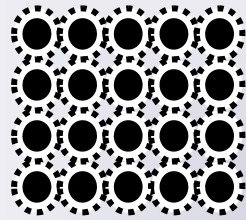
نقطه بحرانی :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_{\theta} = 0 \\ \left(\frac{\partial^2 P}{\partial V^2} \right)_{\theta} = 0 \end{array} \right.$$

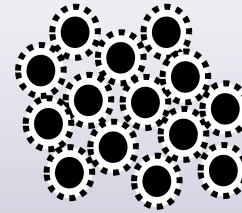
نقطه بحرانی (نقطه عطف منحنی همدمای بحرانی)

منحنی همدمای مربوط به دمای بحرانی را منحنی **همدمای بحرانی** می گویند.

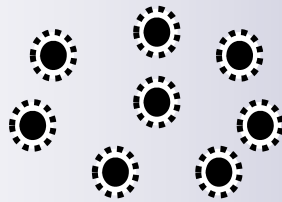
حالت ماده چیست؟



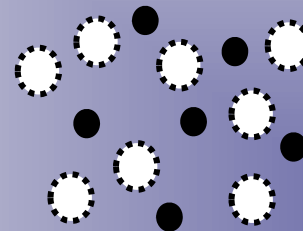
جامد (Solid)



مایع (Liquid)



گاز (Gas)

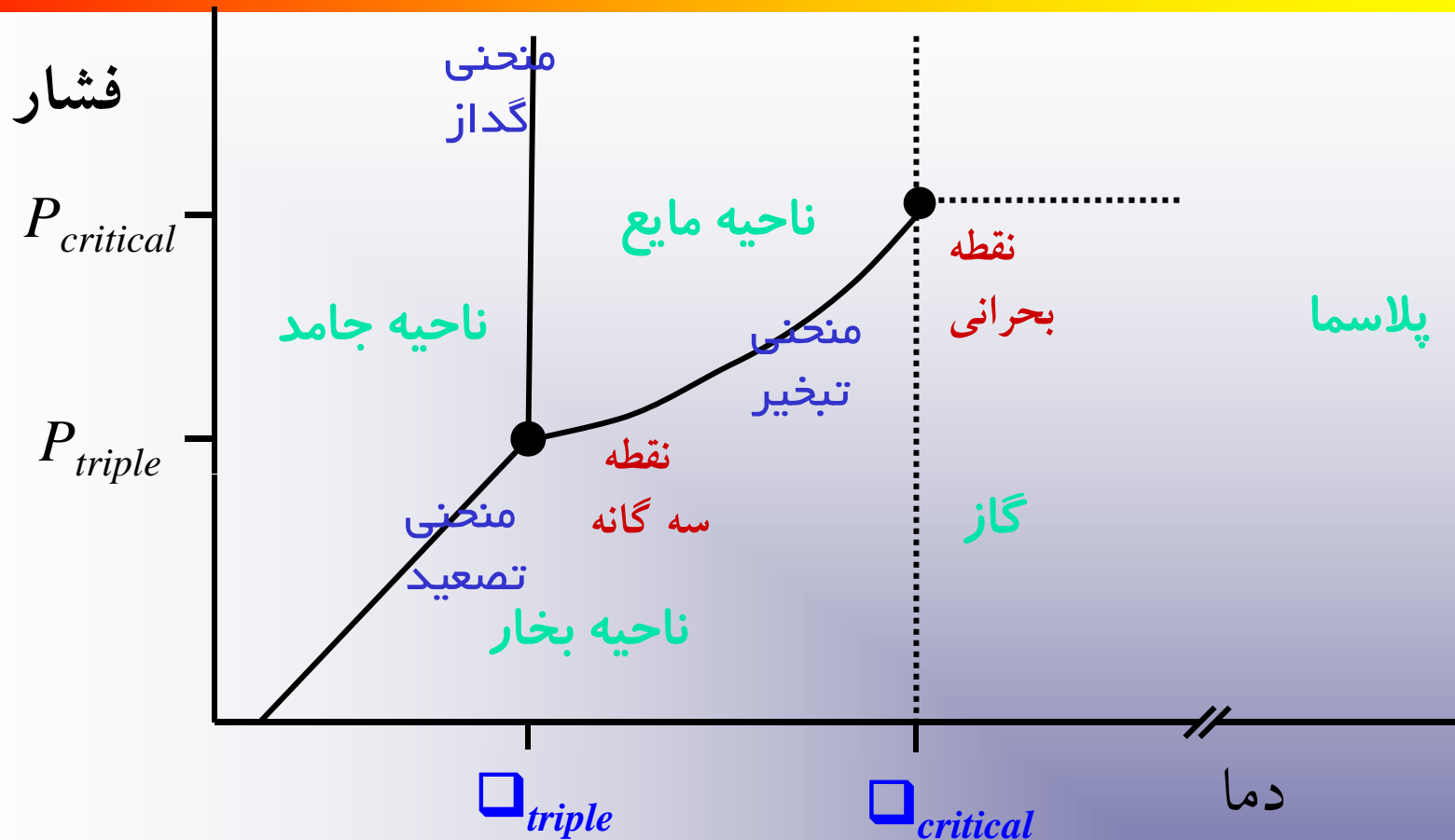


پلازما (Plasma)

حالت ماده

- دیاگرام فاز (Phase Diagram)
- رسم نمودار فشار بر حسب دما
- نقطه سه گانه (Triple Point)
- نقطه محل تلاقی سه فاز (جامد، مایع و گاز) روی دیاگرام فاز
- نقطه بحرانی (Critical Point)
- نقطه ای روی دیاگرام فاز که چگالی فازهای مایع و بخار یکسان است

نمودار P - V (حالت یک ماده خالص)



با زیاد شدن فشار، منحنی گداز

- در آب و یخ با نقطه ذوب کم می شود (تمایل منحنی گداز کمی به چپ)
- در دی اکسید کربن نقطه ذوب زیاد می شود (تمایل منحنی گداز کمی به راست)

معادله‌های حالت

معادله گاز کامل $Pv = R\theta$

در فشارهای پایین و در نواحی بخار و گاز معتبر است (معادله **بتی** - **بریجمن**)

$$P = \frac{R\theta(1-\varepsilon)}{v^2}(v+B) - \frac{A}{v^2}$$

$$A = A_0\left(1 - \frac{a}{v}\right); \quad B = B_0\left(1 - \frac{b}{v}\right); \quad \varepsilon = \frac{c}{v\theta^3}$$

$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v-b) = R\theta$$

معادله گاز حقیقی

معادله‌های حالت

مختصات ترمودینامیکی مختصات ماکروسکوپی هستند

حل معادله حالت برای حجم :

$$V = f(\theta, P)$$

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} \right)_P d\theta + \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_\theta dP$$

ضریب انبساط حجمی

$$\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} \right)_\theta$$

ضریب تراکم پذیری همدم

$$\kappa = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_\theta$$

بعد ضریب تراکم پذیری عکس فشار است

معادله‌های حالت

: حل معادله حالت برای فشار

$$P = f(\theta, V)$$

$$dP = \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right)_V d\theta + \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_\theta dV$$

: حل معادله حالت برای دما

$$\theta = f(P, V)$$

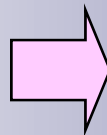
$$d\theta = \left(\frac{\partial \theta}{\partial P} \right)_V dP + \left(\frac{\partial \theta}{\partial V} \right)_P dV$$

دو قضیه ریاضی

فرض : $f(x, y, z) = 0$

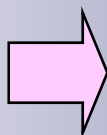
$$\left. \begin{aligned} dx &= \left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_z dy + \left(\frac{\partial x}{\partial z} \right)_y dz \\ dy &= \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_z dx + \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_x dz \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$dx = 0; dz \neq 0$$



$$\left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_z = \frac{1}{\left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_z}$$

$$dx \neq 0; dz = 0$$



$$\left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y = -1$$

چند سیستم ترمودینامیکی ساده

سیستم هیدرواستاتیکی (P, V, θ)

از قضیه دوم :

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_\theta \left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)_P = -\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_\theta$$

ضریب انبساط حجمی

$$\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)_\theta$$

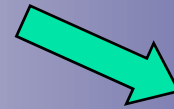
ضریب تراکم پذیری همدم

$$\kappa = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_\theta$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \theta}\right)_V = \frac{\beta}{\kappa}$$

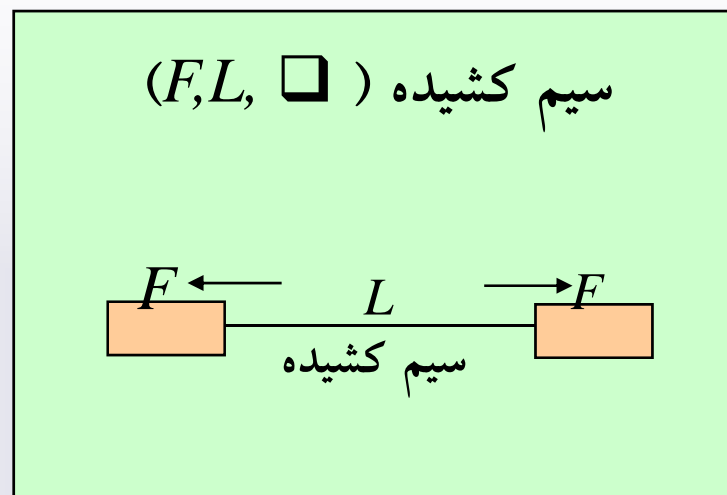
$$P = f(\theta, V)$$

$$dP = \left(\frac{\partial P}{\partial \theta}\right)_V d\theta + \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_\theta dV \rightarrow dP = \frac{\beta}{\kappa} d\theta - \frac{1}{\kappa V} dV$$



$$\Delta P = \frac{\beta}{\kappa} \Delta \theta - \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

چند سیستم ترمودینامیکی ساده



سیم کشیده:

❖ کشش سیم بر حسب نیوتن F

❖ طول سیم بر حسب متر L

❖ دمای گاز کامل \square

ضریب انبساط خطی $\alpha = \frac{1}{L} \left(\frac{\partial L}{\partial \theta} \right)_F$

مدول همدمای یانگ $Y = \frac{L}{A} \left(\frac{\partial F}{\partial L} \right)_\theta$

چند سیستم ترمودینامیکی ساده

لایه سطحی
(S, A, \square)

مانند لایه نازک روغن بر سطح آب

لایه سطحی:

- ❖ کشش سطحی بر حسب نیوتن بر متر S
- ❖ مساحت لایه نازک بر حسب متر مربع A
- ❖ دمای گاز کامل \square

چند سیستم ترمودینامیکی ساده

باتری الکتریکی
(\mathcal{M}, Z, \square)
 Z : بار الکتریکی
 \mathcal{M} : نیروی الکتروموتوری

باتری الکتریکی برگشت پذیر:
❖ نیروی الکتروموتوری بر حسب ولت
 \mathcal{M}
❖ بار بر حسب کولن Z
❖ دمای گاز کامل \square

چند سیستم ترمودینامیکی ساده

بره دی الکتریکی (ϵ, ρ, E)



بره دی الکتریک:

❖ شدت میدان الکتریکی بر حسب ولت بر متر E

❖ قطبش بر حسب کولن متر ρ

❖ دمای گاز کامل \square

$$D = \epsilon_0 E + \frac{\Pi}{V} \quad \text{: بردار جابجایی}$$

$$\frac{\Pi}{V} = \left(a + \frac{b}{\theta} \right) E \quad \text{: قطبش بر حجم}$$

چند سیستم ترمودینامیکی ساده

میله پارامغناطیسی (H, M, \square)

(

میله پارامغناطیسی:

❖ شدت مغناطیسی بر حسب آمپر بر متر H

❖ آهنربایش بر حسب آمپر متر مربع M

❖ دمای گاز کامل \square

$$B = \mu_0 \left(H + \frac{M}{V} \right) \quad \text{القای مغناطیسی}$$

تعاریف

فزون نور (Extensive):

وابسته به اندازه سیستم، مقدارش برای کل سیستم برابر است با مجموع مقادیر قسمت‌های مختلف

نافزون نور (Intensive):

مستقل از اندازه سیستم، مقدارش برای هر یک از قسمت‌های سیستم و کل آن برابر است.

مختصات فزونوری و نافزونوری

سیستم‌های ساده	مختصه نافزونور	مختصه فزونور
سیستم هیدرواستاتیکی (P, V, \square)	فشار (P)	حجم (V)
سیم کشیده (F, L, \square)	کشش (F)	طول (L)
لایه سطحی (S, A, \square)	کشش سطحی (S)	مساحت (A)
باتری الکتریکی (\mathcal{M}, Z, \square)	نیروی الکتروموتوری (\mathcal{M})	بار (Z)
بره دی الکتریکی (E, \mathcal{R}, \square)	شدت الکتریکی (E)	قطبش (\mathcal{R})
میله پارامغناطیسی (H, M, \square)	شدت مغناطیسی (H)	آهنربایش (M)

مثال ۱

برای یک گاز با معادله حالت واندروالس ضریب انبساط حجمی β را تعیین کنید.

$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = R\theta$$



معادله حالت واندروالس

$$\beta = \frac{Rv^2(v - b)}{R\theta v^3 - 2a(v - b)^2} \quad (\text{الف})$$

$$\beta = \frac{Rv^2(v - b)}{R\theta v^3 - 2b(v - a)^2} \quad (\text{ب})$$

$$\beta = \frac{1}{\theta} \quad (\text{ج})$$

$$\beta = \theta \quad (\text{د})$$

حل مثال ۱

برای یک گاز با معادله حالت واندروالس ضریب انبساط حجمی β را تعیین کنید.

معادله حالت واندروالس : $(P + \frac{a}{v^2})(v - b) = R\theta$

$$\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} \right)_P = - \frac{1}{V} \frac{\left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right)_V}{\left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_\theta}$$

$$P = \frac{R\theta}{v-b} - \frac{a}{v^2} \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right)_V = \frac{R}{v-b} \\ \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_\theta = -\frac{R\theta}{(v-b)^2} + \frac{2a}{v^3} \end{cases}$$

$$\beta = \frac{Rv^2(v-b)}{R\theta v^3 - 2a(v-b)^2} \quad (\text{الف})$$

$$\beta = \frac{Rv^2(v-b)}{R\theta v^3 - 2b(v-a)^2} \quad (\text{ب})$$

$$\beta = \frac{1}{\theta} \quad (\text{ج})$$

$$\beta = \theta \quad (\text{د})$$

مثال ۲

فلزی با ضریب انبساط حجمی β و ضریب تراکم همدمای κ در فشار P_0 و θ_0 قرار دارد. اگر این فلز توسط یک لایه ضخیم با ضریب انبساط و تراکم ناچیز کاملاً پوشانده شود، با افزایش دما به $\frac{3}{2}\theta_0$ ، فشار نهایی چه تغییری می‌کند؟

$$\frac{1}{2}P_0 \text{ (الف)}$$

$$2P_0 \text{ (ب)}$$

$$\frac{3}{2}P_0 \text{ (ج)}$$

$$\frac{2}{3}P_0 \text{ (د)}$$

حل مثال ۲

فلزی با ضریب انبساط حجمی β و ضریب تراکم همدمای κ در فشار P_0 و θ_0 قرار دارد. اگر این فلز توسط یک لایه ضخیم با ضریب انبساط و تراکم ناچیز کاملاً پوشانده شود، با افزایش دما به $\frac{3}{2}\theta_0$ ، فشار نهایی چه تغییری می‌کند؟

$$P = P(V, \theta) \rightarrow dP = \frac{\beta}{\kappa} d\theta - \frac{1}{\kappa V} dV \quad \frac{1}{2} P_0 \text{ (الف)}$$

$$dP = \frac{\beta}{\kappa} d\theta \quad \Leftarrow \quad dV = 0 \quad \leftarrow \text{پوشش خارجی حجم را تغییر نمی‌دهد} \quad 2P_0 \text{ (ب)}$$

$$P - P_0 = \frac{\beta}{\kappa} (\theta - \theta_0) = \frac{1}{2} \frac{\beta}{\kappa} \theta_0 = \frac{P_0}{2} \quad \frac{3}{2} P_0 \text{ (ج)}$$

$$\Rightarrow P = \frac{3P_0}{2} \quad \frac{2}{3} P_0 \text{ (د)}$$

مثال ۳

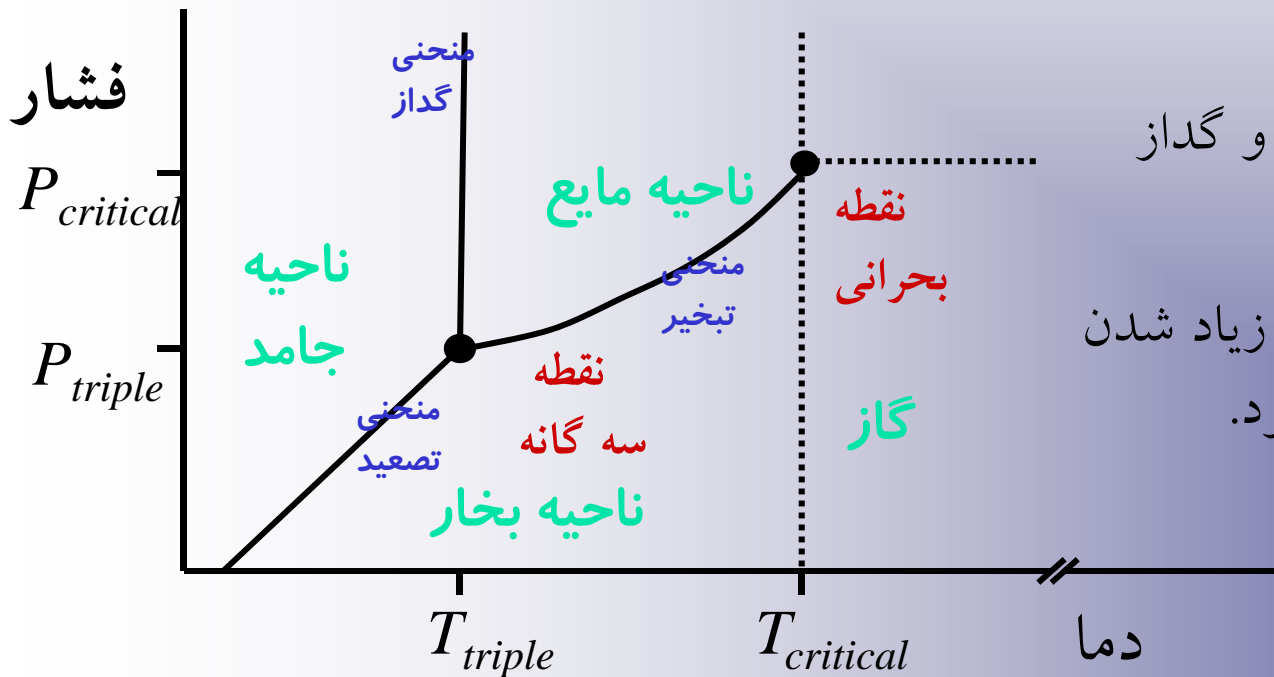
کدام گزینه زیر در مورد نمودار $P\theta$ برای صحیح می باشد؟

(الف) شیب منحنی تبخیر برای تمام مواد مثبت است.

(ب) مرز ناحیه مایع، منحنی گداز و منحنی تصعید می باشد.

(ج) شیب منحنیهای تصعید و گداز همواره مثبت است.

(د) در مخلوط آب و یخ، با زیاد شدن فشار، نقطه ذوب زیاد می شود.



مثال ۳

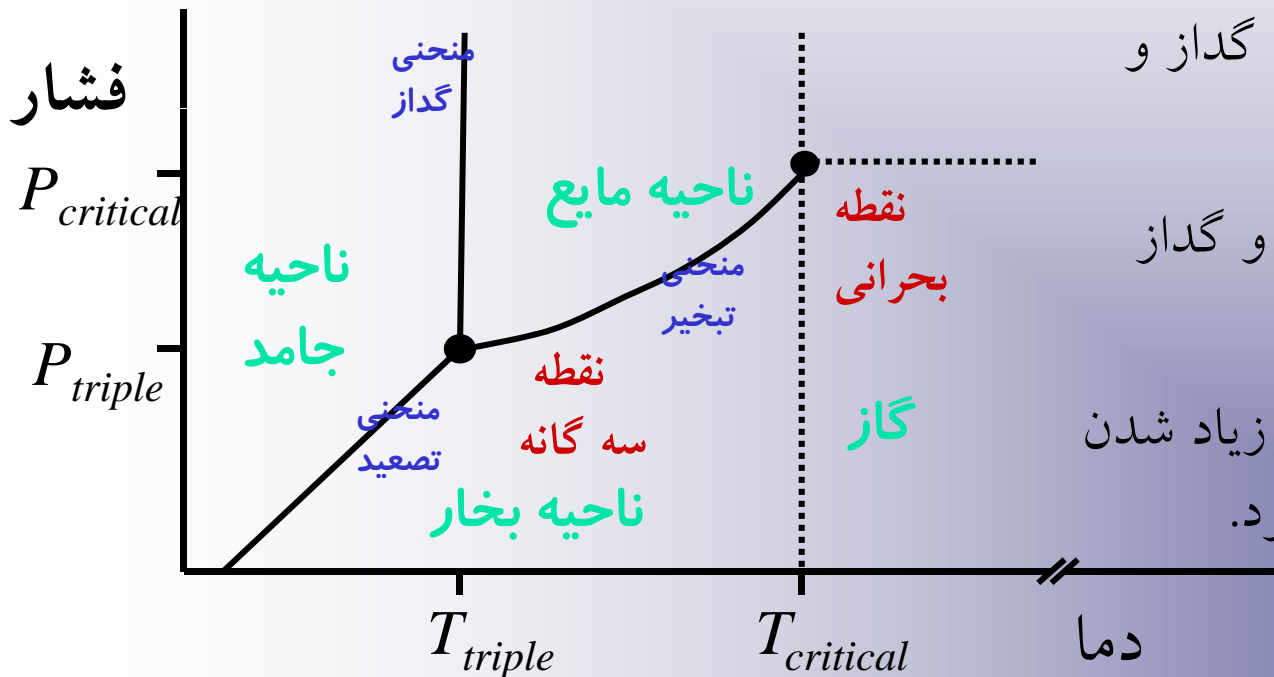
کدام گزینه زیر در مورد نمودار $P\theta$ برای صحیح می باشد؟

(الف) شیب منحنی تبخیر برای تمام مواد مثبت است.

(ب) مرز ناحیه مایع، منحنی گداز و منحنی تصعید می باشد.

(ج) شیب منحنیهای تصعید و گداز همواره مثبت است.

(د) در مخلوط آب و یخ، با زیاد شدن فشار، نقطه ذوب زیاد می شود.



نکته: شیب منحنی تبخیر در بعضی مواد مانند دی اکسید کربن مثبت و برای بعضی دیگر مانند آب، منفی می باشد.

فصل سوم

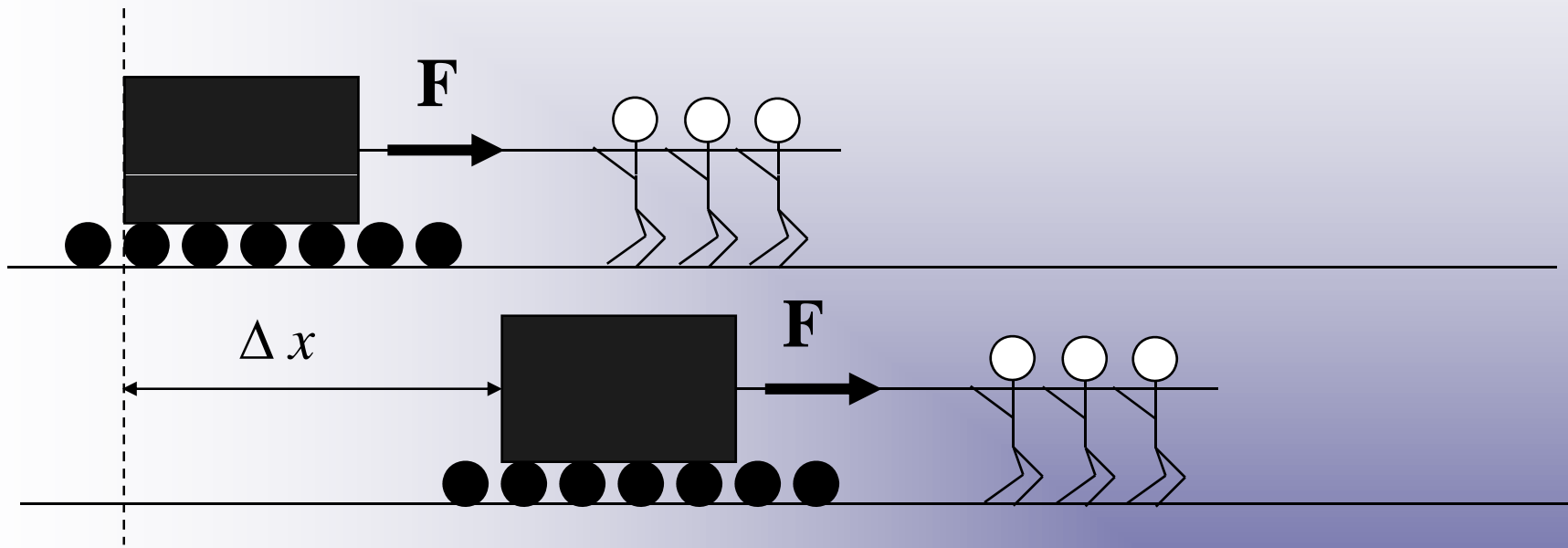
کار

■ فصل ۳ (کار)

- کار مکانیکی
- فرایند ایستاوار
- کار سیستم هیدرواستاتیکی
- محاسبه کار چند سیستم ترمودینامیکی
- مثالها

کار مکانیکی

اگر جسمی در اثر نیروی وارد بر آن تغییر مکان دهد، گفته می شود که کار انجام شده است

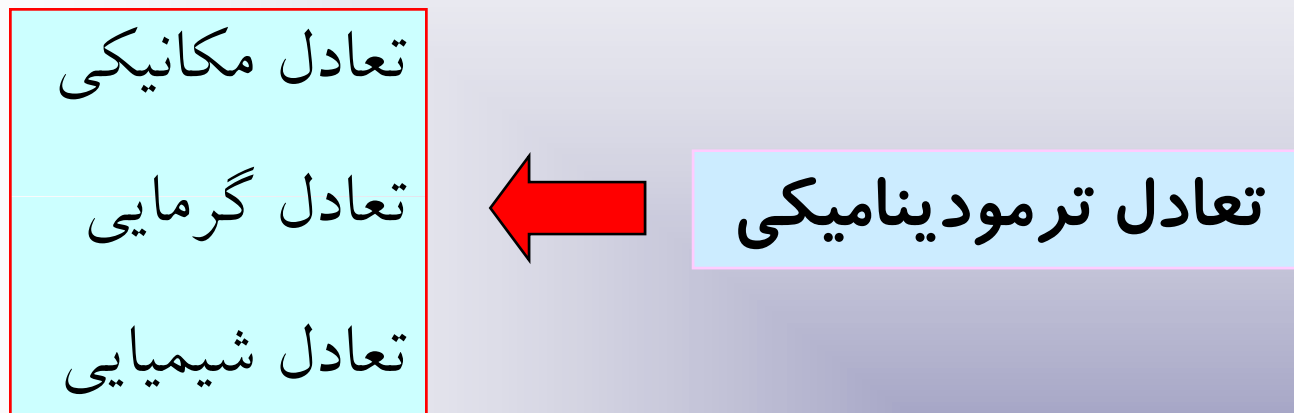


کار = حاصلضرب نیرو و مولفه تغییر مکان به موازات نیرو

کار داخلی در ترمودینامیک جایی ندارد

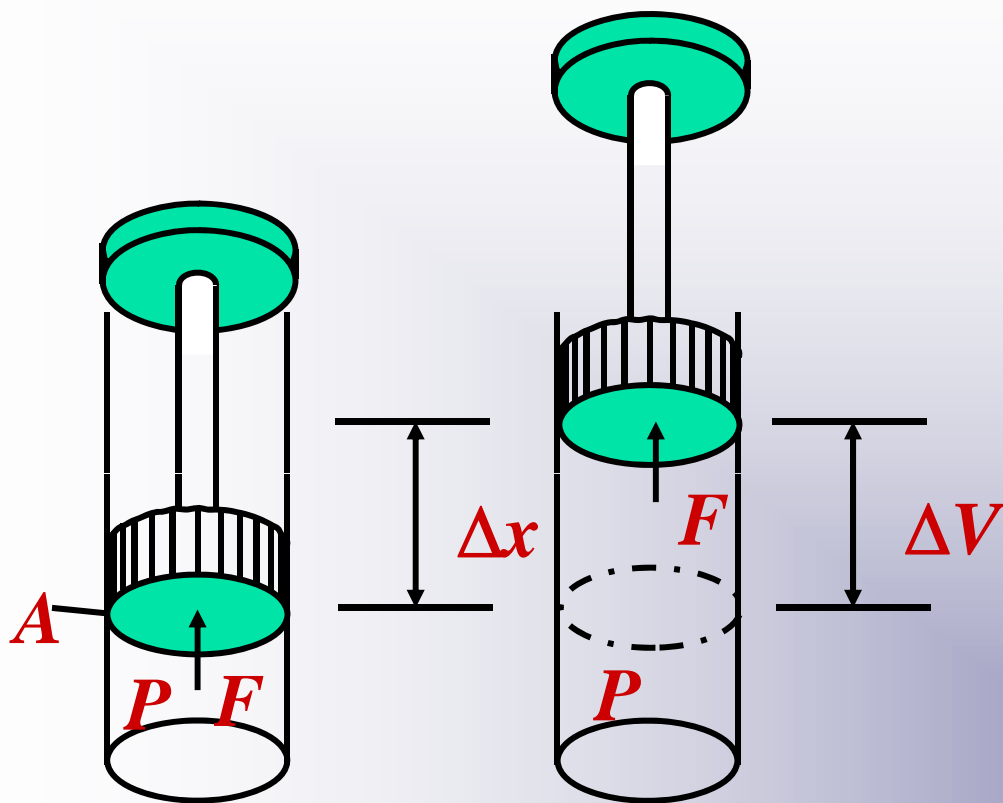
فرایند ایستاوار

فرایند ایستاوار



در طی یک فرایند ایستاوار، سیستم در تمام لحظات خیلی نزدیک به حالت تعدادل ترمودینامیکی است

کار سیستم هیدرواستاتیکی



ثابت P

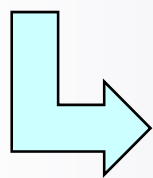
$$\Delta W = -F \Delta x$$

$$= -\frac{F}{A} A \Delta x$$

$$= -P \Delta V$$

کار سیستم هیدرواستاتیکی

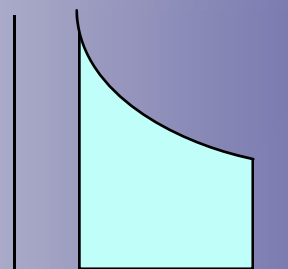
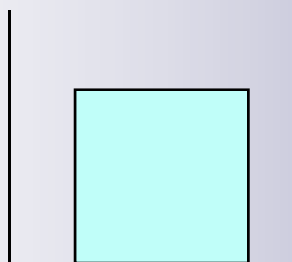
در یک فرایند محدود ایستاوار



$$W_{i \rightarrow f} = - \int_{V_i}^{V_f} P dV$$

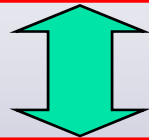
$$W_{i \rightarrow f} = -W_{f \rightarrow i}$$

- کار به فرایند مربوطه بستگی دارد.
- سطح زیر منحنی معادل با کار است.

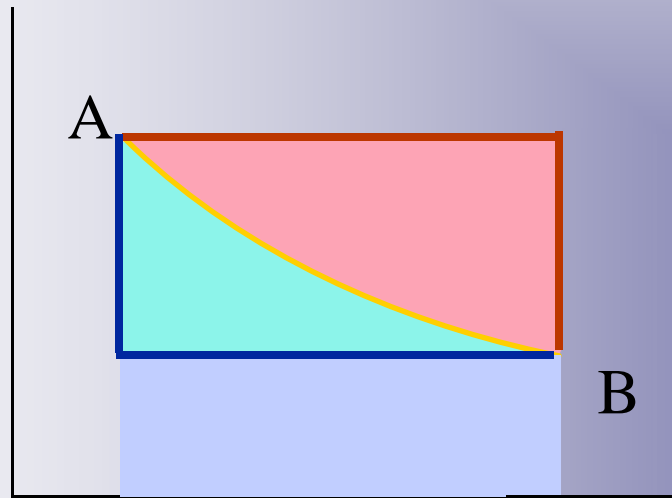


نکات

کار انجام شده توسط یک سیستم نه تنها به حالت‌های اولیه و نهایی، بلکه به حالت‌های بین این دو، یعنی مسیر نیز بستگی دارد.



یک مقدار بی نهایت کوچک کار یک دیفرانسیل غیر کامل است



مثال ۱

مثال ۱: کار لازم در انبساط یا تراکم همفشار یک گاز کامل

حل مثال ۱

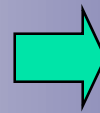
مثال ۱: کار لازم در انبساط یا تراکم همفشار یک گاز کامل

$$W = - \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

$$= - p \int_{V_1}^{V_2} dV = - p (V_2 - V_1)$$

معادله حالت

$$pV = nRT$$



$$W = -nR(T_2 - T_1)$$

مثال ۲

مثال ۲ : کار لازم در انبساط یا تراکم ایستاوار همدمای یک گاز کامل

حل مثال ۲

مثال ۲ : کار لازم در انبساط یا تراکم ایستوار همدمای یک گاز کامل

$$W = - \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

$$pV = nRT \quad \text{معادله حالت}$$

$$W = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV = -nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} dV \rightarrow$$

$$W = -nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad \left. \begin{array}{l} \\ p_1 V_1 = p_2 V_2 \end{array} \right\} \rightarrow \boxed{W = -nRT \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)}$$

مثال ۳

مثال ۳ : کار لازم در اثر افزایش ایستاوار و همدمای فشار وارد بر یک جامد

حل مثال ۳

مثال ۳: کار لازم در اثر افزایش ایستاوار و همدمای فشار وارد بر یک جامد

$$W = - \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

$$V = V(P, \theta) \Rightarrow dV = \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_\theta dP + \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} \right)_P d\theta$$

تراکم همدمای $\kappa = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_\theta$

$$dV = -\kappa V dP$$

$$W = \int_{P_i}^{P_f} \kappa V P dP \approx \frac{\kappa V}{2} (P_f^2 - P_i^2)$$

چگالی جرمی: $\rho = m/V$

$$W \approx \frac{m\kappa}{2\rho} (P_f^2 - P_i^2)$$

مثال ۴

مثال ۴ : کار لازم برای تغییر طول یک سیم کشیده

حل مثال ۴

مثال ۴ : کار لازم برای تغییر طول یک سیم کشیده

$$W = \int_{L_i}^{L_f} F dL$$

$$L = L(F, \theta) \Rightarrow dL = \left(\frac{\partial L}{\partial F} \right)_{\theta} dF + \left(\frac{\partial L}{\partial \theta} \right)_{F} d\theta$$

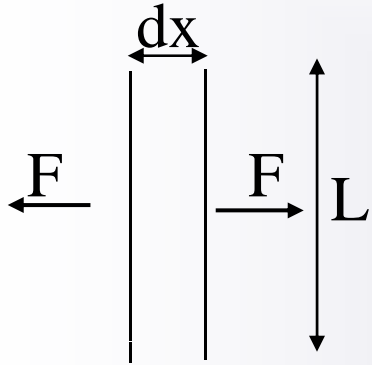
ضریب یانگ همدمما $Y = \frac{L}{A} \left(\frac{\partial F}{\partial L} \right)_{\theta}$

$$dL = \frac{L}{YA} dF$$

$$W = \frac{L}{YA} \int_{F_i}^{F_f} \kappa F dF \Rightarrow W \approx \frac{L}{2YA} (F_f^2 - F_i^2)$$

مثال ۵

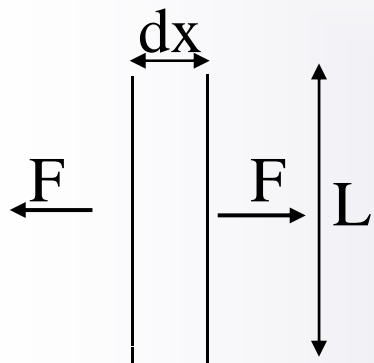
مثال ۵ : کار لازم برای تغییر مساحت یک لایه سطحی نازک



نیرویی که از طرف مایعات به واحد طول به صورت عمودی وارد می‌شود را **ضریب کشش سطحی** S می‌نامند.

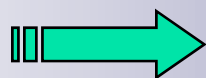
حل مثال ۵

مثال ۵ : کار لازم برای تغییر مساحت یک لایه سطحی نازک



نیرویی که از طرف مایعات به واحد طول به صورت عمودی وارد می شود را **ضریب کشش سطحی** S می نامند.

$$dW = 2sLdx$$



$$dW = s dA$$

$$Ldx + Ldx = 2Ldx = dA$$

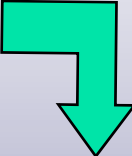
$$W = \int_{A_i}^{A_f} s dA$$

$$s = s_0 \left(1 - \frac{\theta}{\theta_0}\right)^n$$

مثال ۶

مثال ۶ : کار لازم برای تغییر بار یک باتری بر گشت پذیر

بار الکتریکی $dZ = i dt$



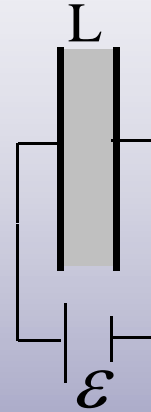
$dW = \varepsilon dZ$

مثال ۷

مثال ۷ : کار لازم برای تغییر قطبش یک جامد دی الکتریک

شدت میدان الکتریکی:

$$E = \frac{\varepsilon}{L}$$



حل مثال ۷

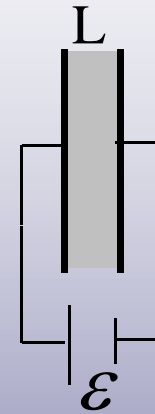
مثال ۷ : کار لازم برای تغییر قطبش یک جامد دی الکتریک

شدت میدان الکتریکی: $E = \frac{\varepsilon}{L}$

$$dW = \varepsilon dZ = EL dZ$$

$Z = DA$ D : جابجایی الکتریکی

$$\left. \begin{array}{l} dW = \varepsilon dZ = EL dZ \\ Z = DA \end{array} \right\} \begin{array}{l} dW = AL EdD \\ = VE dE \end{array}$$



تغییر قطبش
یک دی الکتریک جامد

V : حجم ماده دی الکتریک

ادامه حل مثال ۷

⊗: قطبش (گشتاور دو قطبی) کل

$$D = \epsilon_0 E + \frac{\Pi}{V}$$

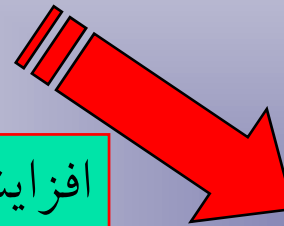
$$dW = V \epsilon_0 E dE + E d\Pi$$



افزایش شدت میدان الکتریکی

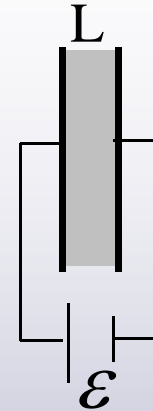


افزایش قطبش دی الکتریک



$$W = \int_{\Pi_i}^{\Pi_f} E d\Pi$$

کار در دی الکتریک



تغییر قطبش
یک دی الکتریک جامد



مثال ۸

مثال ۸ : کار لازم برای تغییر آهنربایش یک جامد مغناطیسی

حل مثال ۸

مثال ۸ : کار لازم برای تغییر آهنربایش یک جامد مغناطیسی

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= -NA \frac{dB}{dt} \\ dW &= -\varepsilon dZ \end{aligned} \right\} dW = N A i dB$$

N : تعداد دور سیم با جریان i

$$dW = V H dB$$

$$B = \frac{\mu_0 N i}{2\pi R} \Rightarrow H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{A N i}{V}$$

قانون آمپر

ادامه حل مثال ۸

$$dW = VH dB$$

$$B = \mu_0 H + \mu_0 \frac{M}{V}$$

$$dW = V\mu_0 H dH + \mu_0 H dM$$

کار افزایش آهنربایش ماده

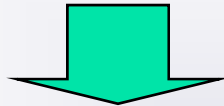
کار افزایش میدان مغناطیسی

$$W = \int_{M_i}^{M_f} \mu_0 H dM$$

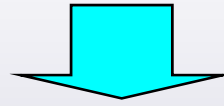
کار تغییر مغناطش ماده

خلاصه

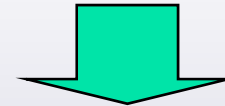
کار = حاصلضرب یک کمیت نافزونور در یک کمیت فزونور است.



جابجایی تعمیم یافته



نیروی تعمیم یافته



کار کمیتی فزونور است

هر سیستم ساده شامل:

- سه مختصه ترمودینامیکی است که دو متغیر مستقل و یکی وابسته می باشد.
- یک معادله حالت که متغیر سوم از آن بدست می آید.

در یک سیستم مرکب از دو سیستم ساده شامل پنج مختصه ترمودینامیکی که دو متغیر از دو معادله حالت و سه متغیر مستقل را تشکیل می دهند.

مساله ۱

در یک انبساط بی درروی گاز ایده‌ال، اگر حجم گاز دو برابر شود دمای آن چه تغییری می‌کند؟

(الف) $59/1$ برابر می‌شود.

(ب) ثابت باقی می‌ماند.

(ج) دو برابر می‌شود.

(د) $63/0$ برابر می‌شود.

حل مساله ۱

در یک انبساط بی درروی گاز ایده‌ال، اگر حجم گاز دو برابر شود دمای آن چه تغییری می‌کند؟

فرایند بی‌درروی: $PV^\gamma = P_0V_0^\gamma \Rightarrow \frac{P}{P_0} = \left(\frac{V_0}{V}\right)^\gamma$

گاز ایده‌ال: $\left. \begin{array}{l} PV = nR\theta \\ P_0V_0 = nR\theta_0 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{P}{P_0} = \frac{V_0}{V} \frac{\theta_0}{\theta}$

برای گاز ایده‌ال: $\gamma = \frac{5}{2}$

$$\left(\frac{V_0}{V}\right)^{\gamma-1} = \frac{\theta}{\theta_0} \rightarrow \frac{\theta}{\theta_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2/3} = 0.63$$

(الف) ۵۹٪ برابر می‌شود.

(ب) ثابت باقی می‌ماند.

(ج) دو برابر می‌شود.

(د) ۶۳٪ برابر می‌شود.

مساله ۲

در یک انبساط بی درروی ایستاوار گاز کامل چقدر کار باید انجام گیرد تا از حالت اولیه (P_0, V_0) به حالت نهایی (P, V) تغییر کند؟

$$\frac{PV - P_0V_0}{\gamma - 1} \quad (\text{الف})$$

$$R\theta \ln\left(\frac{P_0V_0}{PV}\right) \quad (\text{ب})$$

$$nR\theta \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) \quad (\text{ج})$$

$$P^2V^2 - P_0^2V_0^2 \quad (\text{د})$$

حل مساله ۲

در یک انبساط بی درروی ایستوار گاز کامل چقدر کار باید انجام گیرد تا از حالت اولیه (P_0, V_0) به حالت نهایی (P, V) تغییر کند؟

فرایند بی درروی: $PV^\gamma = K \equiv \text{constant}$



$$\left. \begin{array}{l} P = KV^{-\gamma} \\ W = -\int_{V_0}^V PdV \end{array} \right\} \Rightarrow W = \frac{1}{\gamma-1} (KV^{1-\gamma} - KV_0^{1-\gamma})$$

$$W = \frac{PV - P_0V_0}{\gamma-1}$$

$$\frac{PV - P_0V_0}{\gamma-1} \quad \text{(الف)}$$

$$R\theta \ln\left(\frac{P_0V_0}{PV}\right) \quad \text{(ب)}$$

$$nR\theta \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) \quad \text{(ج)}$$

$$P^2V^2 - P_0^2V_0^2 \quad \text{(د)}$$

مساله ۳

کار انجام شده توسط یک مول گاز را در یک انبساط ایستاوار همدمما که در آن حجم گاز از مقدار اولیه V_0 به مقدار نهایی V تغییر کند، در دو حالت که معادله حالت گاز به صورت زیر داده شوند محاسبه نمایید.

$$P(v - b) = R\theta \quad (\text{الف})$$

$$Pv = R\theta \left(1 - \frac{B}{v} \right) \quad (\text{ب})$$

مثال ۸

کار انجام شده توسط یک مول گاز را در یک انبساط ایستاوار همدمای که در آن حجم گاز از مقدار اولیه V_0 به مقدار نهایی V تغییر کند، در دو حالت که معادله حالت گاز به صورت زیر داده شوند محاسبه نمایید.

$$\left. \begin{aligned} P &= \frac{R\theta}{v-b} \\ W &= -\int_{V_0}^V P dV \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$W = R\theta \ln\left(\frac{v_0 - b}{v - b}\right)$$

$$P(v - b) = R\theta \quad (\text{الف})$$

$$\left. \begin{aligned} P &= R\theta \left(\frac{1}{v} - \frac{B}{v^2} \right) \\ W &= -\int_{V_0}^V P dV \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$W = R\theta \left[\ln\left(\frac{v_0}{v}\right) - \frac{B}{v} + \frac{B}{v_0} \right]$$

$$Pv = R\theta \left(1 - \frac{B}{v} \right) \quad (\text{ب})$$

فصل چهارم

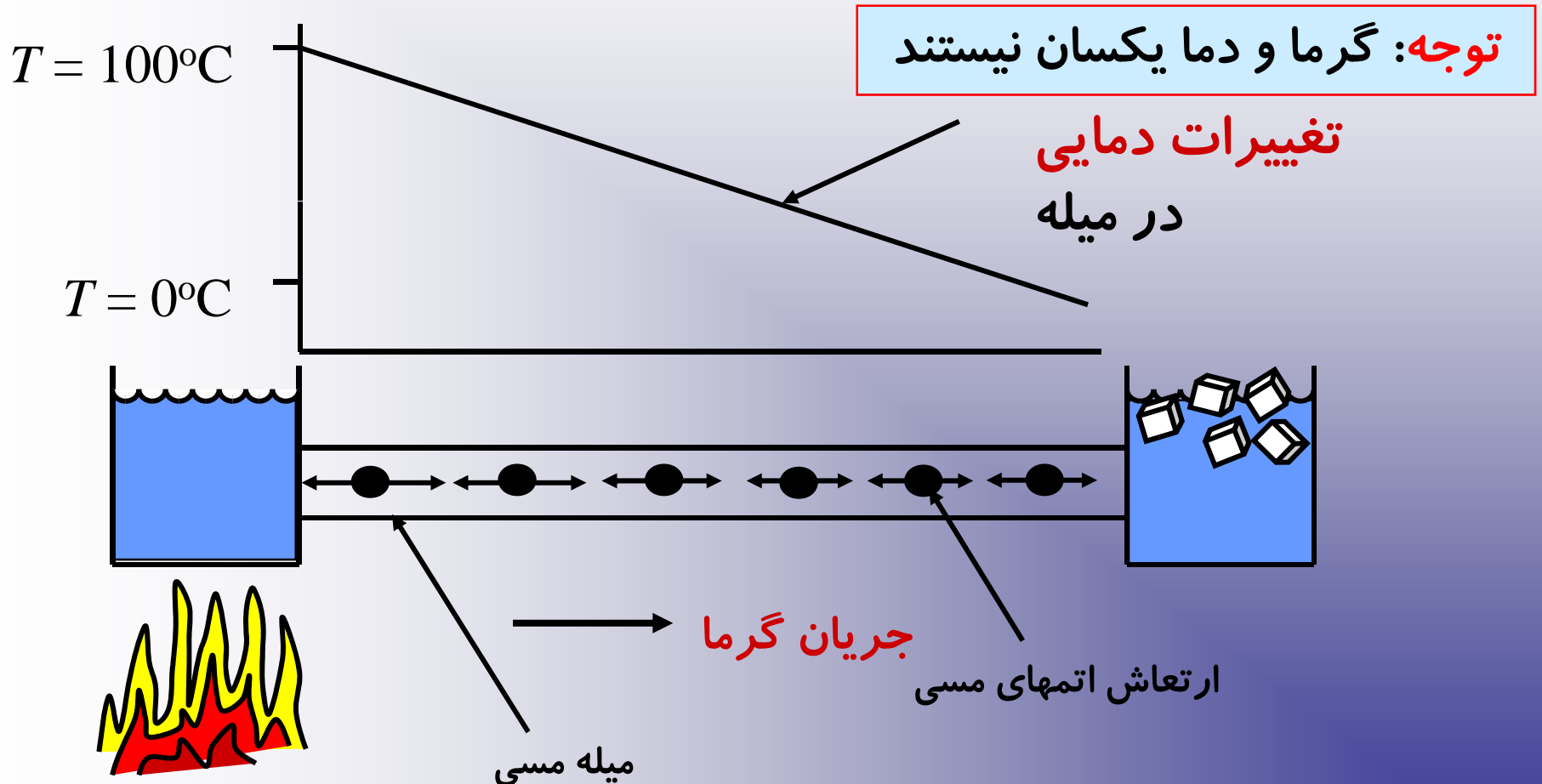
گرما و قانون اول ترمودینامیک

■ فصل ۴ (گرما و قانون اول ترمودینامیک)

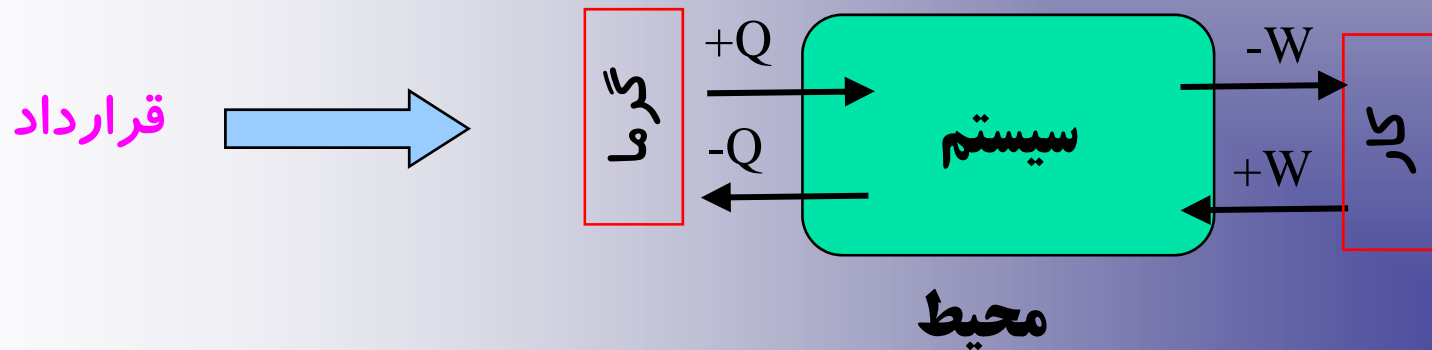
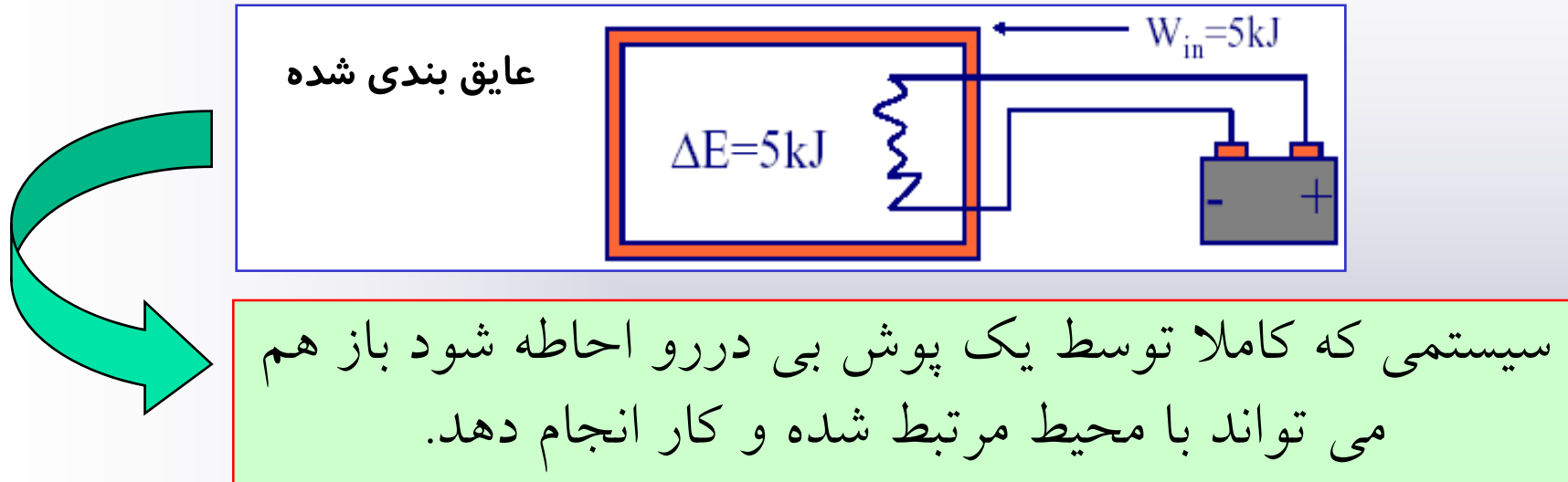
- گرما
- کار بی دررو
- قانون اول ترمودینامیک
- فرمولبندی قانون اول ترمودینامیک
- انتقال گرما و ظرفیت گرمایی
- انتقال گرما: رسانش
- انتقال گرما: همرفت
- انتقال گرما: تابش
- مثالها

گرما (Heat)

انتقال چیزی (شارش انرژی) به علت اختلاف دما از دمای بالاتر به دمای پایین تر را **گرما** گویند ولی کار شارش انرژی به علت یک نیروی رانشی می باشد.



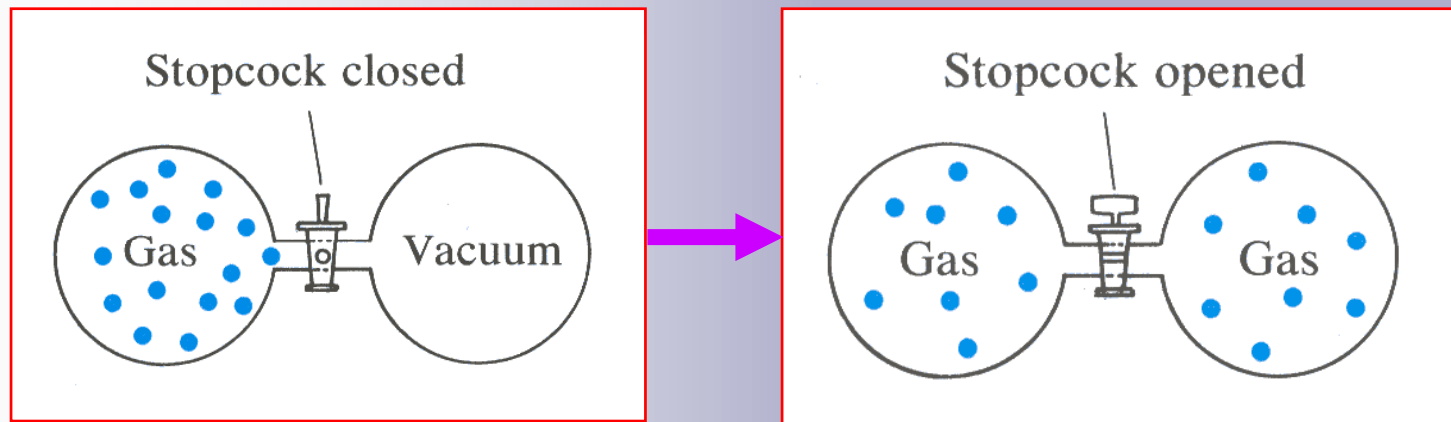
کار بی دررو



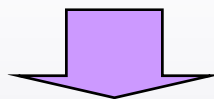
کار بی دررو

فرایند انبساط آزاد:

اگر پیستون با سرعتی بیش از سرعت مولکولهای سیال از داخل سیلندر محتوی سیال، بیرون کشیده شود، سیال کاری بر روی پیستون انجام نخواهد داد.



قانون اول ترمودینامیک

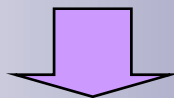


اگر سیستمی فقط به طریقۀ بی دررو از یک حالت اولیه به یک حالت نهایی برده شود، کار انجام شده برای مسیرهای بی دررو که این دو حالت را به یکدیگر مربوط کنند یکسان است.

مشابه مکانیک:

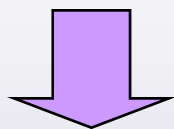
کمیتی که فقط به حالت اولیه و نهایی بستگی داشته و مستقل از مسیرها باشد

تابع انرژی پتانسیل

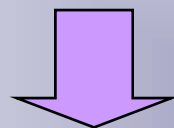


قانون اول ترمودینامیک

قانون اول ترمودینامیک



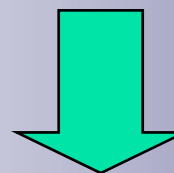
تابعی از مختصات یک سیستم ترمودینامیکی وجود دارد که تفاضل مقادیر آن در حالت نهایی و حالت اولیه، برابر با کار بی درروی لازم برای رفتن از یک حالت به حالت دیگر می باشد.



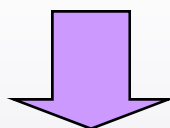
تابع انرژی داخلی

$$W_{i \rightarrow f} = U_f - U_i$$

کار بی دررو



قانون اول ترمودینامیک



تابع انرژی داخلی



تغییر انرژی سیستم

$$U = U(\theta, V) \Rightarrow dU = \left(\frac{\partial U}{\partial \theta} \right)_V d\theta + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_\theta dV$$
$$U = U(\theta, P) \Rightarrow dU = \left(\frac{\partial U}{\partial \theta} \right)_P d\theta + \left(\frac{\partial U}{\partial P} \right)_\theta dP$$

دما کمیت نافزونور است (مقدار مستقل)

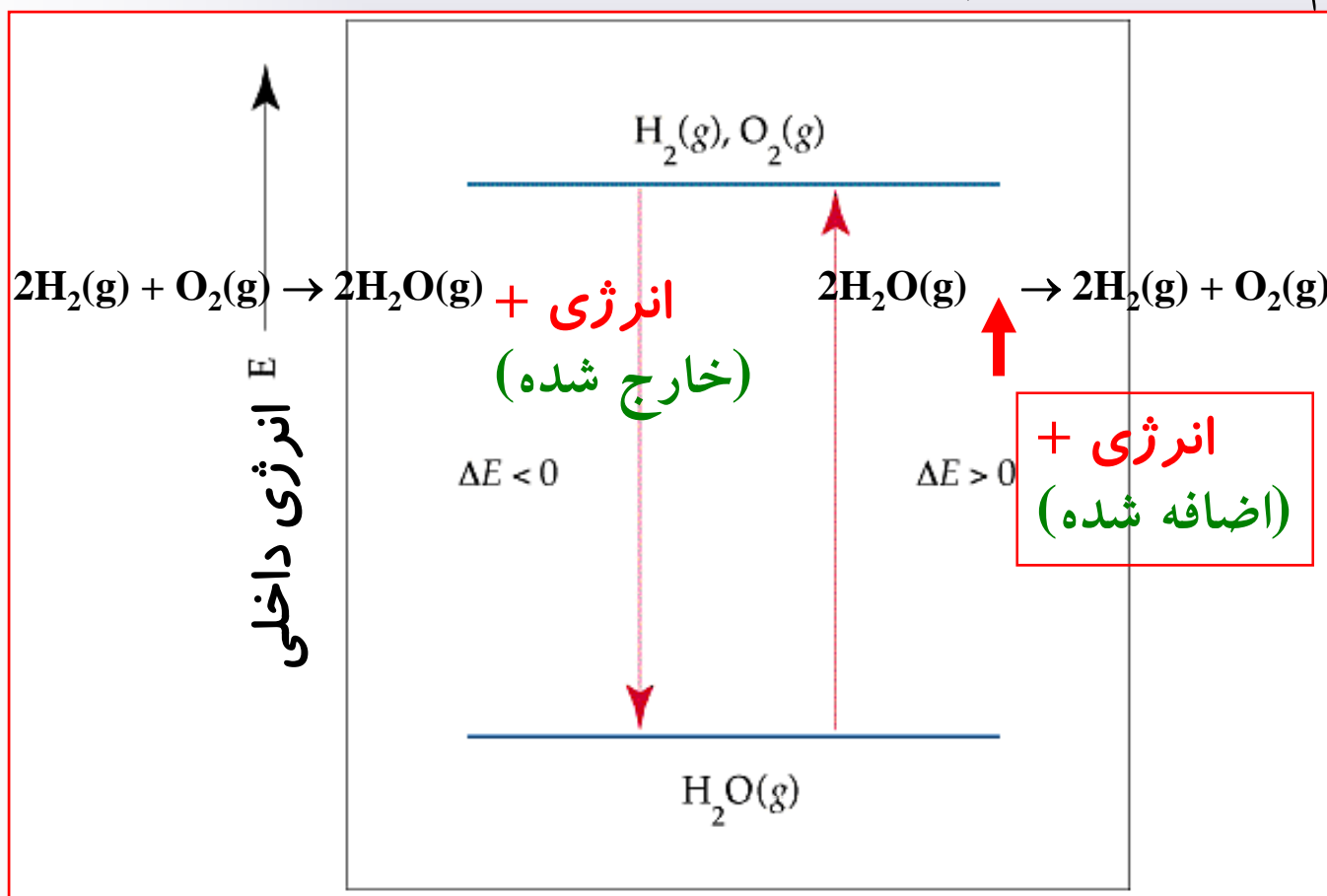
انرژی کمیت فزونور است (مقدار مستقل)

قانون اول ترمودینامیک

علامت ΔU :

(+): سیستم از محیط انرژی گرفته است

(-): سیستم به محیط انرژی پس داده است



فرمولبندی قانون اول ترمودینامیک

انرژی داخلی U :

- مجموع انرژیهای جنبشی و پتانسیل است.
- با اعمال گرمای اضافی (Q) به سیستم تغییر می کند.
- با انجام کار (W) روی سیستم تغییر می کند.



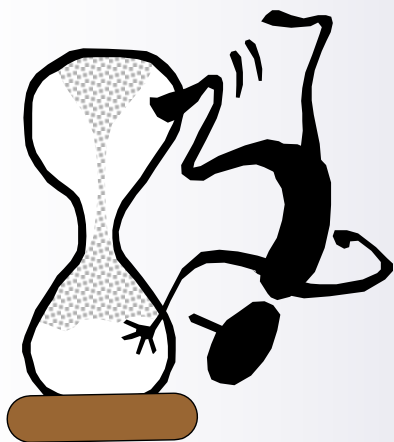
تبادل انرژی: کار و گرما

فرمولبندی قانون اول ترمودینامیک

قانون اول ترمودینامیک:

$$\Delta U = U_f - U_i = Q + W$$

- وجود یک تابع انرژی داخلی
- اصل بقای انرژی
- تعریف گرما به عنوان انرژی گذرا به سبب اختلاف دما
- U مستقل از مسیر!
- U تابعی از حالت سیستم (تابعی از متغیرهای حالت). مثلاً برای گاز کامل $U = U(P, V, T)$
- در فرایندهای بی نهایت کوچک:



$$dU = dQ + dW$$

فرمولبندی قانون اول ترمودینامیک

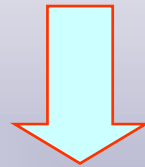
قانون اول ترمودینامیک برای سیستمهای ساده

سیستمهای ساده	قانون اول	U تابعی از دو مختصات زیر است
سیستم هیدرواستاتیکی	$dU = dQ - p dV$	(P, V, \square)
سیم کشیده	$dU = dQ + F dL$	(F, L, \square)
لایه سطحی	$dU = dQ + S dA$	(S, A, \square)
باتری الکتریکی	$dU = dQ + \mathcal{M} dZ$	$(\mathcal{M}, Z, \square)$
بره دی الکتریکی	$dU = dQ + E d\mathcal{P}$	$(E, \mathcal{P}, \square)$
میله پارامغناطیسی	$dU = dQ + \mathcal{O}_p H dM$	(H, M, \square)

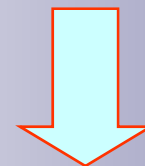
مثال

مثال:

برای یک سیستم مرکب شامل یک بخش هیدرواستاتیکی و یک بخش گاز پارامغناطیسی که توسط یک دیواره گرما بر از یکدیگر جدا شده باشند:



تغییرات گرمایی کل

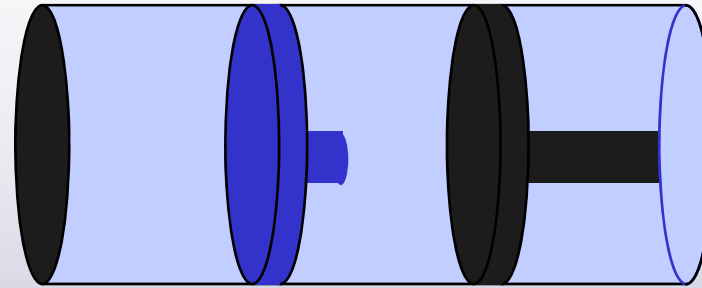


$$dQ = dU + p dV + O_0 H dM$$

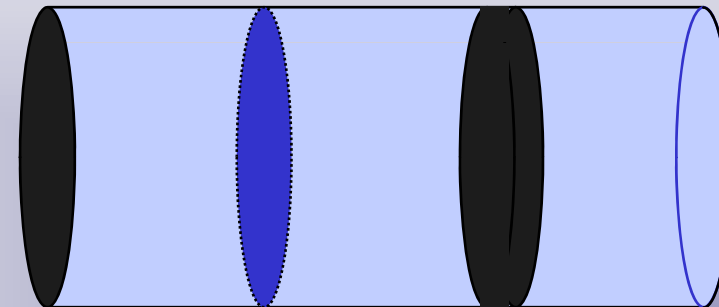
انتقال گرما و ظرفیت گرمایی

دو فرایند دمایی ثابت، حالت اولیه یکسان:

: انبساط آرام (ایستوار)



: انبساط سریع (انبساط آزاد)



حالت نهایی هر دو فرایند یکسان است (T, V, P)
در فرایند اولی گرمای اضافه شده است اما در دومی خیر!
بنابر این در اینجا ظرفیت گرمایی معنی نمی دهد

انتقال گرما و ظرفیت گرمایی

$$c_V = \frac{C_V}{n} = \frac{1}{n} \left(\frac{dQ}{d\theta} \right)_V$$

ظرفیتهای گرمایی مولی گازهای ایده ال:

$$c_P = \frac{C_P}{n} = \frac{1}{n} \left(\frac{dQ}{d\theta} \right)_P$$

$$dQ = dU + dW$$

قانون اول ترمودینامیک

$$V = \text{const} \Rightarrow dW = 0$$

در فرایندهای حجم ثابت

$$dQ = C_V d\theta = dU$$

$$\Rightarrow dU = C_V d\theta$$

برای تمام فرایندها

ظرفیت گرمایی سیستم هیدرواستاتیکی

$$dQ = dU + pdV$$

$$U = U(\theta, V) \Rightarrow dU = \left(\frac{\partial U}{\partial \theta} \right)_V d\theta + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_\theta dV$$

$$\frac{dQ}{d\theta} = \left(\frac{\partial U}{\partial \theta} \right)_V + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_\theta + P \right] \frac{dV}{d\theta}$$

(الف) اگر تغییرات حجم صفر باشد:

: ظرفیت گرمایی در حجم ثابت

$$C_V = \left(\frac{dQ}{d\theta} \right)_V$$

ظرفیت گرمایی سیستم هیدرواستاتیکی

$$dQ = dU + pdV$$

$$U = U(\theta, V) \Rightarrow dU = \left(\frac{\partial U}{\partial \theta}\right)_V d\theta + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_\theta dV$$

$$\frac{dQ}{d\theta} = \left(\frac{\partial U}{\partial \theta}\right)_V + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_\theta + P\right] \frac{dV}{d\theta}$$

(ب) اگر تغییرات فشار صفر باشد:

$$\left(\frac{dQ}{d\theta}\right)_P = \left(\frac{\partial U}{\partial \theta}\right)_V + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_\theta + P\right] \left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)_P$$

: ظرفیت گرمایی در فشار ثابت

$$C_P = \left(\frac{dQ}{d\theta}\right)_P$$

: ضریب انبساط حجمی

$$\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)_P$$

$$C_P = C_V + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_\theta + P\right] V\beta$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_\theta = \frac{C_P - C_V}{V\beta} - P$$

انتقال گرما: رسانش Conductance



- انرژی گرمایی، مانند ذرات، بطور مساوی در تمام جهات پخش می شوند.
- جهت شارش انرژی گرمایی از ناحیه با دمای بالاتر (**گرمتر**) به ناحیه با دمای پایین تر (**سردتر**) است.

جریان گرمایی وابسته به تغییرات دمایی (گرادیان دما) است

انتقال گرما: رسانش

مساحت دیواره

$$\frac{Q}{\tau} \propto A \frac{\Delta\theta}{\Delta x}$$

رسانش گرما:

انرژی منتقل شده در سطح A بر واحد زمان

ضریب رسانش گرمایی $\frac{W}{m \cdot K}$

$$\dot{Q} = \frac{dQ}{d\tau} = -KA \frac{d\theta}{dx}$$

گرادیان دمایی

برای تغییر پیوسته در دما \square در طول x

$$W = \frac{J}{s}$$

انتقال گرما: رسانش

$$\dot{Q} = \frac{dQ}{d\tau} = -KA \frac{d\theta}{dx}$$

- جریان گرمایی وابسته به اختلاف دمایی بین دو نمونه و ضریب رسانش حرارتی (یا مقاومت حرارتی $R_{th} = d/Ak$) دارد.
- گرمایی که از ماده گرمتر خارج می شود معادل گرمایی است که به جسم سردتر وارد می شود (با فرض اینکه جایی دیگر اتلاف گرما نداشته باشیم).
- دمای نمونه ها وابسته به دماهای اولیه، مقدار شارش گرما به داخل (یا خارج) آنها و ظرفیتهای گرمایی شان دارد

0.03 W/m-K	هوا
0.1 W/m-K	چوب
1 W/m-K	شیشه
240 W/m-K	آلومینیم
400 W/m-K	مس

ضریب رسانش گرمایی (در K) (۳۰۰)

تعاریف

رسانش گرمایی در یک بعد (1D)

واحدها

● چگالی جریان گرمایی J
مقدار انرژی منتقل شده از واجد سطح در واحد زمانی

$$J = -\kappa \frac{dT}{dx}$$

$$\frac{W}{m^2}$$

□ ضریب رسانش گرمایی κ
یک خاصیتی در ماده است که شارش انرژی گرمایی را در یک تغییرات دمایی توصیف می کند

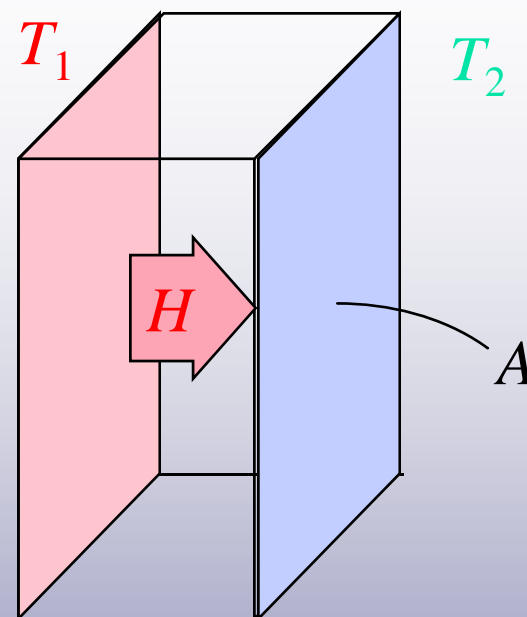
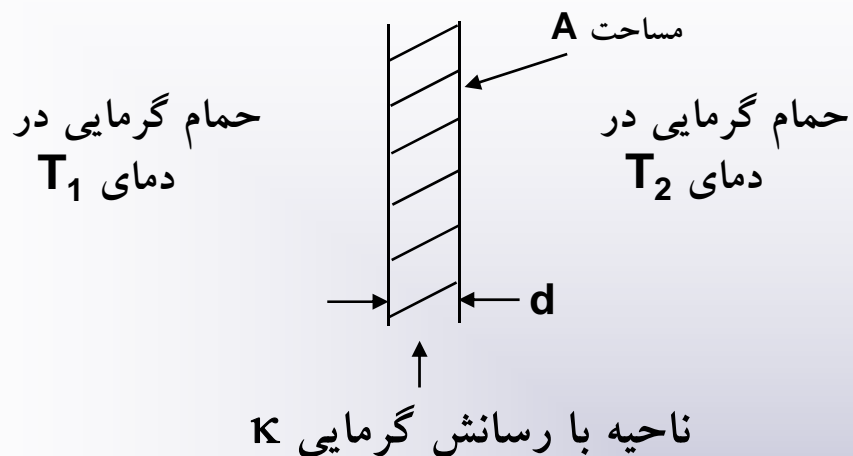
$$\frac{W}{m \cdot K}$$

● جریان گرمایی
حاصلضرب چگالی جریان حرارتی در مساحت بر واحد زمان

$$W = \frac{J}{s}$$

$$H = J \cdot A$$

یک مساله در رسانش گرمایی



$$J = -\kappa \frac{dT}{dx}$$

$$J = \kappa \frac{\Delta T}{d} = \frac{\kappa}{d} (T_1 - T_2)$$

$$H = J \cdot A$$

$$H = \left(\frac{\kappa A}{d} \right) \Delta T = \frac{\Delta T}{R_{thermal}}$$

$$H \propto \Delta T$$

مقایسه با الکتریسیته (قانون اهم): $I = \left(\frac{1}{R} \right) V$

$$R_{thermal} = \frac{d}{\kappa A} \quad \text{مقاومت گرمایی}$$

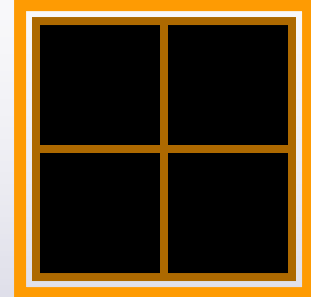


$$V = V_1 - V_2 = \text{افت ولتاژ}$$

مثال: افت گرما از طریق یک پنجره

$$J = -\kappa \frac{dT}{dx}$$

$$H = J \cdot A = \kappa \frac{\Delta T}{d} \cdot A = \frac{\Delta T}{R_{th}}$$



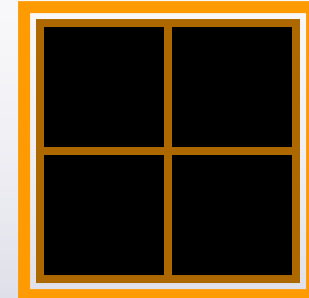
۱- اگر دماهای داخل و خارج از پنجره به ترتیب 22°C و صفر درجه سانتیگراد باشد، چه مقدار گرما از شیشه پنجره با مساحت $3/0 \text{ m}^2$ و ضخامت $5/0 \text{ cm}$ به خارج منتقل می شود؟

رسانش گرمایی شیشه حدود 1 W/m-K می باشد.

حل: افت گرما از طریق یک پنجره

$$J = -\kappa \frac{dT}{dx}$$

$$H = J \cdot A = \kappa \frac{\Delta T}{d} \cdot A = \frac{\Delta T}{R_{th}}$$



۱- اگر دماهای داخل و خارج از پنجره به ترتیب 22°C و صفر درجه سانتیگراد باشد، چه مقدار گرما از شیشه پنجره با مساحت $3/0 \text{ m}^2$ و ضخامت $5/0 \text{ cm}$ به خارج منتقل می شود؟

رسانش گرمایی شیشه حدود 1 W/m-K می باشد.

چگالی جریان گرمایی: $J = -\kappa \frac{dT}{dx} = \kappa \frac{\Delta T}{d}$

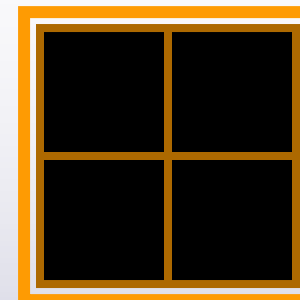
جریان گرمایی: $H = J \cdot A = \left(\frac{\kappa A}{d} \right) \Delta T$

$$H = \left(1 \frac{\text{W}}{\text{m K}} \right) \left(\frac{0.3 \text{ m}^2}{5 \times 10^{-3} \text{ m}} \right) (22 \text{ K}) = 1320 \text{ W}$$

مثال: افت گرما از طریق یک پنجره دو جداره

$$J = -\kappa \frac{dT}{dx}$$

$$H = J \cdot A = \kappa \frac{\Delta T}{d} \cdot A = \frac{\Delta T}{R_{th}}$$



۲- چه مقدار گرما در واحد زمان از طریق یک پنجره دو جداره با فاصله ۵/۰ cm (از هوا) عبور می کند؟

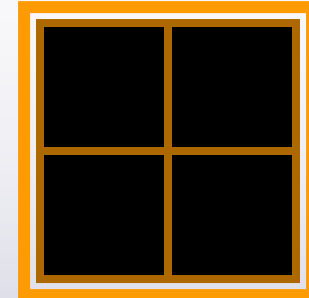
رسانش گرمایی هوا حدود $0.3/0 \text{ W/m-K}$ می باشد.

راهنمایی: چون رسانندگی گرمایی شیشه بیشتر از هوا است، آن را فراموش کنید به طوری که جریان گرمایی بوسیله رسانش از طریق گاف هوا محاسبه می شود.

حل : افت گرما از طریق یک پنجره دو جداره

$$J = -\kappa \frac{dT}{dx}$$

$$H = J \cdot A = \kappa \frac{\Delta T}{d} \cdot A = \frac{\Delta T}{R_{th}}$$



۲- چه مقدار گرما در واحد زمان از طریق یک پنجره دو جداره با فاصله ۵/۰ cm (از هوا) عبور می کند؟

رسانش گرمایی هوا حدود 0.03 W/m-K می باشد.

راهنمایی: چون رسانندگی گرمایی شیشه بیشتر از هوا است، آن را فراموش کنید به طوری که جریان گرمایی بوسیله رسانش از طریق گاف هوا محاسبه می شود.

جریان گرمایی بوسیله گاف هوا محدود می شود.

$$H = \left(0.03 \frac{\text{W}}{\text{m K}} \right) \left(\frac{0.3 \text{m}^2}{5 \times 10^{-3} \text{m}} \right) (22 \text{K}) = \boxed{39.6 \text{ W}} \quad (\ll 1320 \text{ W})$$

توجه: گافهای بزرگتری از هوا، همواره خوب کار نمی کند، زیرا جریانهای همرفت در آن ممکن است غالب شود.

انتقال گرما: همرفت Convection

- انتقال مکانیکی جرمی از سیال از یک نقطه به نقطه دیگر در سیال بزرگتر
- در فرایند انتقال، سیال در عبور از یک ناحیه گرمتر، انرژی حرارتی کسب کرده و این انرژی را به نواحی سردتر منتقل می کند

اختلاف در چگالی سیال
پنکه ، فن و ...

• طبیعی
• واداشته

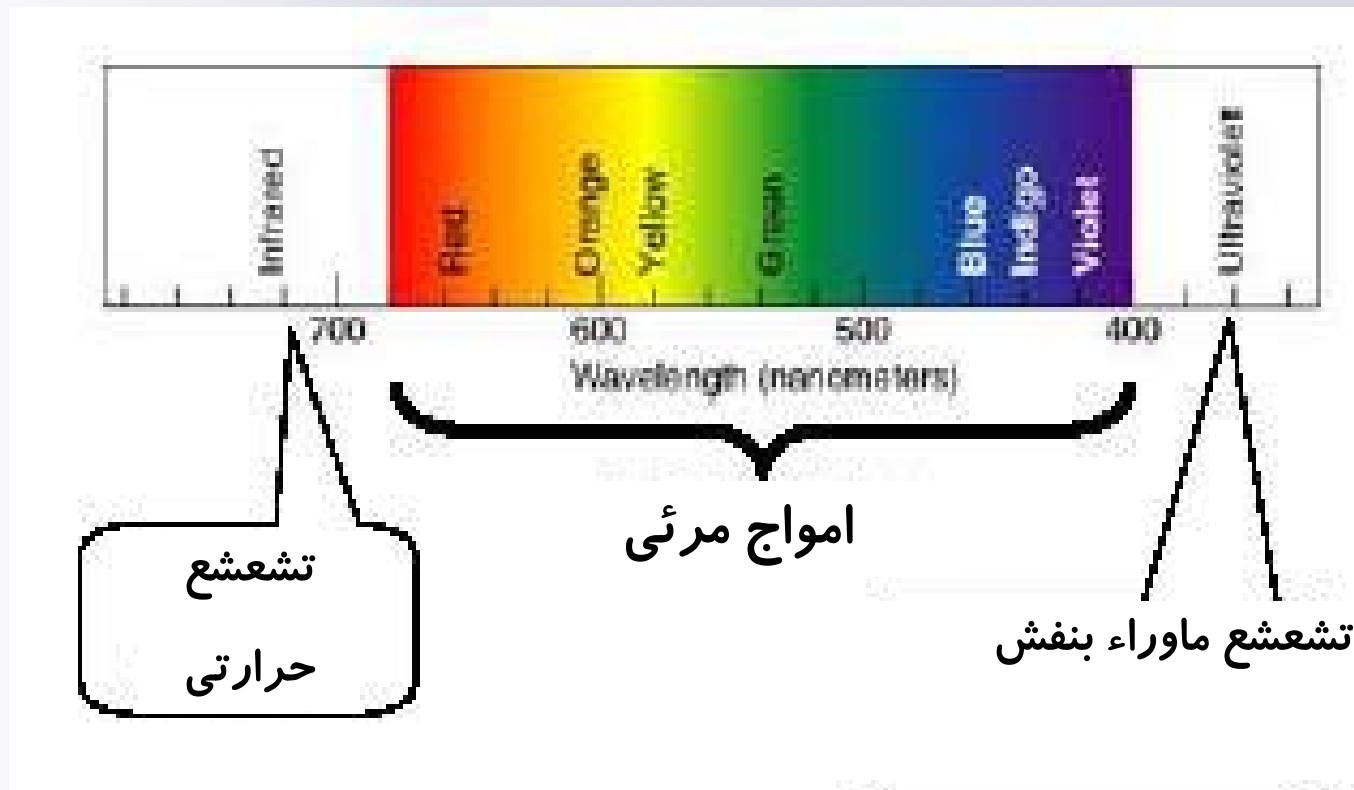
دو نوع همرفت:

$$\dot{Q} = \frac{dQ}{d\tau} = hA\Delta\theta$$

ضریب همرفت

انتقال گرما: تابش Radiation

- گرما به صورت نور بوسیله امواج الکترومغناطیسی (امواج نوری گرمایی) حرکت می کند
- یک روشی از انتقال گرما که در آن هیچ اتصالی بین نواحی گسیلنده و دریافت کننده وجود ندارد
- تشعشع گرمایی در قسمت کوچکی از طیفهای الکترومغناطیسی رخ می دهد



انتقال گرما: تابش

- گرمایی که از خورشید احساس می کنیم، تشعشع حرارتی خورشیدی نامیده می شود.
- این تشعشع از فضا حدود ۸ دقیقه از خلا و فضا عبور می کند تا به ما می رسد یعنی برای عبور احتیاج به محیط مادی ندارد
- با اینکه دیده نمی شوند ولی اثراتشان را می توان احساس کرد.
- تمام اجسامی که دمایشان بالاتر از صفر مطلق است تابش حرارتی گسیل می کنند.
- مقدار گرمای گسیلنده متناسب با T^4 است (قانون استفان - بولتزمن).
- ما پیوسته انرژی گرمایی گسیل می کنیم.
- ما همواره انرژی گرمایی را از اجسام و مردم اطرافمان جذب می کنیم.
- اگر آن را گسیل کنیم سردمان می شود و بالعکس

انتقال گرما: تابش

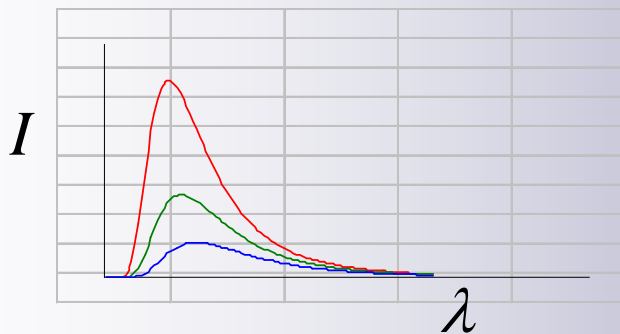
مقدار گرمای گسیلنده متناسب با θ^4 است (قانون استفان-بولتزمن).

در آشامندگی

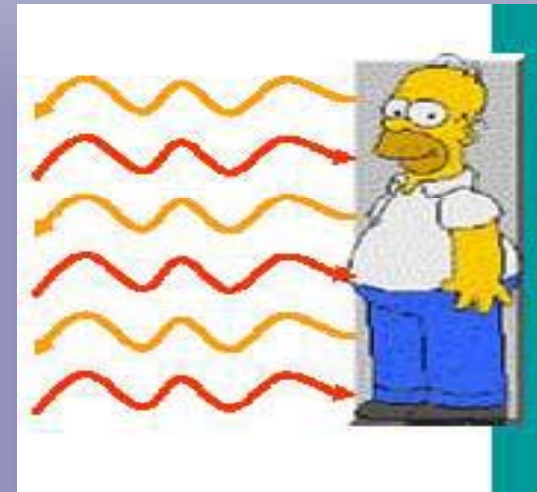
$$\dot{Q} = \frac{dQ}{d\tau} = A\alpha\sigma(\theta_W^4 - \theta^4)$$

مساحت

ثابت استفان-بولتزمن



$$\sigma = 56.703 \frac{\text{nW}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$$



مثال ۱

اگر ظرفیت گرمایی یک فلز در دمای پایین مطابق رابطه زیر داده شود که در آن a و θ ثابت باشند، مقدار گرمای منتقل شده به ازای هر مول که در آن دما از θ به 2θ می‌رسد محاسبه نمایید.

ظرفیت گرمایی:
$$C = a \left(\frac{\theta^3}{\Theta^4} + \frac{\theta}{\Theta^2} \right)$$

(الف) $5.25 a$

(ب) $6.25 a$

(ج) $8.75 a$

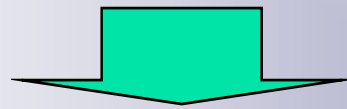
(د) $9.25 a$

حل مثال ۱

اگر ظرفیت گرمایی یک فلز در دمای پایین مطابق رابطه زیر داده شود که در آن a و θ ثابت باشند، مقدار گرمای منتقل شده به ازای هر مول که در آن دما از θ به 2θ می‌رسد محاسبه نمایید.

ظرفیت گرمایی:
$$C = a \left(\frac{\theta^3}{\Theta^4} + \frac{\theta}{\Theta^2} \right)$$

5.25 a (الف)



6.25 a (ب)

$$Q = \int_{\theta}^{2\theta} C d\theta = a \left(\frac{\theta^4}{4\Theta^4} + \frac{\theta^2}{2\Theta^2} \right) \Bigg|_{\theta}^{2\theta}$$

8.75 a (ج)

9.25 a (د)

$$Q = 5.25 a$$

مثال ۲

جسم A و دیواره W با دمای ثابت $\alpha_A = 0.5 \alpha_W$ را در نظر بگیرید. اگر دمای دو برابر شود ولی دمای W ثابت بماند، انرژی تابیده از A به W چند برابر می شود؟

(الف) ۸ برابر می شود.

(ب) $8/1$ برابر می شود.

(ج) ۱۶ برابر می شود.

(د) $16/1$ برابر می شود.

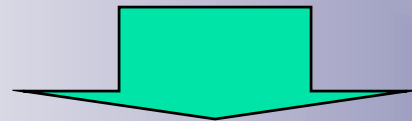
حل مثال ۲

جسم A و دیواره W با دمای ثابت $\epsilon_W = 0.5 \epsilon_A$ را در نظر بگیرید. اگر دمای دو برابر شود ولی دمای W ثابت بماند، انرژی تابیده از A به W چند برابر می شود؟

انرژی تابیده شده

$$\dot{Q} = A \alpha \sigma (\theta_W^4 - \theta_A^4)$$

$$\theta_W = \frac{1}{2} \theta_A$$



(الف) ۸ برابر می شود.

(ب) ۸/۱ برابر می شود.

(ج) ۱۶ برابر می شود.

(د) ۱۶/۱ برابر می شود.

$$\left. \begin{array}{l} \dot{Q} = A \alpha \sigma \theta_A^4 \left(\frac{1}{16} - 1 \right) \\ \theta_A \rightarrow 2\theta_A \end{array} \right\} \Rightarrow \dot{Q} \rightarrow 16 \dot{Q}$$

تمرین ۱

دیواره قائمی که در دمای \square_0 قرار دارد با عایقی به ضخامت d و ضریب رسانش گرمایی k پوشانده شده است. سطح خارجی عایق با هوای در دمای \square در تماس است. گرما از طریق رسانش از عایق می‌گذرد و از طریق همرفت به هوای خارج منتقل می‌گردد (ضریب همرفت h).

الف) - جریان گرما از واحد سطح دیواره چقدر است؟

ب) - دمای سطح خارجی عایق را بدست آورید.

محاسبه کنید

ضریب انتقال گرمایی کلی
$$\frac{1}{U} = \frac{d}{k} + \frac{1}{h}$$

مساله ۱

یک مول گازی از معادله حالت زیر تبعیت می کند به طوری که v حجم مولی گاز است و انرژی درونی مولی این گاز با رابطه $U = c\theta - a/v$ تعریف می شود. در این رابطه a ، b ، c و R مقادیر ثابتند. ظرفیتهای گرمایی در حجم ثابت C_V و فشار ثابت C_P را محاسبه نمایید.

$$\text{معادله حالت} \quad \left(P + \frac{a}{v^2} \right) (v - b) = R\theta$$

$$\text{انرژی درونی مولی} \quad U = c\theta - \frac{a}{v}$$

حل مساله ۱

یک مول گازی از معادله حالت زیر تبعیت می کند به طوری که v حجم مولی گاز است و انرژی درونی مولی این گاز با رابطه $U = c\theta - a/v$ تعریف می شود. در این رابطه a ، b ، c و R مقادیر ثابتند. ظرفیتهای گرمایی در حجم ثابت C_V و فشار ثابت C_P را محاسبه نمایید.

معادله حالت
$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = R\theta \Rightarrow P = \frac{R\theta}{v - b} - \frac{a}{v^2}$$

انرژی درونی مولی

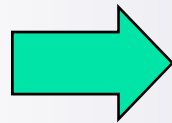
$$U = U(\theta, v) \rightarrow dU = cd\theta + \frac{a}{v^2}dv$$

قانون اول ترمودینامیک

$$dU = dQ - PdV$$

ادامه حل مساله ۱

یک مول گازی از معادله حالت زیر تبعیت می کند به طوری که v حجم مولی گاز است و انرژی درونی مولی این گاز با رابطه $U=c\theta - a/v$ تعریف می شود. در این رابطه a ، b ، c و R مقادیر ثابتند. ظرفیتهای گرمایی در حجم ثابت C_V و فشار ثابت C_P را محاسبه نمایید.



$$dQ = c d\theta + \left(\frac{R\theta}{v-b} \right) dv$$

$$C_V = \left(\frac{\partial Q}{\partial \theta} \right)_v = c \quad \text{ظرفیت گرمایی در حجم ثابت}$$

$$C_P = \left(\frac{\partial Q}{\partial \theta} \right)_P = c + \frac{R\theta}{v-b} \left(\frac{dv}{d\theta} \right)_P = c + \beta v \left(\frac{R\theta}{v-b} \right)$$

ظرفیت گرمایی در فشار ثابت

فصل پنجم

گازهای کامل

■ فصل ۵ (گازهای کامل)

- معادله حالت یک گاز
- انرژی داخلی یک گاز
- گاز کامل
- فرایندهای ایستاورا بی دررو
- روش روخ هارت برای اندازه گیری ضریب اتمیسیته گازها
- سرعت موج طولی
- دماسنج صوتی
- نظریه جنبشی گازها (دیدگاه میکروسکوپی)
- معادله حالت یک گاز کامل

معادله حالت یک گاز

تعریف گاز کامل :

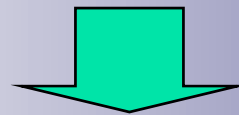
گازی که در آن از نیروهای بین مولکولی صرفنظر می شود.

گازی که کامل نباشد **گاز حقیقی** نامیده می شود.

$$Pv = A \left(1 + \frac{B}{v} + \frac{C}{v^2} + \frac{D}{v^3} + \dots \right)$$

بسط ویریال:

ضرایب بسط به دما و ماهیت گاز بستگی دارند



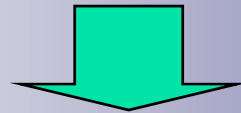
معادله حالت یک گاز

$$\lim_{P \rightarrow 0} (Pv) = A \left\{ \text{مستقل از دما و نوع گاز} \right\}$$

$$\theta = 273.16(^{\circ} K) \lim_{P_{TP} \rightarrow 0} \left(\frac{P}{P_{TP}} \right)_{n,V}$$

$$\theta = 273.16(^{\circ} K) \frac{\lim_{P \rightarrow 0} (Pv)}{\lim_{P \rightarrow 0} (Pv)_{TP}}$$

$$\lim_{P \rightarrow 0} (Pv) = \left[\frac{\lim_{P \rightarrow 0} (Pv)_{TP}}{273.16 K} \right] \theta \equiv R \theta$$



R ثابت جهانی گازها

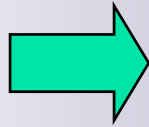
$$R = 8.31441 \text{ J / (kg K)}$$

معادله حالت یک گاز



$$\lim_{P \rightarrow 0} (PV) = nR\theta$$

: ضریب تراکم



$$z = \frac{Pv}{R\theta} = 1 + \frac{B}{v} + \frac{C}{v^2} + \dots$$

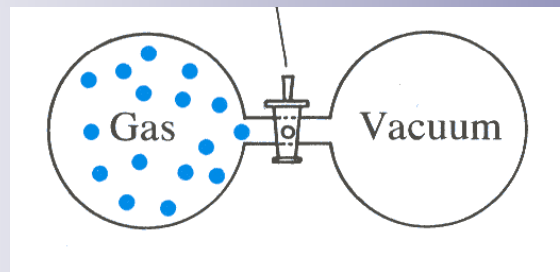
رفتار کلی ضرایب تراکم را می توان به طور نموداری با رسم $v(Pv/R\theta - 1)$ بر حسب $1/v$ نمایش داد

انرژی داخلی یک گاز

فرایند انبساط آزاد:

اگر پیستون با سرعتی بیش از سرعت مولکولهای سیال از داخل سیلندر محتوی سیال، بیرون کشیده شود، سیال کاری بر روی پیستون انجام نخواهد داد. انرژی داخلی در طی یک انبساط آزاد بدون تغییر می ماند.

شیر کنترل



انرژی داخلی یک گاز

$$U = U(\theta, V) \Rightarrow dU = \left(\frac{\partial U}{\partial \theta} \right)_V d\theta + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_\theta dV$$

فرایند همدمایی در انبساط آزاد :

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_\theta = 0$$

انرژی داخلی
مستقل از حجم

$$U = U(\theta, P) \Rightarrow dU = \left(\frac{\partial U}{\partial \theta} \right)_P d\theta + \left(\frac{\partial U}{\partial P} \right)_\theta dP$$

فرایند همدمایی در انبساط آزاد :

$$\left(\frac{\partial U}{\partial P} \right)_\theta = 0$$

انرژی داخلی
مستقل از فشار

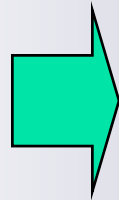
گاز کامل (ایده ال)

$$PV = nR\theta$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_\theta = 0$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_\theta = 0$$

معادله حالت گاز کامل:



$$U = f(\theta)$$

آزمایش ژول

انرژی داخلی فقط تابع دما

در مایعات: $dQ = mcd\theta$
ظرفیت گرمایی مخصوص $c \sim$

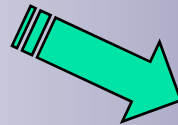
گاز کامل (ایده ال)

در گازها:
تغییرات گرمایی و ظرفیت گرمایی وابسته به مسیر (فرایند) است

هم حجمی

$$dQ = dU + pdV$$

$$U = U(\theta) \Rightarrow C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial \theta} \right)_V$$



$$dQ = C_V d\theta + pdV$$

ظرفیت گرمایی (فرایند همفشار)

برای گاز ایده ال

$$PV = nR\theta \Rightarrow PdV + VdP = nRd\theta$$

$$dQ = (C_V + nR)d\theta - VdP$$

$$\frac{dQ}{d\theta} = C_V + nR - V \frac{dP}{d\theta}$$

$$C_P = C_V + nR$$

هم فشاری

$$dQ = C_P d\theta - VdP$$

$$dQ = C_P dT = dU + VdP$$

$$dQ = C_V dT = dU$$

حجم ثابت

$$\Rightarrow C_P > C_V$$

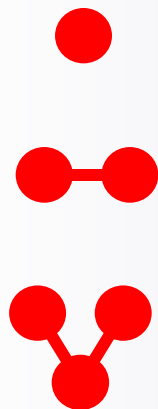
برای تمام موادی که تحت گرما منبسط می شوند

ظرفیت گرمایی گاز کامل

ضریب اتمیسیته گازها :

$$\gamma = C_p / C_v$$

گازها	ساختار مولکولی	γ
He	گازهای تک اتمی	1.6
CO, N2, H2	گازهای دو اتمی	1.4
H2O, CO2, SO2	گازهای چند اتمی	1.3
اتان	---	1.22



گازهای ایده آل

$$C_v = \frac{3}{2} R \left(\frac{5}{2} R, \frac{7}{2} R \right) \rightarrow C_p = \frac{5}{2} R \left(\frac{7}{2} R, \frac{9}{2} R \right)$$

$$\gamma \equiv \frac{C_p}{C_v} \Rightarrow \gamma = \frac{5}{3} \left(\frac{7}{5}, \frac{9}{7} \right)$$

فرایند ایستوار بی دررو

$$dQ = C_V d\theta + PdV$$

$$dQ = C_P d\theta - VdP$$

فرایند
بی دررو

$$dQ = 0$$

$$VdP = C_P d\theta$$

$$PdV = -C_V d\theta$$

$$\frac{dP}{dV} = -\frac{C_P}{C_V} \frac{dV}{V}$$



$$PV^\gamma = \text{ثابت}$$

$$PV = nR\theta$$



$$V^{\gamma-1}\theta = \text{ثابت}$$

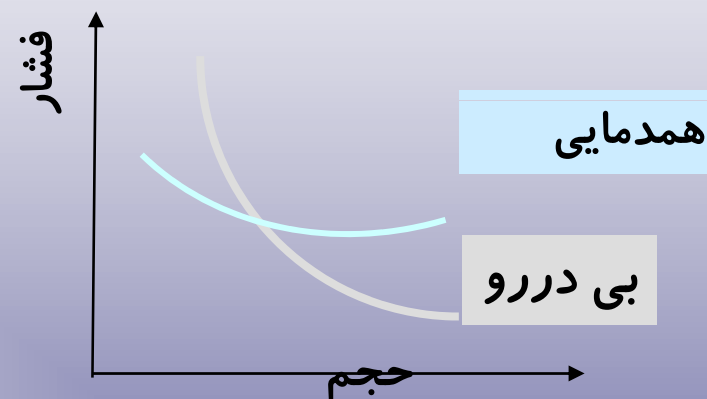
فرایند ایستوار بی دررو

بی دررو

$$PV^\gamma = k \Rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_S = -\gamma \frac{P}{V}$$

همدمایی

$$PV = nR\theta \Rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_\theta = -\frac{P}{V}$$



شیب منفی بی دررو در یک نقطه تند تر از
شیب یک منحنی همدمایی در همان نقطه است

فرایندهای ترمودینامیکی (Isoprocesses)

(Isothermal) همدمايي

دما ثابت

$$dV \neq 0; dW \neq 0; dQ \neq 0$$

(Adiabatic) بی دررو

بدون انتقال گرما

$$Q = 0; dQ = 0$$

(Isochoric) همحجمي

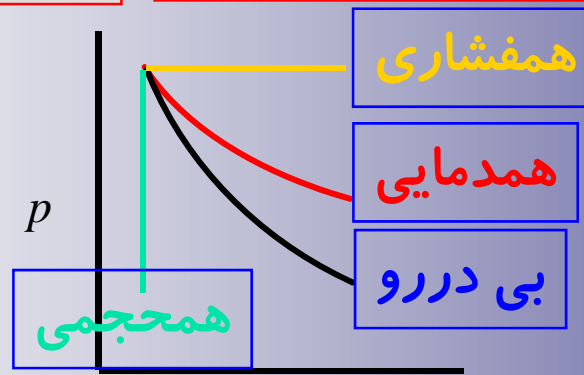
حجم ثابت

$$dV = 0; dW = 0; Q = \Delta U$$

(Isobaric) همفشاري

فشار ثابت

$$dW = -PdV \Rightarrow W = -P\Delta V$$



خلاصه فرایندهای ترمودینامیکی برای گاز ایده ال

	حالت خاص	W	Q
همفشاری	$p = const$	$p(V_2 - V_1)$	$nC_p \Delta T$
همحجمی	$V = const$	0	$nC_v \Delta T$
همدمایی	$T = const$	$nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$ $nRT \ln \frac{p_1}{p_2}$	W
بی دررو	$Q = 0$ $TV^{\gamma-1}, pV^{\gamma} = const$	ΔU $\frac{C_v}{R} (p_1 V_1 - p_2 V_2)$	0

تمرین (فرایندهای ترمودینامیکی)

برای یک گاز غیر ایده ال

گرمای اضافه شده

$$a-b \quad 150 \text{ J}$$

$$b-d \quad 600 \text{ J}$$

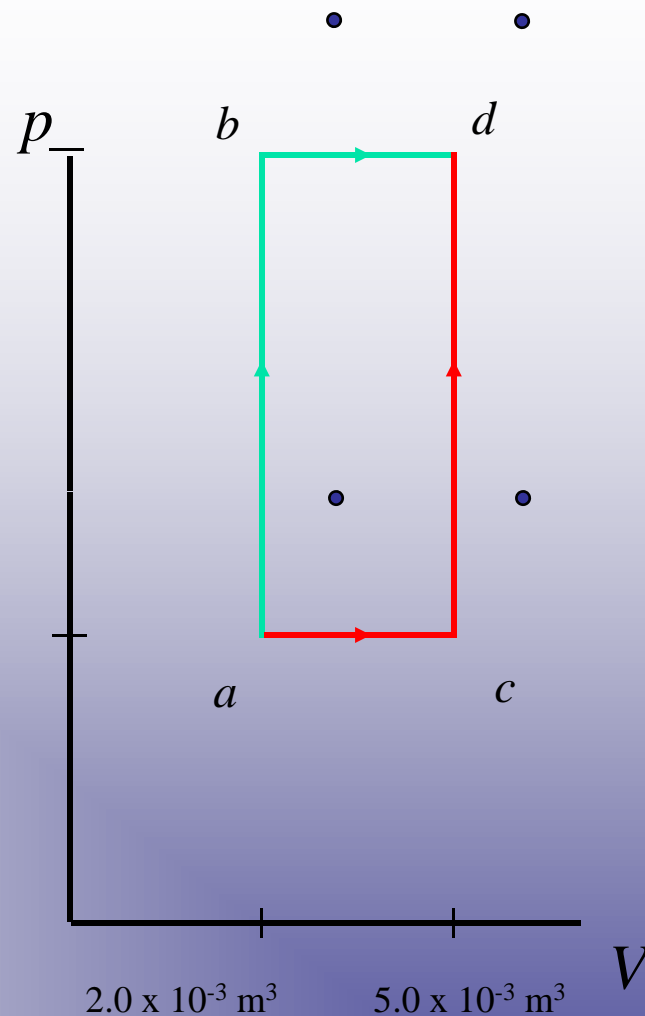
Step	Q	W	ΔU
ab			
bd			
abd			

Step	Q	W	ΔU
ac			
cd			
acd			

محاسبه کنید!

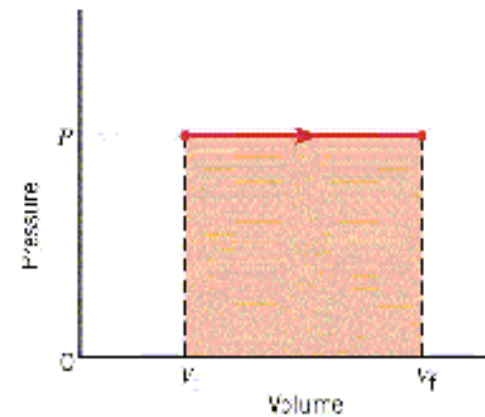
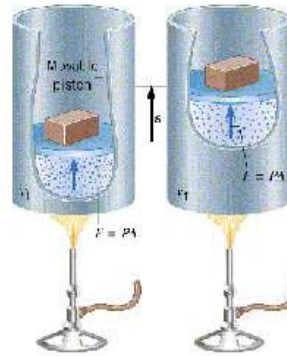
$$8.0 \times 10^4 \text{ Pa}$$

$$3.0 \times 10^4 \text{ Pa}$$



فرایندهای همفشاری (Isobaric processes)

Isobaric Process



$$W = P\Delta T$$

$$Q = mc_p\Delta T$$

$$\Delta U = Q - W$$

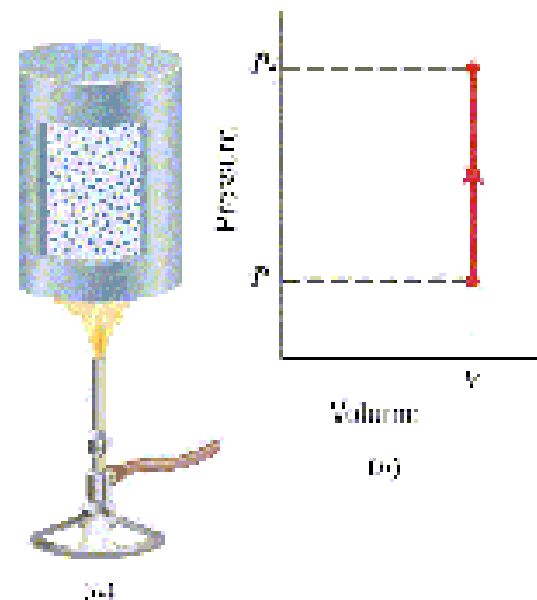
فرایندهای همحجمی (Isochoric processes)

- حجم ثابت
- $W = P \Delta V = 0$

$$W = 0$$

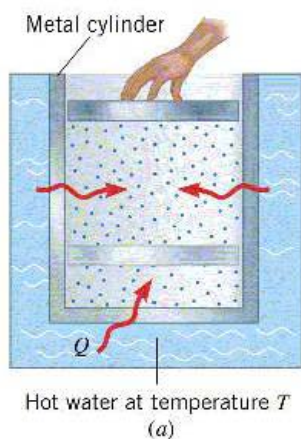
$$Q = mc_v \Delta T$$

$$\Delta U = Q$$



فرایندهای همدمايي (Isothermal processes)

Isothermal Process



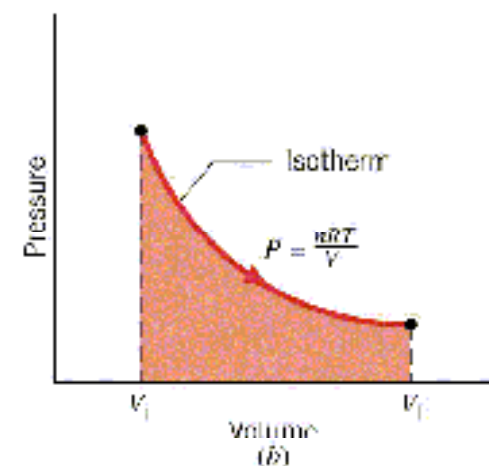
• دما ثابت

• $\Delta U = 0$

$$W = nRT \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T = 0$$

$$\therefore Q = W = nRT \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$$

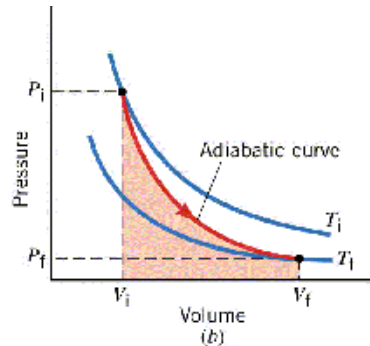


فرایندهای آدیاباتیکی (Adiabatic processes)

Adiabatic Process

$$P_i V_i^\gamma = P_f V_f^\gamma$$

$$\gamma = \frac{c_P}{c_V}$$

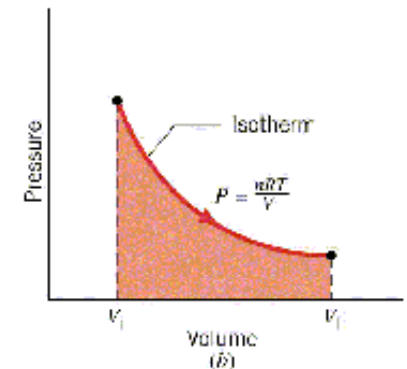


- هیچ گرمایی به خارج از سیستم منتقل نمی شود
- $Q=0$

$$Q=0, \Delta U = -W$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T = -W$$

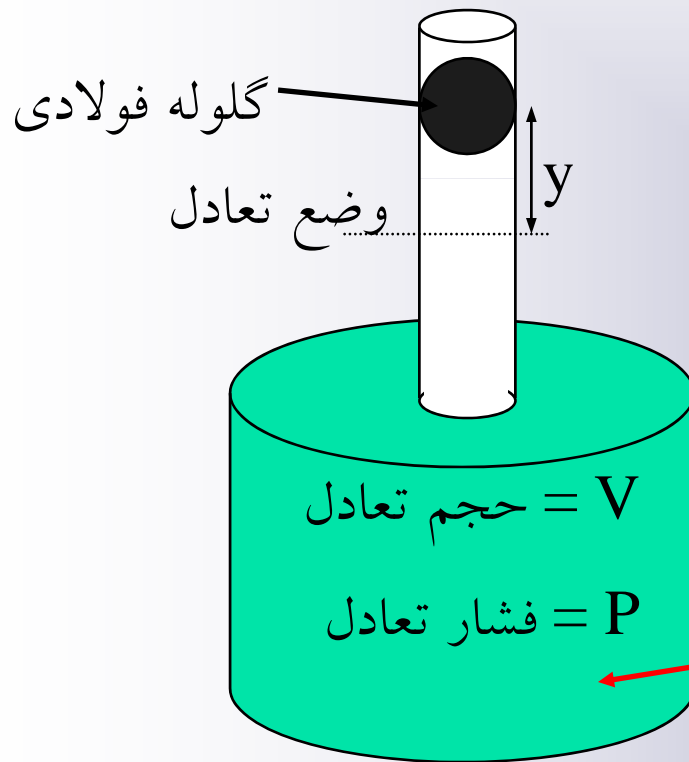
$$\therefore W = \frac{3}{2} nR(T_i - T_f)$$



اندازه گیری ν (روش روخ هارت)

محاسبه ضریب اتمیسیته ν

(الف) روش روخ هارت
(ب) روش سرعت موج طولی



m جرم گلوله
 P_0 فشار اتمسفر
 A سطح مقطع

$$P = P_0 + \frac{mg}{A}$$

دستگاه روخ هارت برای اندازه گیری ν

اندازه گیری γ (روش روخ هارت)

$$P = P_0 + \frac{mg}{A}$$

$$dV = yA$$

تغییر فشار در اثر تغییر
جابجایی کوچک

$$dP = \frac{F}{A}$$

F یک نیروی بازگرداننده است

وقتی که گلوله نسبتاً سریع نوسان می کند، تغییرات فشار و حجم به صورت بی دررو است

فرایند بی درروی: $PV^\gamma = cte$

$$V^\gamma dP + \gamma PV^{\gamma-1} dV = 0$$



$$\left. \begin{aligned} dP &= -\frac{\gamma P}{V} dV \equiv \frac{F}{A} \\ dV &= yA \end{aligned} \right\}$$

$$F = -\left(\frac{\gamma PA^2}{V}\right)y$$

اندازه گیری γ (روش روخ هارت)

$$F = -\left(\frac{\gamma PA^2}{V}\right)y$$

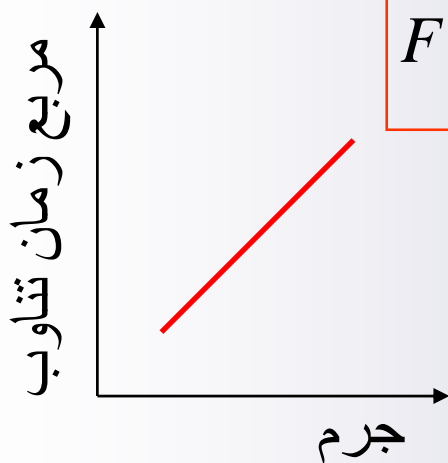
نیروی بازگرداننده مستقیماً متناسب با تغییر مکان و در جهت مخالف آن می باشد، که این همان قانون هوک است.

شرط حرکت هماهنگ ساده

$$\text{زمان تناوب} : \tau = 2\pi \sqrt{\frac{m}{-F/y}} = 2\pi \sqrt{\frac{mV}{\gamma PA^2}}$$

$$F = -\frac{\gamma PA^2}{V}y$$

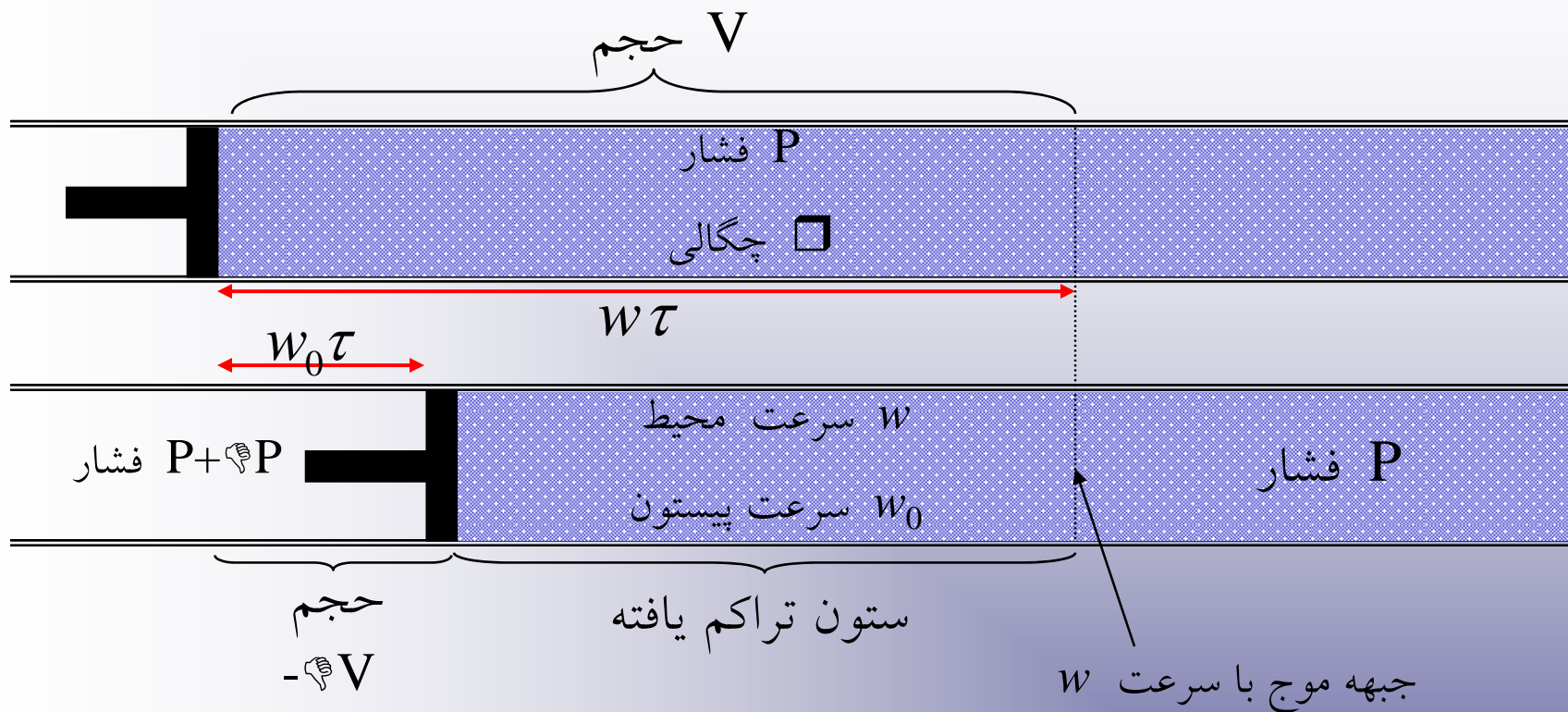
$$\gamma = \frac{4\pi^2 mV}{A^2 P \tau^2}$$



خطاهای روش روخ هارت:

- ۱- فرض اینکه گاز کامل است
- ۲- فرض چشمپوشی از اصطکاک
- ۳- فرض بی دررو بودن تغییرات حجم

اندازه گیری ρ (سرعت موج طولی)



انتشار تراکم با سرعت w توسط حرکت یک پیستون با سرعت ثابت w_0

$$\text{آهنگ افزایش جرم ستون تراکم یافته} = \frac{\rho A w \tau}{\tau} = \rho A w$$

اندازه گیری w (سرعت موج طولی)

آهنگ افزایش اندازه حرکت ستون تراکم یافته $= \rho A w w_0$

نیروی خنثی نشده بر ستون تراکم یافته $= A(P + \Delta P) - AP = A\Delta P$

قانون دوم نیوتن : $A\Delta P = \rho A w w_0 \Rightarrow \Delta P = \rho w^2 \frac{w_0}{w}$

حجم جسم دستخوش تراکم $\rightarrow \frac{(-\Delta V)}{V} = -\frac{A w_0 \tau}{A w \tau} = \frac{w_0}{w}$

حجم جسم آزاد تراکم نیافته \rightarrow

$\Delta P = \rho w^2 \left(\frac{-\Delta V}{V} \right)$

اندازه گیری w (سرعت موج طولی)

ضریب تراکم پذیری :
$$\kappa_s = -\frac{1}{V} \left(\frac{\Delta V}{\Delta P} \right)_s$$

سرعت موج طولی صوت :

$$w = \sqrt{\frac{-1}{\rho \Delta V / V \Delta P}} = \sqrt{\frac{1}{\rho \kappa_s}}$$

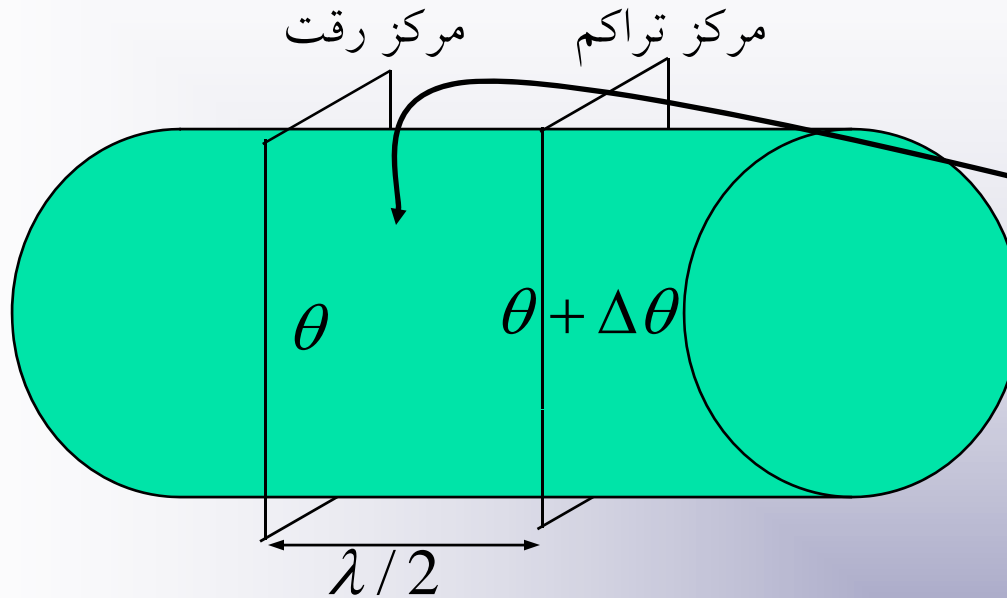
نیوتن این فرمول را به ضریب تراکم همدم مرتب کرد

بعدا

لاپلاس نشان داد که این فرمول در واقع به ضریب تراکم بی دررو مرتب کرد

اندازه گیری η (سرعت موج طولی)

نظریه لاپلاس



جرم ماده بین تراکم و رقت
برابر است با $\frac{\rho A \lambda}{2}$

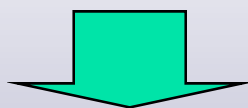
ضریب رسانندگی گرمایی محیط $= \frac{\lambda}{2w}$ زمان لازم برای اینکه موج مسافت نصف طول موج را طی کند

گرمای هدایت شده در مدت زمان بالا $= KA \frac{\Delta \theta}{(\lambda/2)} \frac{\lambda}{2w} = KA \frac{\Delta \theta}{w}$

اندازه گیری ν (سرعت موج طولی)

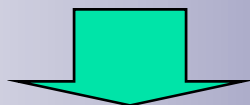
گرمای لازم برای بالا بردن دمای جرم ماده
بین تراکم و رقت به اندازه \square \rightarrow

$$= \rho A \frac{\lambda}{2} C_V \Delta \theta$$



شرط انتشار موج تراکمی به صورت بی دررو

گرمای لازم برای بالا بردن دمای جرم $\ll \ll$ گرمای هدایت شده
ماده بین تراکم و رقت به اندازه \square \rightarrow



$$\frac{2K}{\rho w C_V} \ll \lambda$$

دماسنج صوتی

یکی از موارد استفاده سرعت موج طولی در دماسنج صوتی است

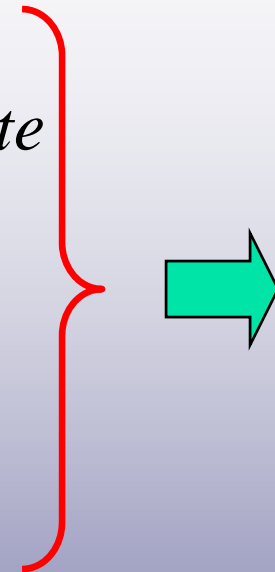
سرعت موج طولی مثل صوت: $w = \sqrt{\frac{1}{\rho \kappa_s}}$

ضریب تراکم پذیری بی دررو $\kappa_s = -\frac{1}{V} \left(\frac{\Delta V}{\Delta P} \right)_s = \frac{1}{\gamma P}$

چگالی جرمی = نسبت جرم مولی به حجم مولی $\rho = \frac{m}{v}$

$PV^\gamma = cte$

$w = \sqrt{\frac{\gamma R \theta}{m}}$



این رابطه یکی از راههای محاسبه ضریب اتمیسیته گازها می باشد (با داشتن سرعت موج در یک دمای خاصی)

دماسنج صوتی

سرعت موج طولی مثل صوت :

$$w = \sqrt{\frac{\gamma R \theta}{m}}$$

❖ این رابطه یکی از راههای محاسبه ضریب اتمیسیته گازها می باشد (با داشتن سرعت موج در یک دمای خاصی).

❖ با قرار دادن سرعت صوت در دمای صفر، این ضریب ۴۰/۱ در می آید.

❖ به طور تقریبی سرعت یک موج صوتی در یک گاز بوسیله لوله کنت اندازه گرفته می شود.


❖ با رسم مربع سرعت صوت بر حسب فشار و برون یابی آن تا فشار صفر می توان شرایط گاز ایده آل را ایجاد نمود.



کار دماسنج صوتی

نظریه جنبشی گازها (دیدگاه میکروسکوپی)

در ادامه ...



بحث میکروسکوپی گازها:

۱- نظریه جنبشی مبتنی بر قوانین مکانیک و نظریه احتمالات

۲- نظریه مکانیک آماری مبتنی بر انرژی مولکولی و نظریه احتمالات



در بخش آخر این درس بحث می کنیم
(فصل یازدهم کتاب مرجع)

فرضیه های اساسی نظریه جنبشی گازها

فرضیه های اساسی نظریه جنبشی برای استخراج معادله حالت یک گاز کامل

- ❖ تمام مولکولهای یک نوع ماده شیمیایی مربوط به نمونه ای از یک گاز با هم مشابه اند.
- ❖ مولکولهای یک گاز کامل شبیه به گویهای کوچک و سختند که در حرکت دائم کاتوره ای اند
- ❖ مولکولهای یک گاز کامل هیچ نیروی جاذبه یا دافعه ای بر مولکولهای دیگر به جز در برخورد با یکدیگر و دیواره وارد نمی کنند.
- ❖ برخورد مولکول با دیواره کاملاً کشسانی فرض می شود (دیواره کاملاً صاف است).
- ❖ حرکت مولکولها در ظرف در غیاب نیروهای خارجی کاملاً یکنواخت است.
- ❖ در تعیین سرعت مولکولها، هیچ جهتی ارجحیت ندارد.
- ❖ سرعت همه مولکولها یکسان نیست.

فرضیه های اساسی نظریه جنبشی گازها

ظرفی با حجم V شامل N (تعداد زیادی) مولکول با جرم یکسان m در نظر بگیرید.

- ✓ مولکولها به صورت ذرات نقطه ای عمل می کنند (اندازه آنها در مقایسه با فاصله بین ذرات کوچک می باشد)
- ✓ مولکولها با سرعت یکسان مطابق قوانین نیوتن در حرکتند.
- ✓ مولکولها بطور کشسانی با دیواره ظرف برخورد می کنند.
- ✓ دیواره ظرف کاملاً صلب می باشد

معادله حالت یک گاز کامل

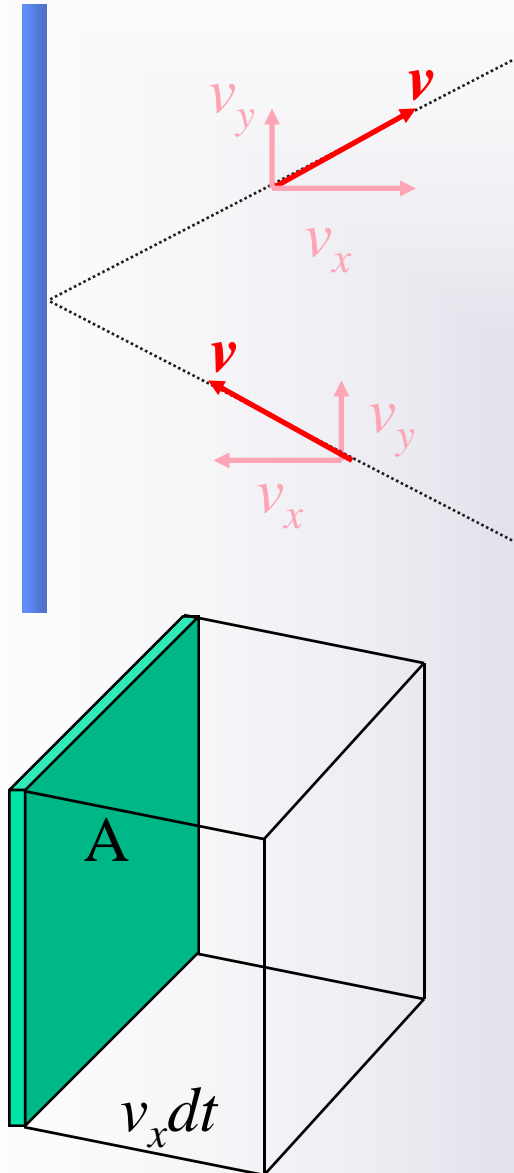
هر برخورد کشسانی یک ضربه به دیواره ظرف وارد می کند

$$\vec{I} = \Delta\vec{p} = (mv_x - (-mv_x)) = 2mv_x$$

برای یک مولکول که با سرعت v_x حرکت می کند و به دیوار برخورد می کند، در بازه زمانی dt باید در یک طول $v_x dt$ از دیوار باشد.

تعداد برخوردها برابر است با:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{N}{V} \right) (Av_x dt)$$



معادله حالت یک گاز کامل

تعداد کل ضربه به دیواره برابر است با:

$$\begin{aligned}(I_x)_{total} &= \frac{1}{2} \left(\frac{N}{V} \right) (Av_x dt) (2mv_x) \\ &= \left(\frac{N}{V} \right) (mv_x^2) A dt\end{aligned}$$

همچنین، ضربه به نیرو مرتبط می شود:

$$(I_x)_{total} = (F_x)_{average} dt$$

طبق تعریف، فشار برابر است با متوسط نیرو بر سطح

$$\begin{aligned}p &= (F_x)_{average} / A \\ &= \left(\frac{N}{V} \right) (mv_x^2)_{average}\end{aligned}$$

معادله حالت یک گاز کامل

به طور خلاصه:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

$$(v_x^2)_{av} = (v_y^2)_{av} = (v_z^2)_{av} = \frac{1}{3} (v^2)_{av}$$

$$p = \left(\frac{N}{V} \right) \frac{1}{3} (mv^2)_{av}$$

$$p = \left(\frac{N}{V} \right) \frac{2}{3} (KE_{tr})_{av}$$

معادله حالت یک گاز کامل

$$pV = N \frac{2}{3} (KE_{tr})_{av}$$

$$pV = nRT$$

$$(KE_{tr})_{av} = \frac{3}{2} \frac{nRT}{N} = \frac{3}{2} \frac{nRT}{nN_A} = \frac{3}{2} \frac{RT}{N_A}$$

ثابت بولتزمن : $k = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/molecule} \cdot \text{K}$

$$pV = NkT = nRT$$

مجدور متوسط مربع سرعت :

$$v_{rms} = \sqrt{(v^2)_{av}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

تمرین

تمرین ۱:

متوسط انرژی جنبشی یک مولکول از گاز ایده ال در دمای ۲۷ درجه سانتیگراد بر حسب ژول و الکترون ولت چقدر است؟

تمرین ۲:

انرژی جنبشی کل یک مول گاز ایده ال در دمای اتاق بر حسب ژول چقدر است؟

تمرین ۳:

مجدور متوسط مربع (rms) سرعت هیدروژن دو اتمی در دمای اتاق را تعیین کنید.

معادله حالت یک گاز کامل

طول آزاد میانگین:

فاصله متوسطی که یک مولکول بین دو برخورد متوالی با سایر مولکولها طی می کند

$\pi(2r)^2 v dt$ برهمکنش مولکولها در داخل حجم

$$\Rightarrow dN_{collision} = 4\pi r^2 v dt \frac{N}{V}$$

با تصحیح حرکت سایر مولکولها

$$dN_{collision} = 4\pi \sqrt{2} r^2 v dt \frac{N}{V}; \frac{dN_{collision}}{dt} = 4\pi \sqrt{2} r^2 v \frac{N}{V}$$

$$t_{mean} = 1 / \left(\frac{dN_{collision}}{dt} \right)$$

زمان متوسط بین دو برخورد

$$\lambda = t_{mean} v = 1 / 4\pi \sqrt{2} r^2 \frac{N}{V} = \frac{kT}{4\pi \sqrt{2} r^2 p}$$

مسافت آزاد متوسط

کمیت‌های فیزیکی دیگر یک گاز کامل

ظرفیتهای گرمایی

ظرفیتهای گرمایی گازها

گرمای اضافه شده دمای گاز را زیاد می کند که متعاقب آن انرژی جنبشی افزایش می یابد

$$dQ = dU = NdKE_1 = nN_A \frac{3}{2} kdT$$

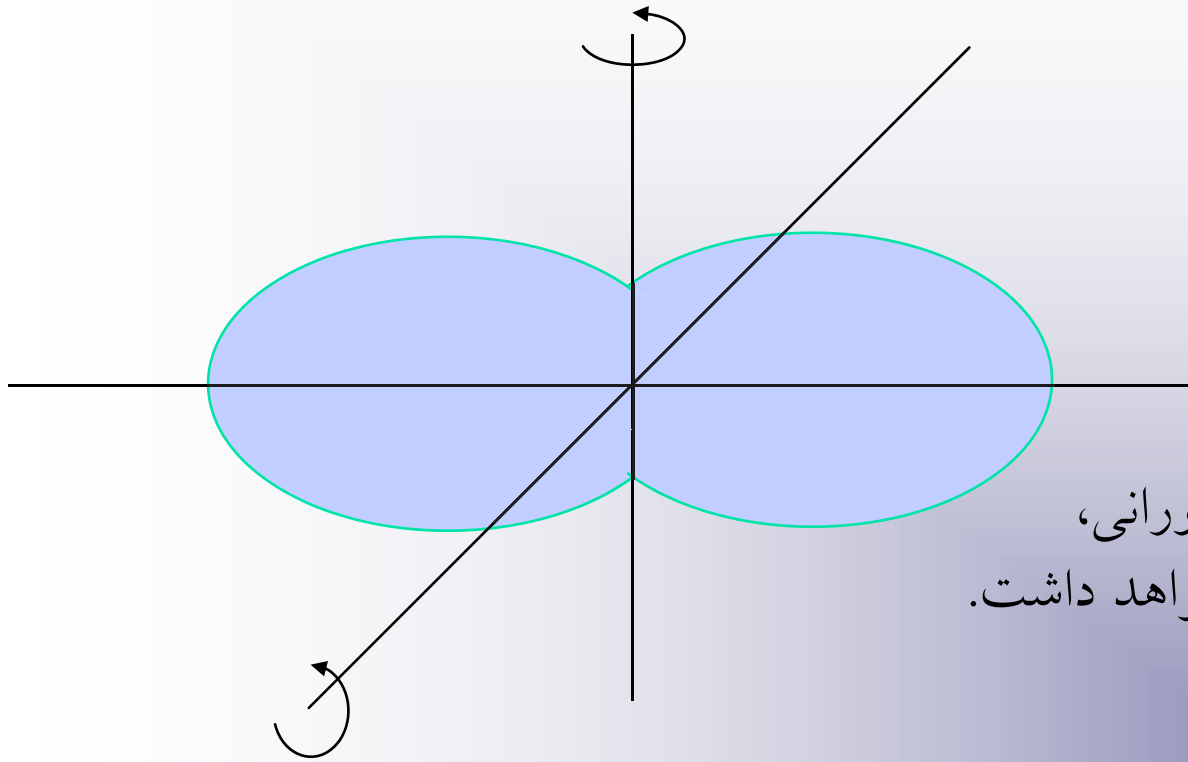
$$dQ = nC_V dT$$

$$nC_V dT = nN_A \frac{3}{2} kdT = n \frac{3}{2} RdT$$

$$C_V = \frac{3}{2} R$$

در توافق با گازهای تک اتمی

گاز کامل دو اتمی



گازهای دو اتمی

انرژی جنبشی دورانی

هر درجه اضافی انرژی جنبشی دورانی،
 $2/1 kT$ سهم در انرژی گرمایی خواهد داشت.

قضیه همپاری انرژی:

هر درجه آزادی (میکروسکوپی) بطور متوسط انرژی $1/2 kT$ دارد

گاز کامل دو اتمی

$$KE_1 = \frac{DOF}{2} kT$$

$$dQ = dU = NdKE_1 = nN_A \frac{DOF}{2} kdT$$

$$dQ = nC_V dT$$

$$nC_V dT = nN_A \frac{DOF}{2} kdT = n \frac{DOF}{2} R dT$$

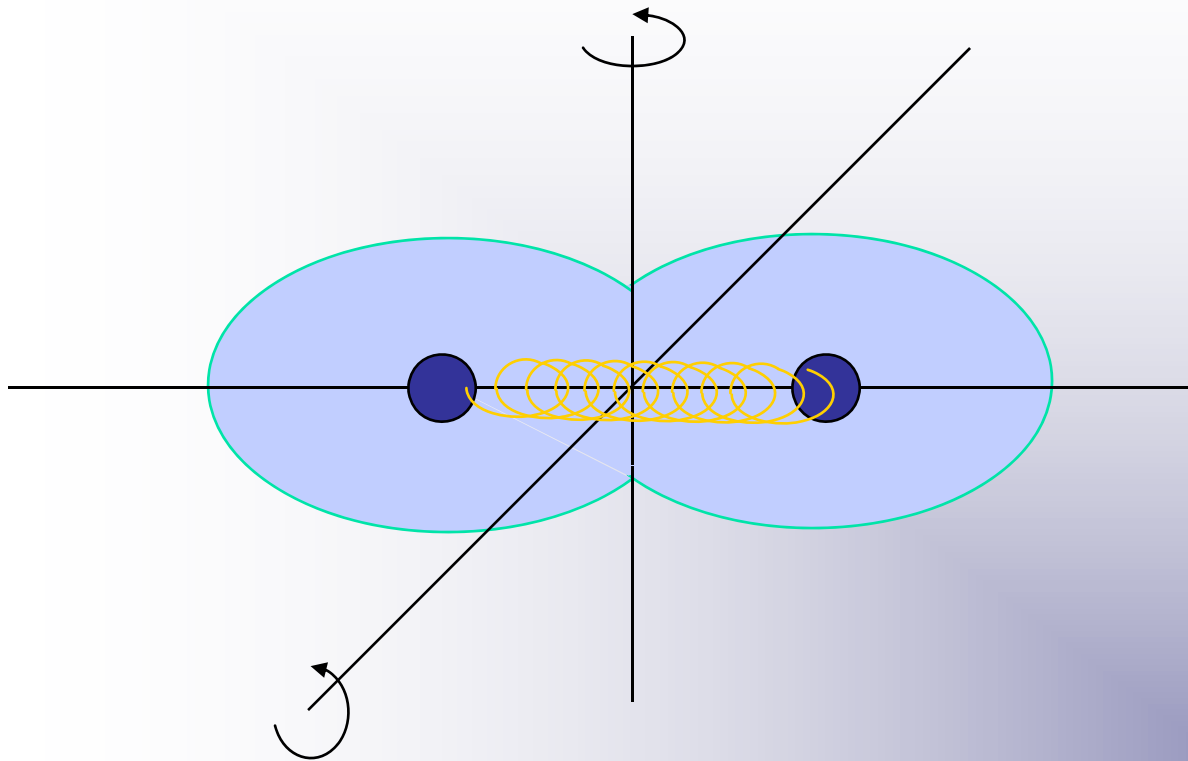
$$C_V = \frac{DOF}{2} R$$

برای گاز دو اتمی با درجه آزادی دورانی

$$DOF = 3 \text{ انتقالی} + 2 \text{ دورانی} = 5$$

$$C_V = \frac{5}{2} R$$

گاز کامل دو اتمی



گازهای دو اتمی
انرژی جنبشی ارتعاشی

قضیه همپاری انرژی:

هر درجه آزادی (میکروسکوپی) بطور متوسط انرژی $1/2 kT$ دارد

گاز کامل دو اتمی

در یک گاز دو اتمی: DOF

انتقالی = ۳

دورانی = ۲

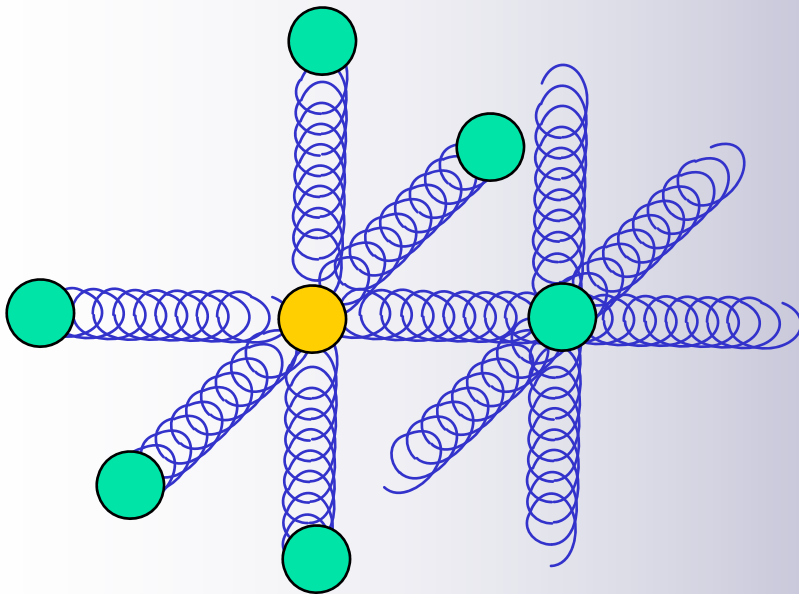
ارتعاشی = ۱

وابستگی دمایی ظرفیت گرمایی در

حجم ثابت C_v یک جسم جامد (سه بعدی)

DOF = 6

(قانون دولون و پتی) $C_v = 3R$



تابع توزیع سرعتها

سرعت مولکول (توازنی از مکانیک آماری)

$$dN = Nf(v)dv \quad (v \text{ تعداد با سرعت})$$

$$v_{av} = \int vf(v)dv$$

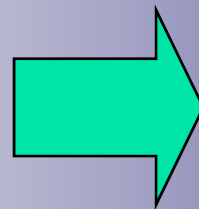
$$v^2_{av} = \int v^2 f(v)dv$$

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2kT}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{رابطه انرژی با سرعت:}$$

$$f(\varepsilon) = \frac{8\pi}{m} \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \varepsilon e^{-\varepsilon/kT}$$

تابع توزیع سرعتها



$$v_{mp} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

$$v_{av} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

مثال ۱

کدام یک از روابط زیر بیانگر فرایند ایستاوار بی دررو برای یک سیستم هیدرواستاتیکی نیست؟

$$PV^\gamma = cte \quad (\text{الف})$$

$$P^{1-\gamma} \theta^\gamma = cte \quad (\text{ب})$$

$$\theta V^{\gamma-1} = cte \quad (\text{ج})$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_s = \gamma \left(\frac{V}{P} \right) \quad (\text{د})$$

حل مثال ۱

کدام یک از روابط زیر بیانگر فرایند ایستاوار بی دررو برای یک سیستم هیدرواستاتیکی نیست؟

فرایند بی درروی : $PV^\gamma = cte$



محاسبه تغییرات جزئی

$$V^\gamma dP + \gamma PV^{\gamma-1} dV = 0$$



$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_s = -\frac{\gamma P}{V}$$

$$PV^\gamma = cte \quad (\text{الف})$$

$$P^{1-\gamma} \theta^\gamma = cte \quad (\text{ب})$$

$$\theta V^{\gamma-1} = cte \quad (\text{ج})$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_s = \gamma \left(\frac{V}{P}\right) \quad (\text{د})$$

مثال ۲

انتشار صوت در یک گاز ممکن است به صورت بی‌دررو در طبیعت مدلبندی شود. برای یک گاز ایده‌ال سه بعدی وقتی فشار در چگالی ثابت دو برابر شود، سرعت صوت چه تغییری می‌کند؟

(الف) $4/1$ برابر می‌شود.

(ب) ۲ برابر می‌شود.

(ج) $7/10$ برابر می‌شود.

(د) تغییر نمی‌کند.

حل مثال ۲

انتشار صوت در یک گاز ممکن است به صورت بی دررو در طبیعت مدلبندی شود. برای یک گاز ایده‌ال سه بعدی وقتی فشار در چگالی ثابت دو برابر شود، سرعت صوت چه تغییری می‌کند؟

فرایند بی درروی: $PV^\gamma = cte$

$$V^\gamma dP + \gamma PV^{\gamma-1} dV = 0$$

(الف) $4/1$ برابر می‌شود.

$$\left(\frac{\Delta V}{\Delta P}\right)_s = -\frac{V}{\gamma P}$$

(ب) 2 برابر می‌شود.

ضریب تراکم پذیری: $\kappa_s = -\frac{1}{V} \left(\frac{\Delta V}{\Delta P}\right)_s = \frac{1}{\gamma P}$

(ج) $7/10$ برابر می‌شود.

سرعت صوت: $w = \sqrt{\frac{1}{\rho \kappa_s}} = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} = \sqrt{2} \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho}} = \sqrt{2} w_0$

(د) تغییر نمی‌کند.

مثال ۳

اگر مدول حجمی آب $B = 2.04 \times 10^9 \text{ Pa}$ باشد (مدول حجمی معکوس ضریب تراکم بی دررو است). با چه طول موجی یک موج با فرکانس 262 Hz در آن منتشر می‌شود؟

(الف) $9/10 \text{ m}$

(ب) $32/8 \text{ m}$

(ج) $45/5 \text{ m}$

(د) $16/4 \text{ m}$

حل مثال ۳

اگر مدول حجمی آب $B = 2.04 \times 10^9 \text{ Pa}$ باشد (مدول حجمی معکوس ضریب تراکم بی دررو است). با چه طول موجی یک موج با فرکانس 262 Hz در آن منتشر می شود؟

سرعت موج طولی: $w = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$

(الف) $9/10 \text{ m}$

چگالی حجمی آب: $\rho = 1 \text{ gr/cm}^3$

(ب) $32/8 \text{ m}$



$$w = \sqrt{\frac{2.04 \times 10^9}{10^3}} = 1430 \text{ m/s}$$

(ج) $45/5 \text{ m}$

طول موج: $\lambda = \frac{w}{\nu} = \frac{1430}{262} = 5.45 \text{ m}$

(د) $16/4 \text{ m}$

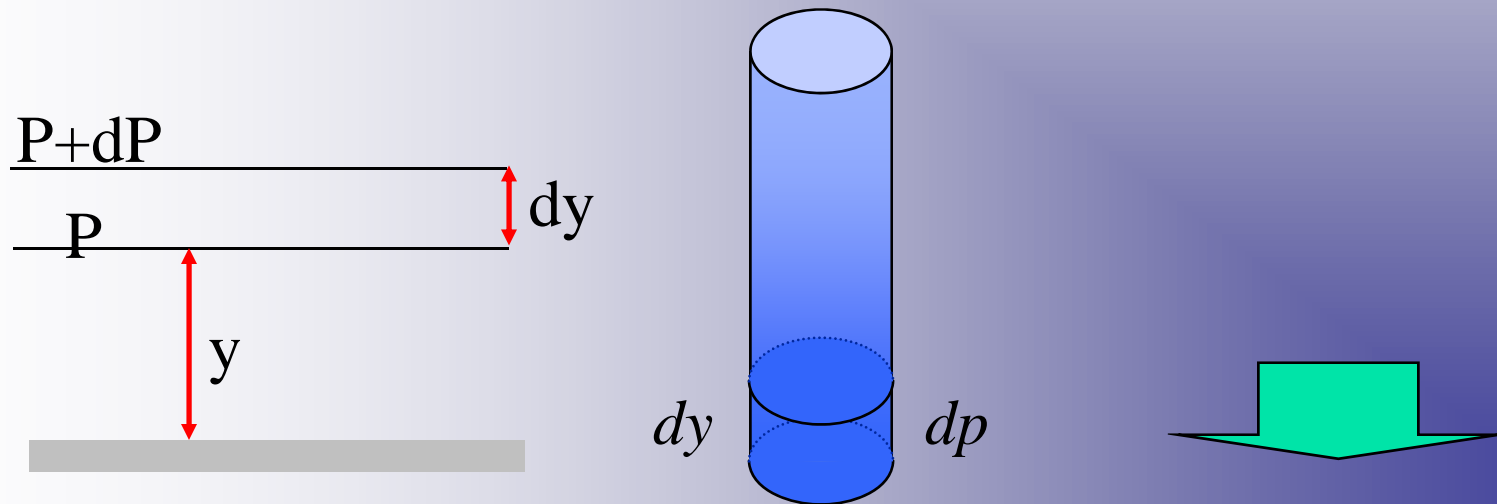
مساله ۱

رابطه بین تغییرات فشار و تغییرات ارتفاع در یک شاره $dP = -\rho g dy$ است که در آن ρ جرم حجمی سیال با وزن مولکولی M ، g شتاب ثقل و y ارتفاع از سطح دریا است (دمای مطلق در ارتفاع y برابر با ρ است).

الف) - اگر لایه استراتوسفر جو زمین را گاز کامل و فرایندهای انتقال هوا را در این لایه همدمما فرض شود، رابطه بین تغییرات فشار و ارتفاع از سطح زمین را بدست آورید.

ب) - اگر در لایه‌های مجاور زمین فرایندهای بی‌دررو فرض شوند (ثابت $P^{1-\gamma} \theta^\gamma$) رابطه بین تغییرات فشار و تغییرات دمایی را بیابید.

ج) - از قسمتهای قبل تغییرات دما را به تغییرات ارتفاع محاسبه کنید



حل مساله ۱

$$dP = -\rho g dy$$

$$PV = nR\theta = \frac{m}{M} R\theta \rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{PM}{R\theta}$$

$$dP = -\frac{PM}{R\theta} g dy$$



$$P \propto e^{-\left(\frac{Mg}{R\theta}\right)y}$$



جواب قسمت (الف)

جواب قسمت (ب)

: در انبساط بی دررو

$$P^{1-\gamma} \theta^\gamma = cte \rightarrow P = cte \times \theta^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \Rightarrow \frac{dP}{P} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{d\theta}{\theta}$$

ادامه حل مساله ۱

از قسمت (الف)

$$dP = -\frac{PM}{R\theta} g dy$$

از قسمت (ب)

$$\frac{dP}{P} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{d\theta}{\theta}$$

جواب قسمت (ج)



تغییرات دما را به تغییرات ارتفاع

$$\frac{d\theta}{dy} = -\frac{Mg}{R} \left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \right)$$

مساله ۲

یک لوله شیشه‌ای باز با قطر داخلی یکنواخت را به شکل L در می‌آوریم. یک بازوی آن را به داخل مایعی به چگالی ρ' فرو می‌بریم و بازوی دیگر به طول L در هوا به صورت افقی می‌ماند. لوله با سرعت زاویه‌ای ثابت ω حول محور بازوی عمودی می‌چرخد. ثابت کنید ارتفاعی که مایع در بازوی عمودی بالا می‌رود برابر است با:

$P_0 =$ فشار جو

$M =$ وزن مولکولی هوا

$g =$ شتاب گرانشی

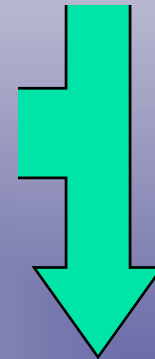
$$y = \frac{P_0 \left(1 - e^{\left(-\frac{\omega^2 L^2 M}{2R\theta} \right)} \right)}{g\rho'}$$

حل مساله ۲

$$\left. \begin{aligned}
 P_0 &= P + \rho'gy \\
 dF &= dm \times \omega^2; \\
 dF &= \rho A \times \omega^2 dx
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow dP = \frac{dF}{A} = \rho \times \omega^2 dx$$

چگالی هوا

$$PV = nR\theta = \frac{m}{M} R\theta \rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{PM}{R\theta}$$



$$dP = \frac{dF}{A} = \frac{PM}{R\theta} \omega^2 x dx$$

ادامه حل مساله ۲

$$dP = \frac{dF}{A} = \frac{PM}{R\theta} \omega^2 x dx$$

با انتگرال گیری از طرفین این رابطه:



$$\int_P^{P_0} dP = \frac{PM}{R\theta} \omega^2 \int_0^L x dx$$

از طرفی

$$P = P_0 - \rho' g y$$

$$y = \frac{P_0 \left(1 - e^{\left(\frac{\omega^2 L^2 M}{2R\theta} \right)} \right)}{g\rho'}$$



فصل ششم

ماشین، یخچال
و
قانون دوم ترمودینامیک

- فصل ۶ (ماشین، یخچال و قانون دوم ترمودینامیک)
 - تبدیل کار به گرما و بالعکس
 - ماشین استرلینگ
 - ماشین بخار
 - ماشینهای درونسوز
 - قانون دوم ترمودینامیک به بیان کلوین پلانک
 - یخچال
 - هم ارزی بیان کلوین پلانک با بیان کلاوسیوس

تبدیل کار به گرما و بالعکس

کار ← گرما

بدون تغییر حالت سیستم این تبدیل می تواند رخ دهد

از قانون اول: تبدیل کار به گرما می تواند با بازده ۱۰۰٪ انجام گیرد

~~گرما → کار~~

با تغییر حالت سیستم مواجه می شویم، لذا این فرایند نمی تواند بطور نامحدود انجام گیرد

چرخه مورد نیاز است

بازده گرمایی ماشین

$$Q = Q_H + Q_C = |Q_H| - |Q_C|$$

قانون اول ترمودینامیک : $\Delta U = Q + W$

در فرایند چرخه‌ای : $\Delta U = 0$

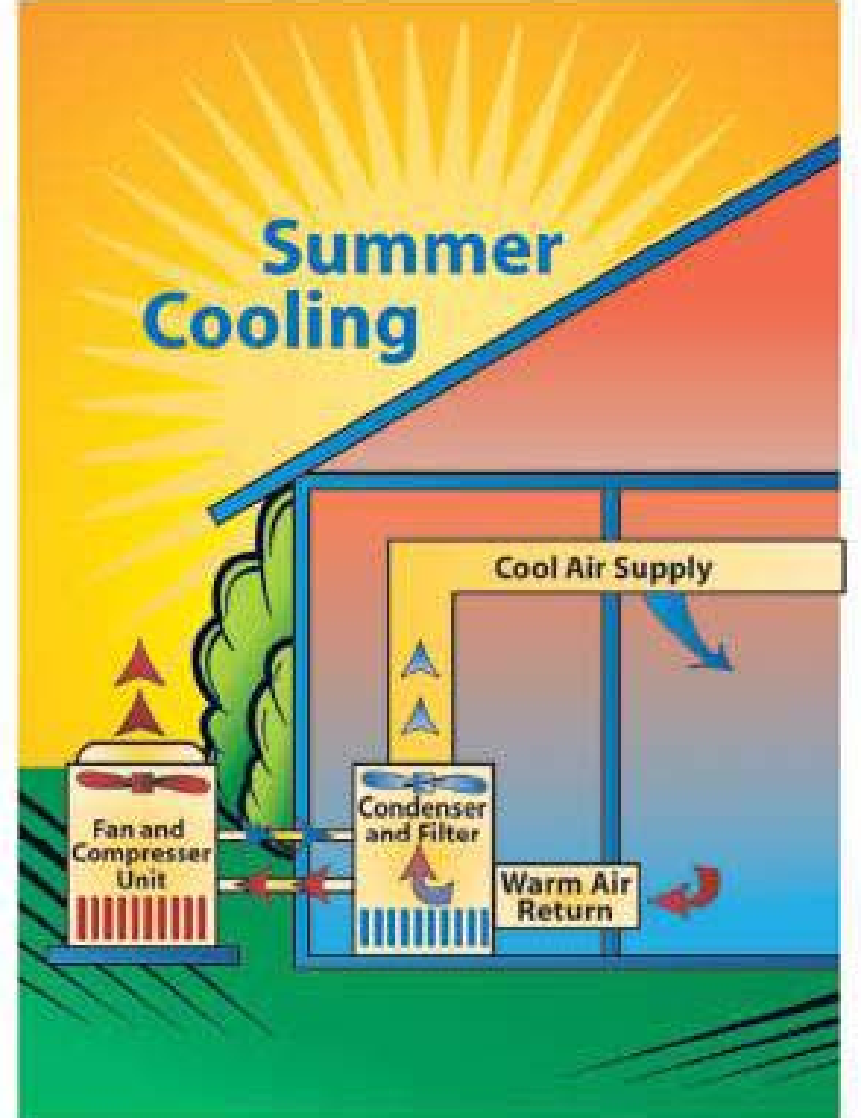
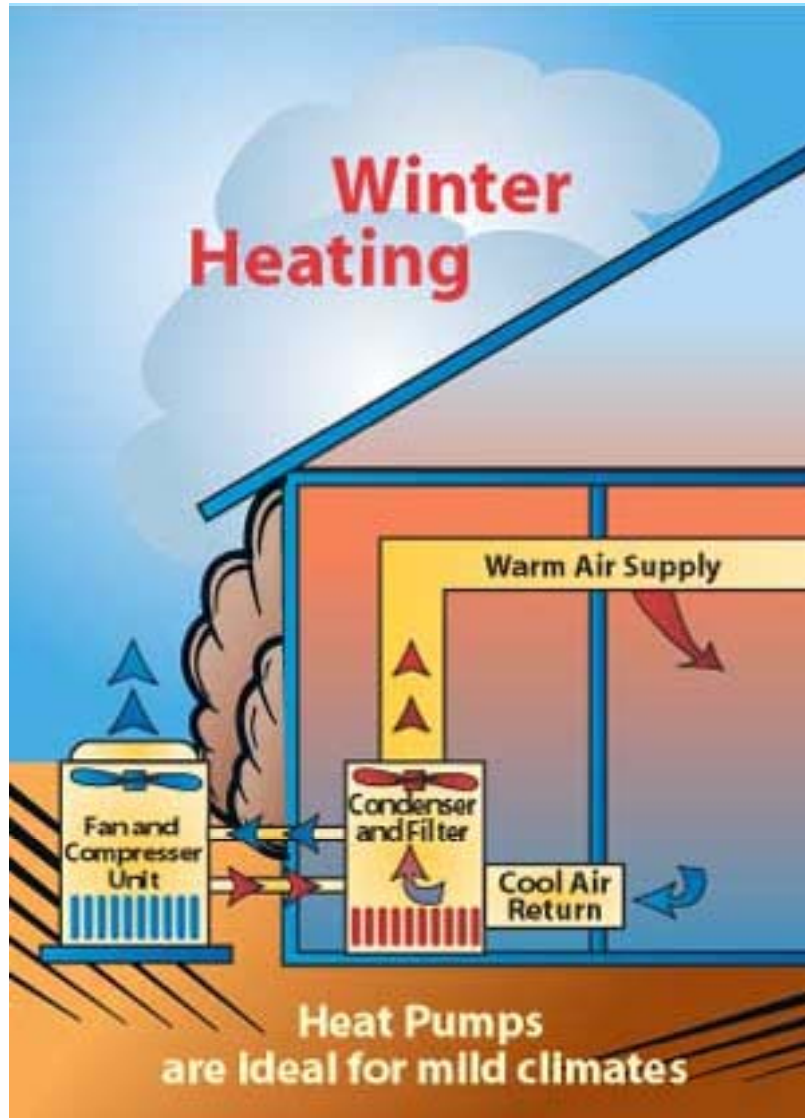
$$W = Q = Q_H + Q_C = |Q_H| - |Q_C|$$

بازده گرمایی $\eta = \frac{W}{Q_H}$

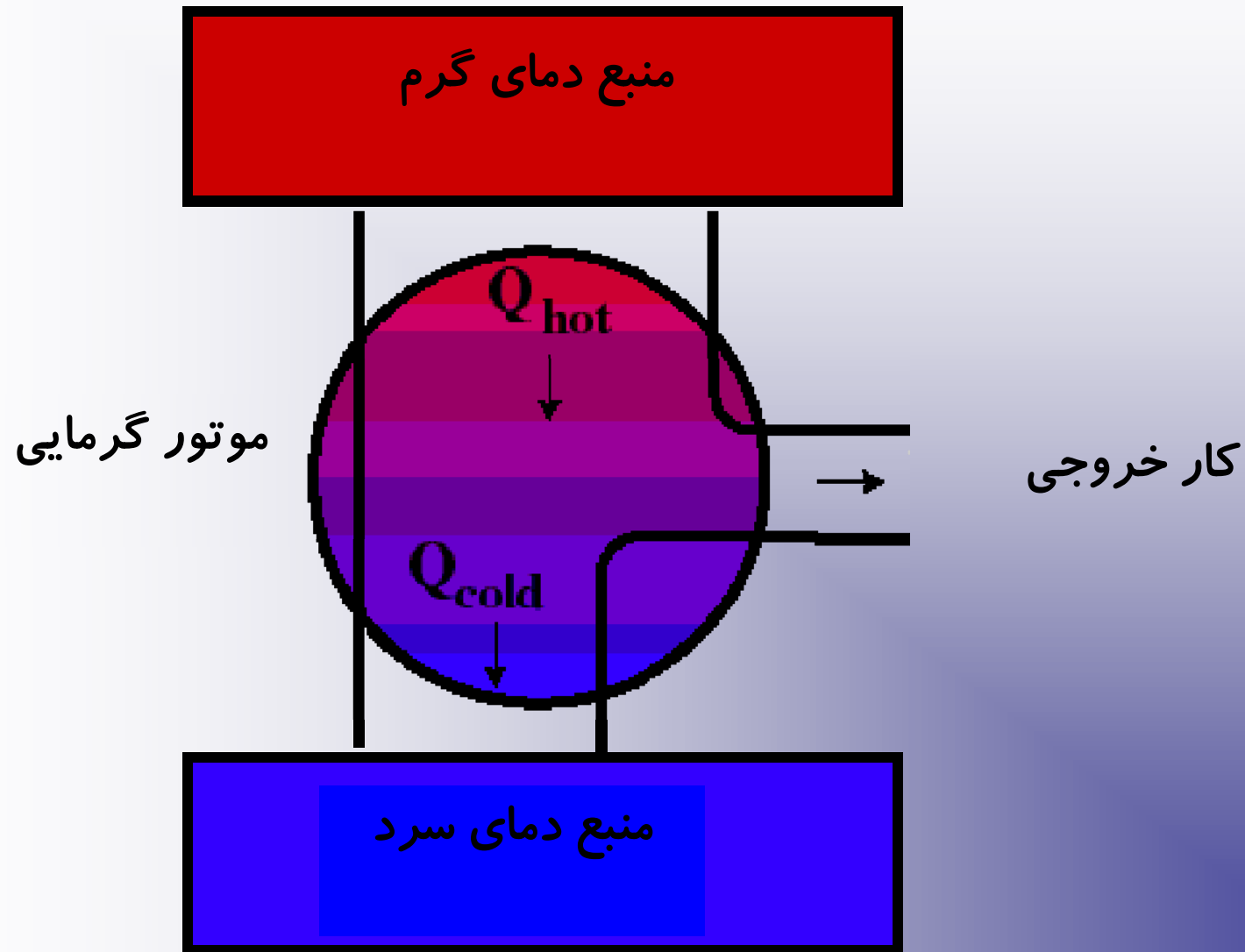
← کار خروجی W
← گرمای ورودی Q_H

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{|Q_H| - |Q_C|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_C|}{|Q_H|}$$

مثالی از پمپهای گرمایی که با قوانین ترمودینامیک کار می کند

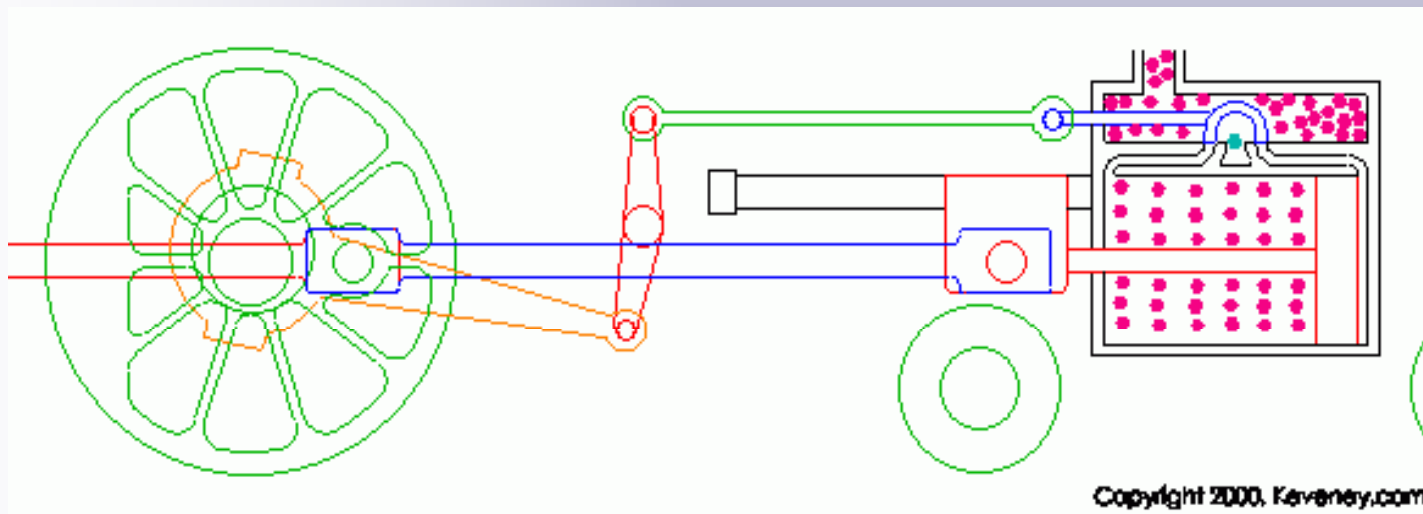


موتورهای گرمایی



موتور گرمایی

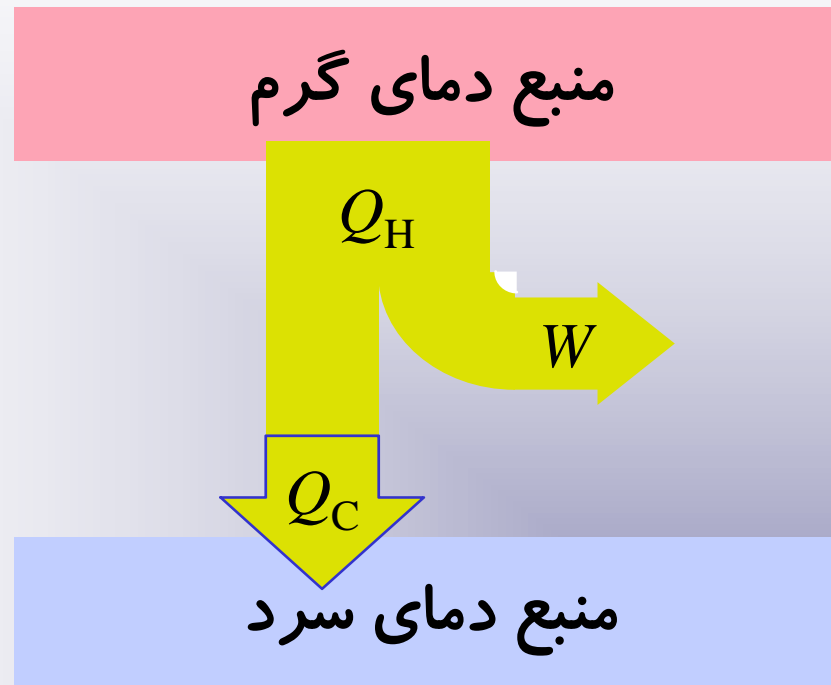
نحوه کار کردن پمپها، موتورها و یخچالها بر اساس قوانین
ترمودینامیکی استوار است



Copyright 2000, Kaveney.com

بازده گرمایی

دیاگرام موتورهای گرمایی



هدف:

مطالعه چند فرایند چرخه‌ای و تحلیل کاربرد ترمودینامیکی آنها

بازده گرمایی

$$Q = Q_H + Q_C = |Q_H| - |Q_C|$$

قانون اول ترمودینامیک : $\Delta U = Q + W$

در فرایند چرخه‌ای : $\Delta U = 0$

$$W = Q = Q_H + Q_C = |Q_H| - |Q_C|$$

بازده گرمایی $\eta = \frac{W}{Q_H}$

← کار خروجی W
← گرمای ورودی Q_H

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{|Q_H| - |Q_C|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H}$$

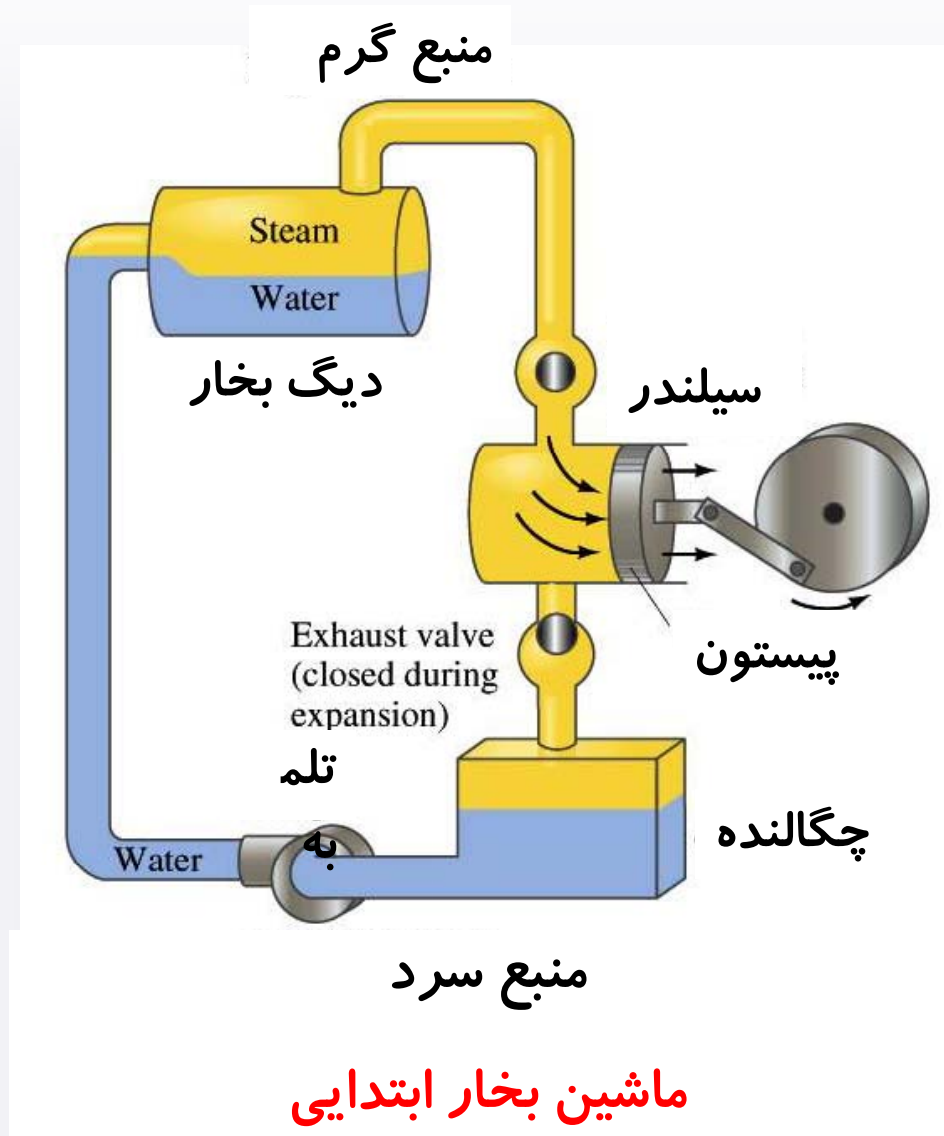
ماشین استرلینگ

برون سوز: ماشین استرلینگ و ماشین بخار
درون سوز: ماشین بنزینی و ماشین دیزلی

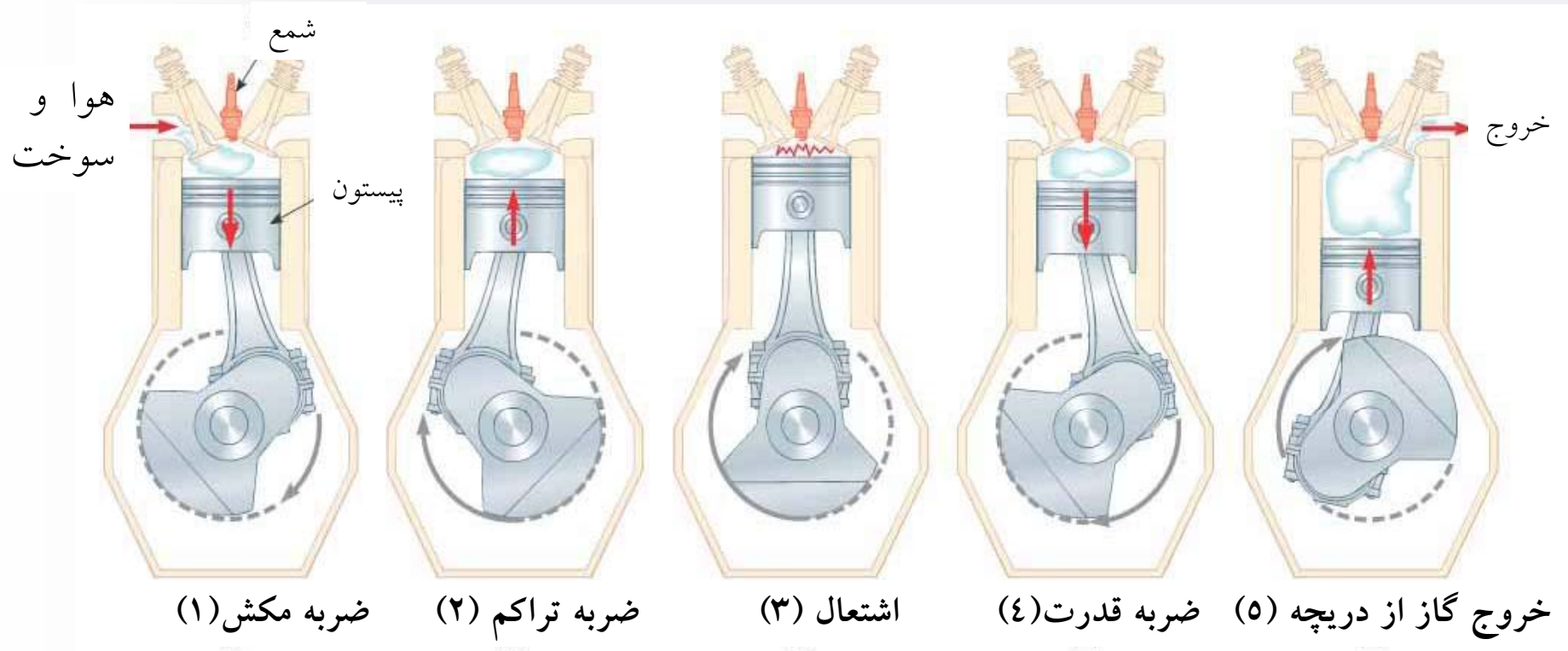
ماشینها

در ادامه به توضیح مختصر کارکرد ماشینهای برون سوز و درونسوز می پردازیم

ماشین بخار (Steam Engine)



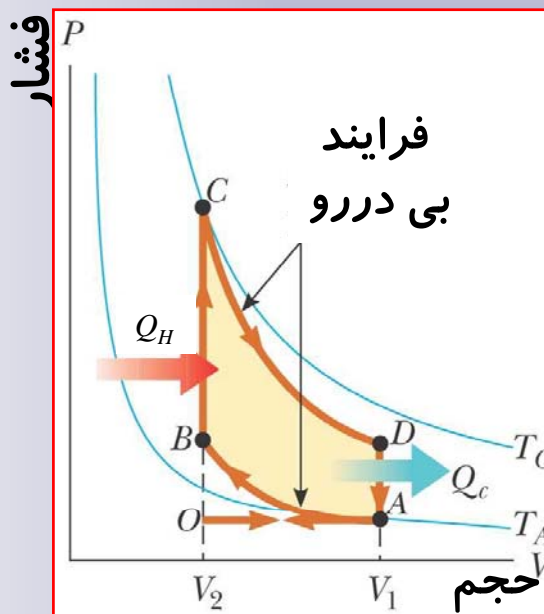
ماشین بنزینی (چرخه اتو Otto Cycle)



ماشین بنزینی (چرخه اتو Otto Cycle)

تقریب موتورهای بنزینی

- در هر چرخه، پیستون چهار بار به بالا و پایین حرکت می کند.
- احتراق در حجم ثابت به صورت ایستاوار انجام می شود.
- ورود مواد سوختی و خروج گازها در فشار ثابت رخ می دهد.
- آهنگ تراکم حدود ۱۰ است.
- بازده نظری موثر حدود ۶۰٪ می باشد.



بازده گرمایی چرخه اتو

	AB	BC	CD	DE
Q				
ΔU				
W				

	A	B	C	D
p	p_a			
V	V_a			
T	T_a			

بازده گرمایی چرخه اتو

	AB	BC	CD	DE
Q	0	$nC_V\Delta T$	0	$nC_V\Delta T$
ΔU	$nC_V\Delta T$	Q	$nC_V\Delta T$	Q
W	$-\Delta U$	0	$-\Delta U$	0

	A	B	C	D
p	P_A	$pV=nRT$	$pV=nRT$	$pV=nRT$
V	V_A	$V_A(=rV_B)$	$V_C=V_B=V_2$	$V_D=V_A=V_1$
T	T_A	$T_A V_A^\gamma = T_B V_B^\gamma$	$Q_H=nC_V\Delta T$	$T_A V_A^\gamma = T_B V_B^\gamma$

نسبت تراکم یا نسبت انبساط

$$r = V_A / V_B \quad (r < 10)$$

بازده گرمایی چرخه اتو

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{|Q_H| - |Q_C|}{Q_H} =$$

$$= \frac{nC_V (T_C - T_B) - nC_V (T_D - T_A)}{nC_V (T_C - T_B)} = \frac{T_C - T_B + T_A - T_D}{T_C - T_B}$$

$$T_A (V_A)^{\gamma-1} = T_B (V_B)^{\gamma-1} \quad T_D (V_D)^{\gamma-1} = T_C (V_C)^{\gamma-1}$$

$$T_A (rV_B)^{\gamma-1} = T_B (V_B)^{\gamma-1} \quad T_D (rV_B)^{\gamma-1} = T_C (V_B)^{\gamma-1}$$

$$T_D (r)^{\gamma-1} = T_C$$

$$T_A (r)^{\gamma-1} = T_B$$

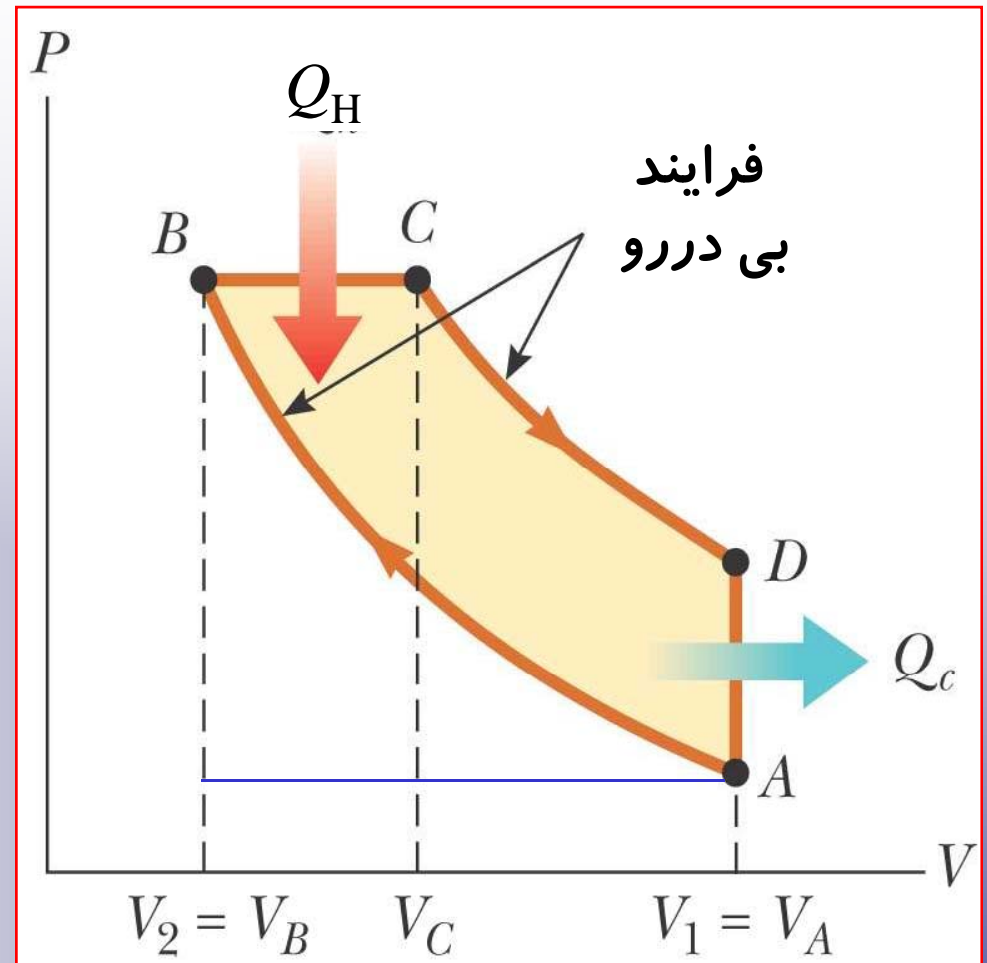
$$\eta = \frac{T_D (r)^{\gamma-1} - T_A (r)^{\gamma-1} + T_A - T_D}{T_D (r)^{\gamma-1} - T_A (r)^{\gamma-1}} = \frac{r^{\gamma-1} - 1}{r^{\gamma-1}}$$

بازده گرمایی چرخه اتو: $\eta = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}$

$R = 9 (<10) \rightarrow$ بازده ~ 67%

ماشین دیزلی (Diesel cycle)

- سوخت در مسیر A-B قبل از B تزریق می شود.
- وقتی دما به قدر کافی بالا برود در نقطه اشتعال صورت می گیرد.
- انبساط همفشار از B به C رخ می دهد و پیوسته از C به D بصورت بی دررو بدون ورود گرما.
- در یک حجم ثابت، خروج گازها در شاخه D به A رخ می دهد.
- بازده نظری برای چنین چرخه ای حدود ۶۴٪ می باشد.



$$r_C = V_A / V_B \quad (r_C \sim 15)$$

$$r_E = V_A / V_C \quad (r_E \sim 5)$$

نسبت تراکم

نسبت انبساط

بازده گرمایی ماشین دیزلی

	AB	BC	CD	DA
Q	0	$Q_H = nC_p \Delta T$	0	$nC_v \Delta T$
ΔU	$nC_v \Delta T$	$nC_v \Delta T$	$nC_v \Delta T$	Q
W	$-\Delta U$	$Q - \Delta U$	$-\Delta U$	0

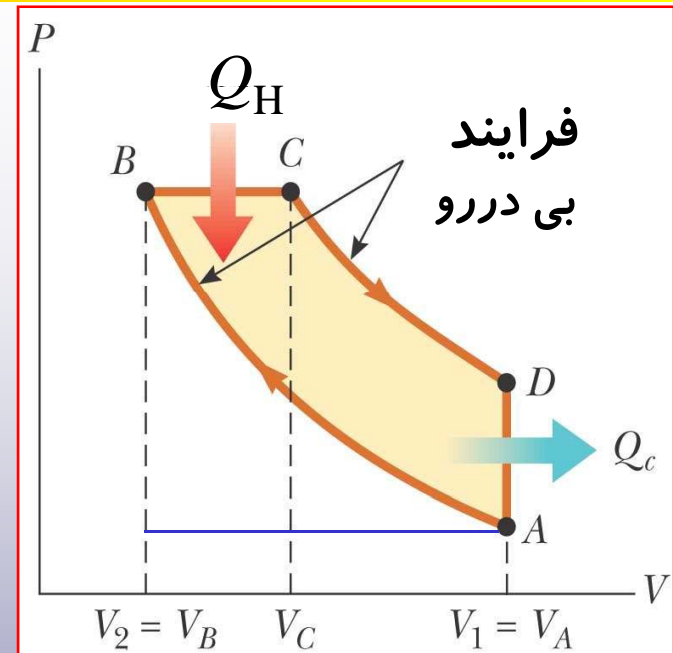
	A	B	C	D
p	P_A	$pV = nRT$	$p_C = p_B$	$pV = nRT$
V	V_A	$r_C V_B = V_A$	$pV = nRT$	$V_D = V_A (= r_E V_C)$
T	T_A	$T_A V_A^\gamma = T_B V_B^\gamma$	$Q_H = nC_p \Delta T$	$T_C V_C^\gamma = T_D V_D^\gamma$

تمرین: بازده گرمایی را در یک چرخه دیزلی محاسبه کنید.

تمرین (بازده گرمایی)

مفروضات

حجم سیلندر	$V_A = 5.0 \times 10^{-4} \text{ m}^3$
ضریب اتمیسته گازها	$\gamma = 7/5 = 1.4$
فشار داخلی	$P_A = 1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$
دمای داخلی	$T_A = 300\text{K}$
نسبت تراکم	$r_C = V_A/V_B = 22$
نسبت قطع	$r_{Cut} = V_C/V_B = 2.0$

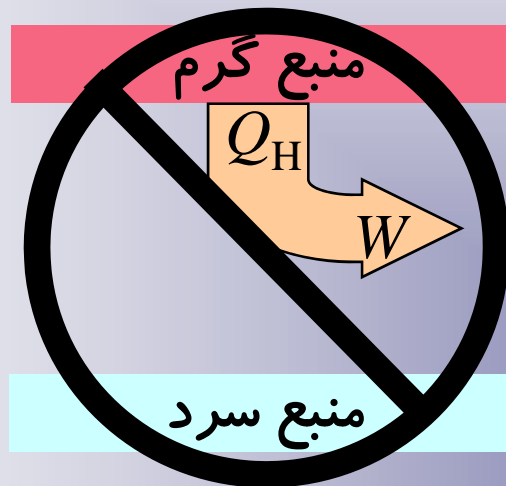


محاسبه کنید!

- تعداد مولهای گاز n در سیلندر؟
- P_B و T_B بعد از فرایند تراکم بی دررو مخلوط هوا و سوخت (A-B)؟
- T_C بعد از انبساط همفشار (B-C)؟
- P_D و T_D بعد از فرایند انبساط بی دررو مخلوط مشتعل شده (C-D)؟
- Q_C ، Q_H ، بازده η و کار انجام شده در هر چرخه W_{eng} ؟

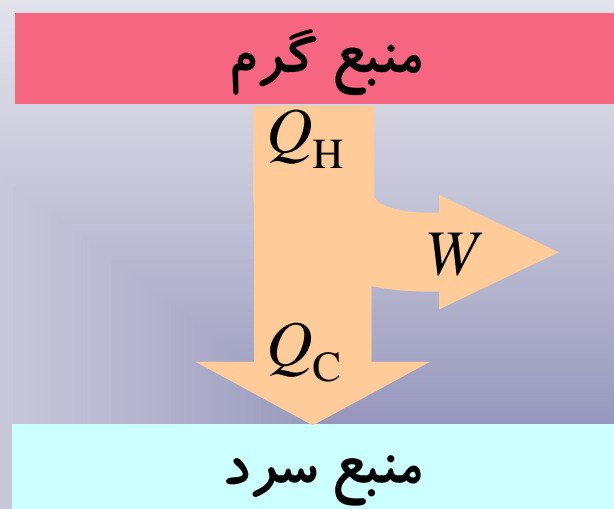
قانون دوم ترمودینامیک (کلوین-پلانک)

هیچ فرایندی که تنها نتیجه آن جذب گرما از یک منبع و تبدیل این گرما به کار باشد، امکان پذیر نیست.



موتور گرمایی با بازده ۱۰۰٪ نمی تواند در یک چرخه بین منبع گرم و سرد وجود داشته باشد.

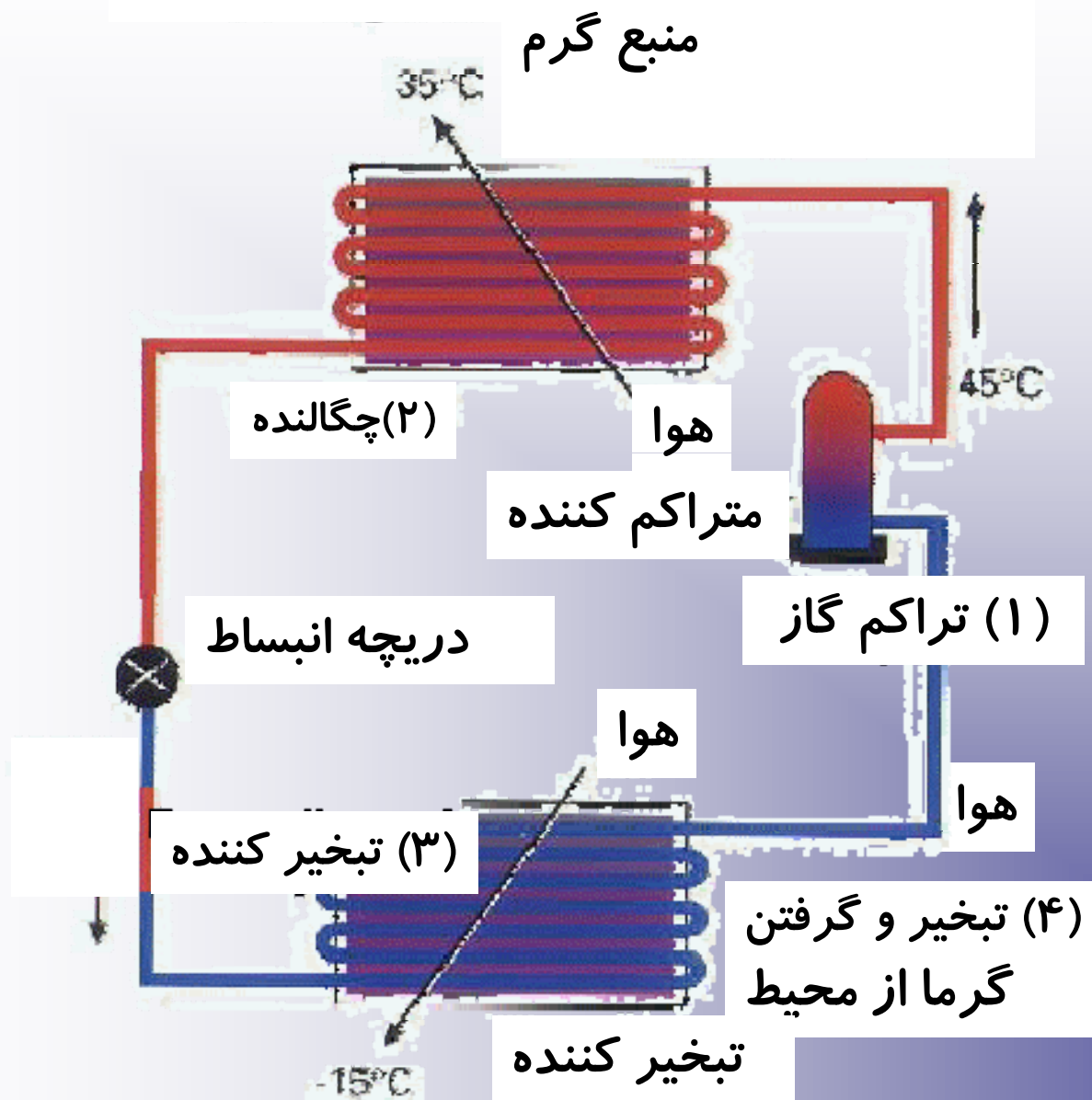
قانون دوم ترمودینامیک (کلوین-پلانک)



قانون اول ترمودینامیک، ایجاد و نابودی انرژی را نمی کند

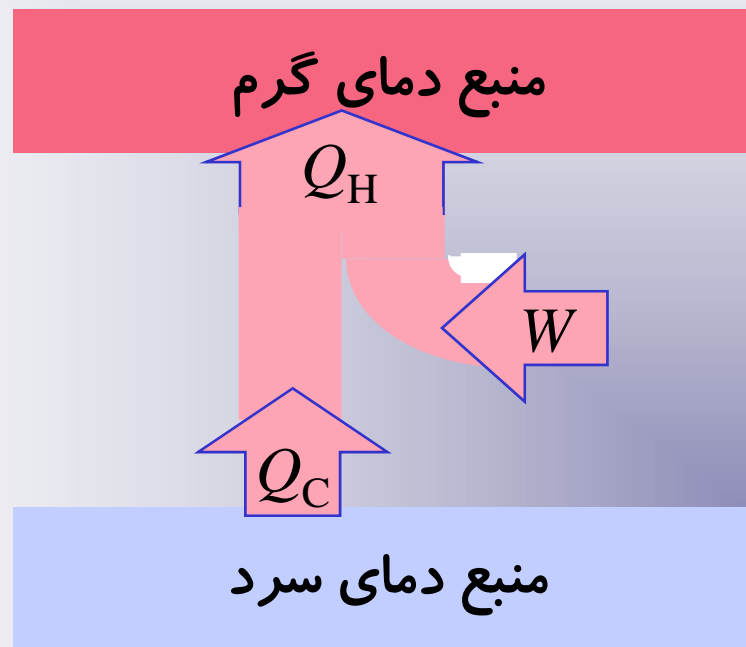
قانون دوم، امکان استفاده از یک روش خاص در بهره گیری از انرژی را نمی کند.

یخچالها



یخچالها

برعکس موتورهای گرمایی کار می کنند



یخچالها

$$Q = Q_H + Q_C = -|Q_H| + |Q_C|$$

قانون اول ترمودینامیک :

$$\Delta U = Q + W$$

فرایند چرخه ای :

$$\Delta U = 0$$

$$-W = Q = Q_H + Q_C = -|Q_H| + |Q_C|$$

$$|W| = |Q_H| - |Q_C|$$



ضریب عملکرد
(نسبت سرد شدگی)

$$\omega = \frac{Q_C}{|W|}$$

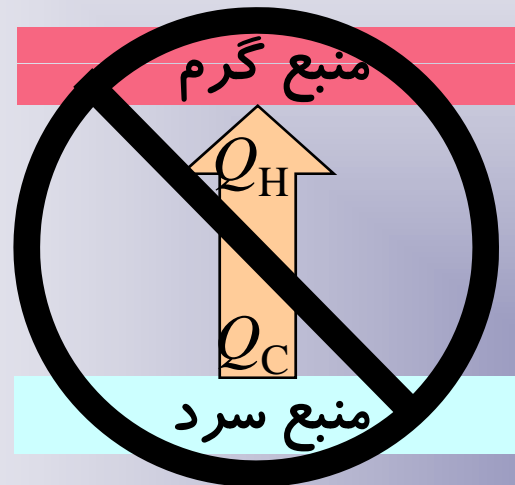
گرمای استخراج شده از منبع سرد

کار انجام شده بر روی سردکن

$$\omega = \frac{|Q_C|}{|Q_H| - |Q_C|}$$

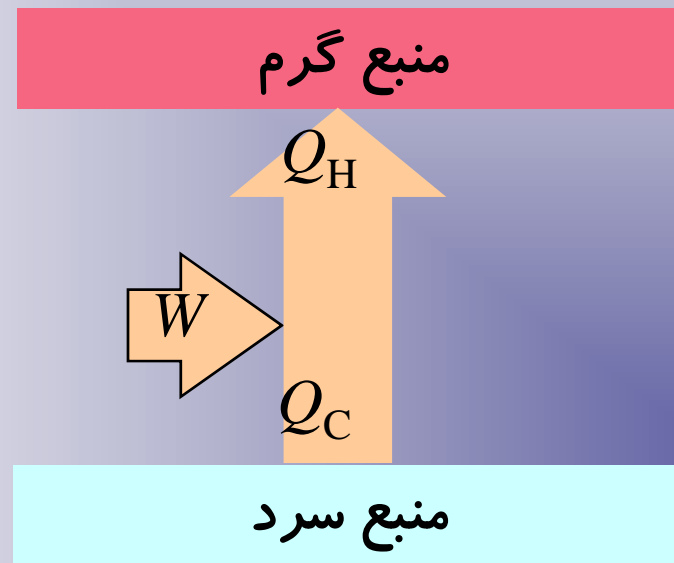
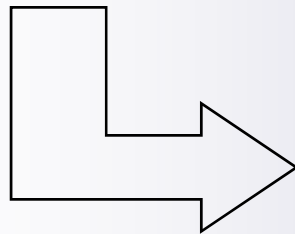
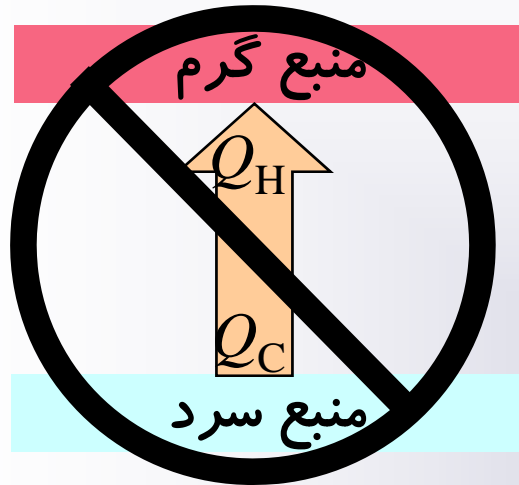
قانون دوم ترمودینامیک (کلاوسیوس)

هیچ فرایندی که تنها نتیجه آن انتقال گرما از یک جسم سردتر به یک جسم گرمتر باشد، امکان پذیر نیست.

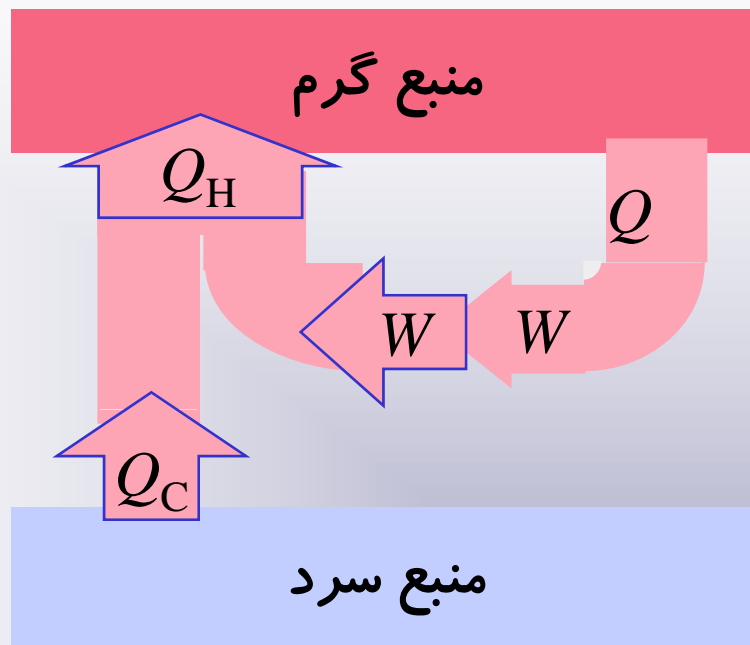


همواره برای انتقال گرما از یک منبع سرد به یک منبع گرم، احتیاج به انجام کار است.

قانون دوم ترمودینامیک (کلاوسیوس)

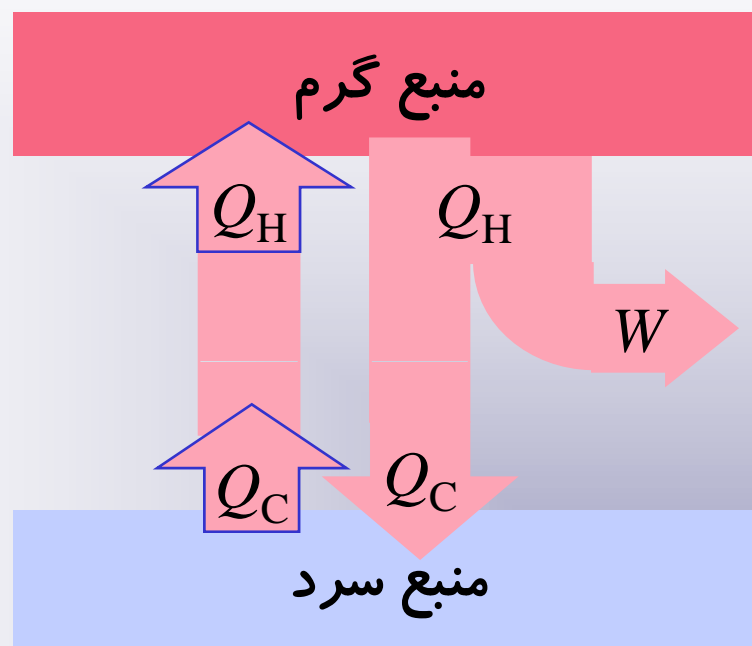


هم ارزی بیان کلوین-پلانک با بیان کلاوسیوس



موتور سمت راست ناقص کلوین است. عمل هر دو بیان کلاوسیوس را نیز نقض می کند.

هم ارزی بیان کلوین-پلانک با بیان کلاوسیوس



یخچال سمت چپ ناقض کلاوسیوس است. عمل هر دو بیان کلوین را نیز نقض می کند.

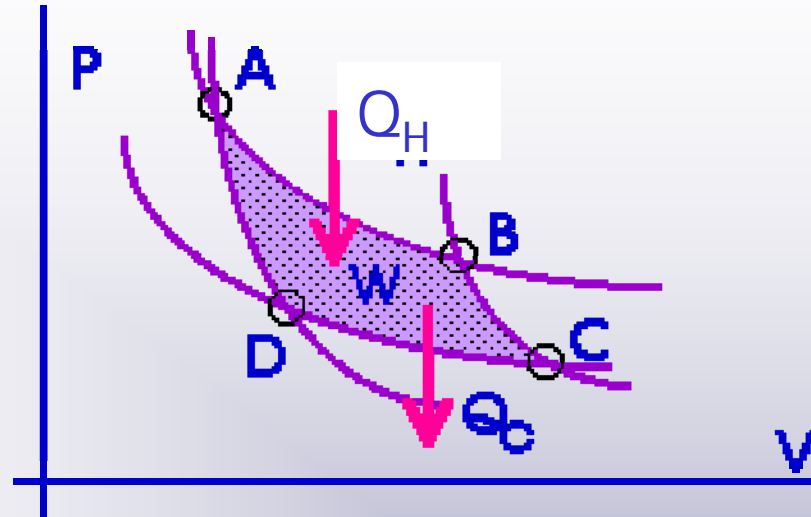
چرخه کارنو (Carnot cycle)



Carnot

- ❖ چرخه کارنو بیشترین بازده ممکنه را در بین موتورهای گرمایی داراست (چرخه ایده ال).
- ❖ یک چرخه برگشت پذیر بوده که در آن دو شاخه بی دررو و دو شاخه همدما رخ می دهد.
- ❖ سطح زیر منحنی بیانگر کار انجام شده است.

چرخه کارنو



$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{|Q_H| - |Q_C|}{|Q_H|} = 1 - \frac{|Q_C|}{|Q_H|} < 100\%$$

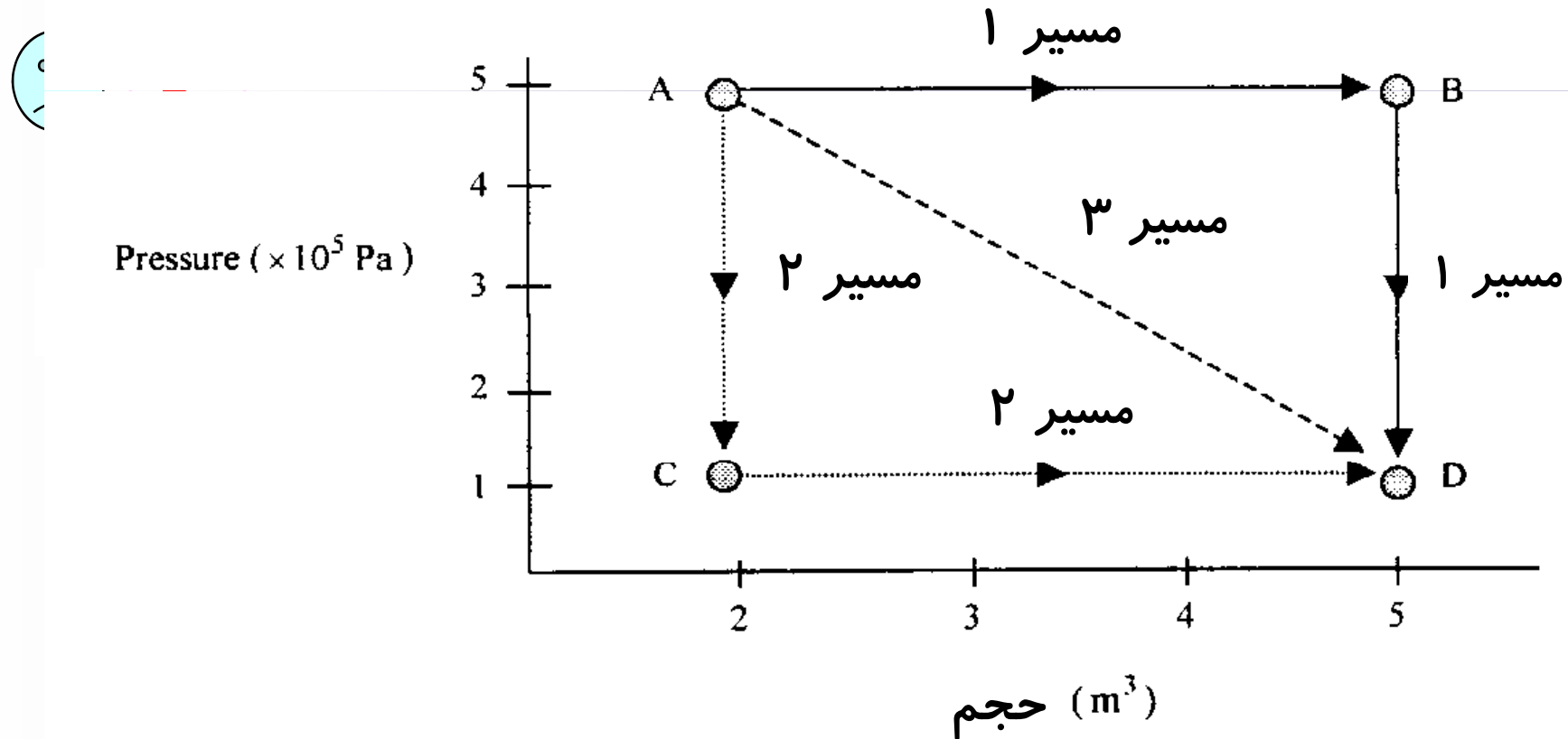
محاسبه کنید!

کار خالص انجام شده در چرخه؟
بازده چرخه کارنو؟

تمرین:

سؤال

سه مسیر مشخص شده در شکل زیر مربوط به سه آزمایش مختلف است که در آن یک گاز از نقطه به نقطه انبساط داده می شود. مقدار کار انجام شده برای سه مسیر را محاسبه کنید.



فصل هفتم

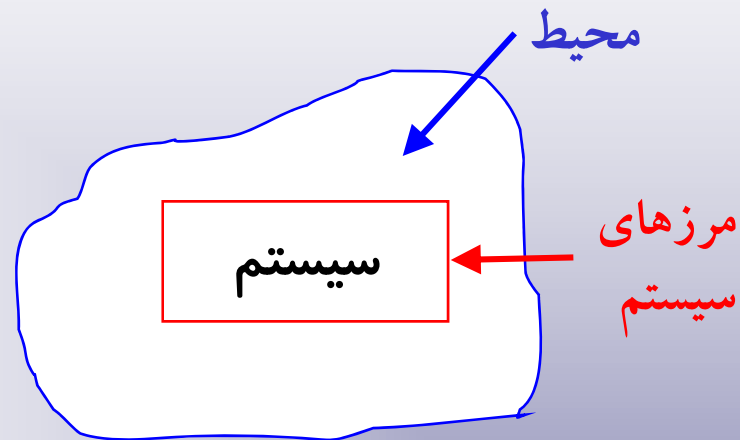
برگشت پذیری و مقیاس دمای کلوین

■ فصل ۷ (برگشت پذیری و مقیاس دمای کلوین)

- برگشت پذیری و برگشت ناپذیری
- برگشت ناپذیری مکانیکی خارجی و داخلی
- برگشت ناپذیری گرمایی خارجی و داخلی
- برگشت ناپذیری شیمیایی
- شرایط برگشت پذیری
- وجود سطوح بی درروی برگشت پذیر
- مقیاس دمای کلوین و تساوی آن با دمای گاز کامل

برگشت پذیری و برگشت ناپذیری

در ترمودینامیک، کار یک مفهوم ماکروسکوپی است



فرض کنید فرایندی رخ می دهد که در آن:

- (۱) - سیستم از یک حالت اولیه به یک حالت نهایی می رود
- (۲) - جسم معلق آنقدر پایین آورده می شود که به اندازه واحد کار انجام می شود.
- (۳) - گرمای از سیستم انتقال می یابد.

برگشت پذیری و برگشت ناپذیری

فرایند برگشت پذیر

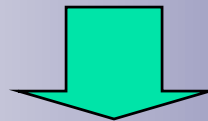
فرایندی که در پایان انجام آن، هم سیستم و هم محیط اطراف می‌توانند به حالت‌های اولیه خود بازگردانده می‌شوند، بدون اینکه هیچ تغییری در بقیه جهان ایجاد کنند.

فرایند برگشت ناپذیر

فرایندی که شرایط بالا نتواند برقرار کند، فرایند برگشت ناپذیر خوانند.

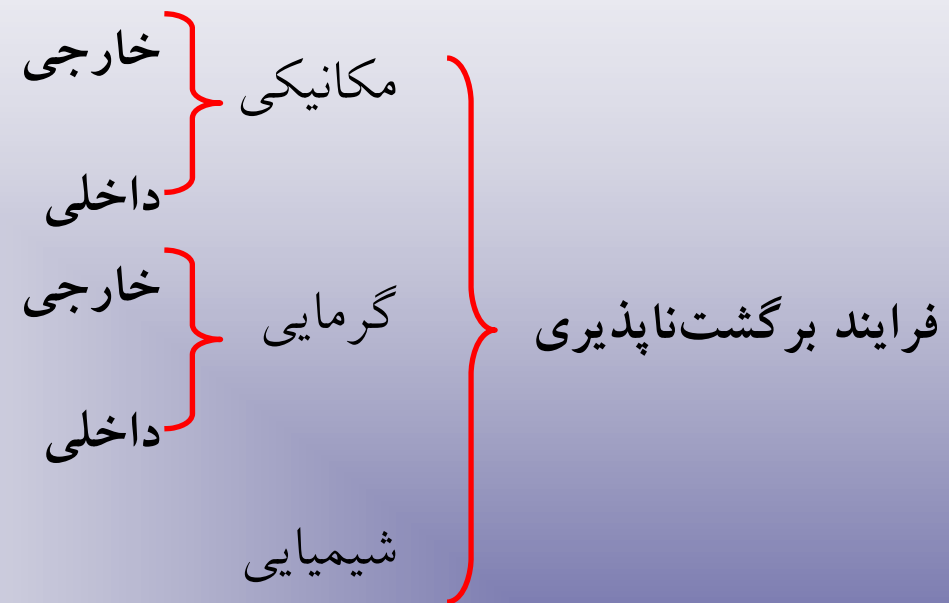
سوال مهم:

آیا فرایندهای طبیعی برگشت پذیرند یا نه؟



نشان می‌دهیم که تمام فرایندهای طبیعی برگشت ناپذیرند (یکی از نتایج قانون دوم ترمودینامیک)

انواع فرایندهای برگشت ناپذیری

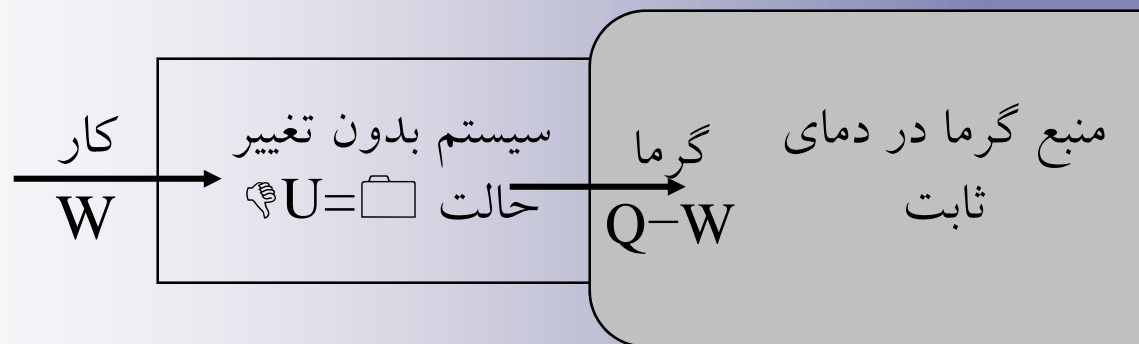


فرایند برگشت ناپذیری مکانیکی

فرایند برگشت ناپذیری مکانیکی خارجی

(الف) - شامل تبدیل همدمای کار از طریق یک سیستم به انرژی داخلی یک منبع

- ❖ بهم زدن نامنظم مایع چسبنده‌ای که در تماس با یک منبع است.
- ❖ به سکون درآمدن یک مایع در حال چرخش یا در حال ارتعاش که با یک منبع در تماس است.
- ❖ تغییر شکل ناکشسان یک جسم جامد که در تماس با یک منبع است.
- ❖ انتقال الکتروسیته از یک مقاومت که با یک منبع است.
- ❖ پس ماند مغناطیسی یک ماده که با یک منبع است.

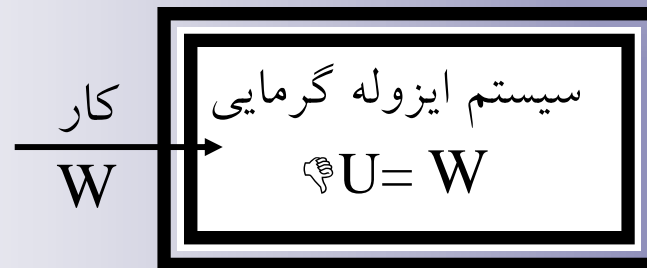


فرایند برگشت ناپذیری مکانیکی

فرایند برگشت ناپذیری مکانیکی خارجی

(ب) - شامل تبدیل بی درروی کار به انرژی داخلی یک سیستم

- ❖ بهم زدن نامنظم مایع چسبنده‌ای که از نظر گرمایی عایق بندی شده است.
- ❖ به سکون درآمدن یک مایع عایق بندی شده از حالت چرخش یا ارتعاش.
- ❖ تغییر شکل ناکشسان یک جسم جامد که از نظر گرمایی عایق بندی شده است.
- ❖ انتقال الکتریسیته از یک مقاومت که از نظر گرمایی عایق بندی شده است.
- ❖ پس ماند مغناطیسی یک ماده که از نظر گرمایی عایق بندی شده است.



نتیجه: در فرایندهایی که شامل اتلاف کار و تبدیل آن به انرژی داخلی یک سیستم هستند، از خود برگشت ناپذیری مکانیکی خارجی نشان می دهند.

فرایند برگشت ناپذیری مکانیکی

فرایند برگشت ناپذیری مکانیکی داخلی

شامل تبدیل انرژی داخلی یک سیستم به انرژی مکانیکی و تبدیل مجدد آن به انرژی داخلی

❖ هجوم ناگهانی گاز کامل به داخل خلا (فرایند انبساط آزاد)

❖ تراوش گاز از طریق یک جدار متخلخل (فرایند خفانشی)

❖ صدای یک سیم تحت کشش پس از بریده شدن آن.

❖ ترکیدن یک حباب صابون پس از سوراخ شدن.

فرایند برگشت ناپذیری گرمایی

فرایند برگشت ناپذیری گرمایی خارجی و داخلی

شامل انتقال گرما بین یک سیستم و یک منبع در اثر یک اختلاف دمای متناهی

❖ رسانش یا تابش از یک سیستم به یک منبع سردتر.

❖ رسانش یا تابش گرما از طریق یک سیستم (که بدون تغییر باقی می ماند) از یک منبع گرم به یک منبع سردتر

فرایندی که به علت غیر یکنواخت بودن دما شامل انتقال گرما بین اجزای یک سیستم می شود نیز به موجب قانون دوم به بیان کلاسیوس برگشت ناپذیر است.

فرایند برگشت ناپذیری شیمیایی

فرایند برگشت ناپذیری شیمیایی

شامل تغییر خودبخودی ساختار داخلی، ترکیب شیمیایی، چگالی، شکل بلوری و ... می باشند.

❖ تشکیل ترکیبات شیمیایی جدید.

❖ اختلاط دو ماده مختلف.

❖ تغییر ناگهانی فاز.

❖ عبور ماده بین فازهایی که در تماس با یکدیگرند.

شرایط برگشت پذیری

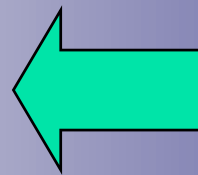
تمام فرایندهای طبیعی خودبخودی برگشتناپذیرند

ویژگیهای مشترک فرایندهای طبیعی:

- ❑ شرایط تعادل ترمودینامیکی (تعادل مکانیکی، گرمایی و شیمیایی) برقرار نیست.
- ❑ آثار اتلافی مانند چسبندگی، اصطکاک، ناکشسانی، مقاومت الکتریکی و پسماند مغناطیسی وجود دارد.

برای اینکه فرایندی برگشت پذیر باشد، باید دارای ویژگیهای فوق نباشد.

1. به طور ایستوار انجام گیرد.
2. با هیچ اثر اتلاف کننده ای همراه نباشد



فرایند برگشت پذیری

سطوح بی درروی برگشت پذیر

یکی از پیامدهای قانون دوم ترمودینامیک:

تمام فرایندهای طبیعی **خودبخودی** و **برگشت ناپذیرند**

از پیامدهای دیگر قانون دوم ترمودینامیک:

□ روش مهندسی: کارنو، کلوین و کلاوسیوس

□ روش اصل موضوعی: کاراتئودوری

اصل موضوعی کاراتئودوری:

در مجاورت هر حالت تعادل یک سیستم با هر تعداد مختصات ترمودینامیکی،
حالتی وجود دارند که نمی توان توسط فرایندهای بی دررو به آنها رسید

تمام پیامدهای اصل موضوع کاراتئودوری مستقیماً از قانون دوم ترمودینامیک به بیان
کلوین پلانک نتیجه می شود.

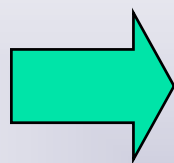
بیان ریاضی سطوح بی درروی برگشت پذیر

قانون اول ترمودینامیک :

$$dQ = dU - YdX$$

$$dQ = \left(\frac{\partial U}{\partial t} \right)_X dt + \left[-Y + \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)_t \right] dX$$

در فرایند بی دررو،
تغییرات گرمایی صفر است



$$\left(\frac{\partial U}{\partial t} \right)_X dt + \left[-Y + \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)_t \right] dX = 0$$

شیب منحنی بی درروی t, X

$$\left(\frac{dt}{dX} \right)_{ad} = \frac{Y - \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)_t}{\left(\frac{\partial U}{\partial t} \right)_X}$$



$$\sigma(t, X) = \text{constant}$$

شامل یک خانواده منحنی

منحنی برگشت پذیر بی دررو که شامل تمام حالات تعادلی می باشد.

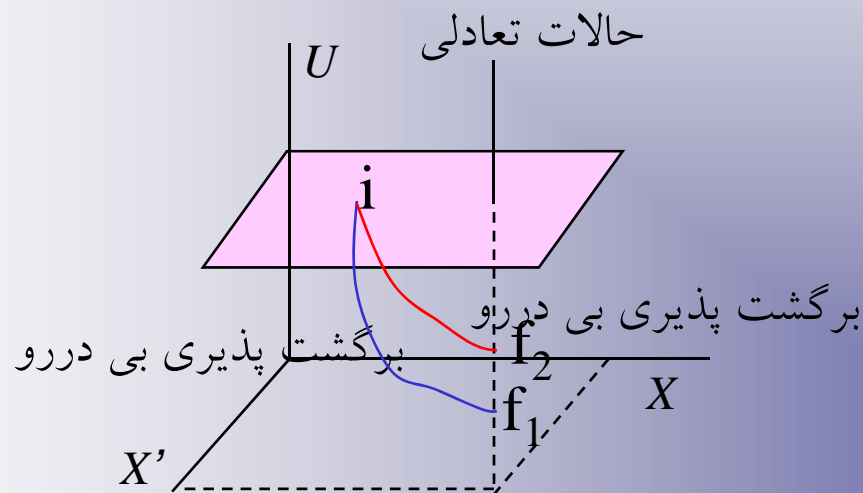
بیان ریاضی سطوح بی درروی برگشت پذیر

فرض:

سیستمی شامل پنج مختصه ترمودینامیکی (t, X, X', Y, Y')

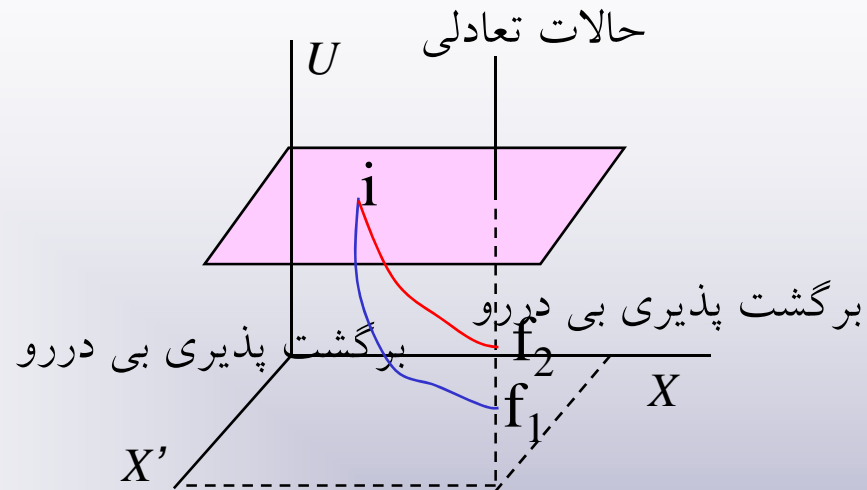
قانون اول ترمودینامیک: $dQ = dU - YdX - Y'dX'$

به علت وجود دو معادله حالت، فقط سه مختصه مستقل دارد



نمی توان از نقطه i توسط فرایندهای برگشت پذیر بی دررو به هر دو حالت f_1 و f_2 که بر روی یک خط با و ثابت قرار گرفته اند، رسید.

بیان ریاضی سطوح بی درروی برگشت پذیر



مکان هندسی تمام نقاطی که از i توسط فرایندهای برگشت پذیر بی دررو قابل حصول هستند، فضایی را تشکیل می دهند که بعد آن یکی کمتر از سه است، به عبارت دیگر، این نقاط بر روی یک سطح دو بعدی قرار دارند.

سطوح برگشت پذیر بی دررو نمی توانند یکدیگر را قطع کنند

انتگرال پذیری dQ

فرض:

سیستمی شامل پنج مختصه ترمودینامیکی (t, X, X', Y, Y')

قانون اول ترمودینامیک:



$$dQ = dU - YdX - Y'dX'$$

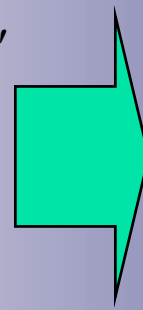
خانواده سطوح بی درروی
برگشت پذیر غیر متقاطع

$$\sigma(t, X, X') = \text{constant}$$

$$dQ = dU - YdX - Y'dX'$$

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial \sigma}\right)_{X, X'} d\sigma + \left(\frac{\partial U}{\partial X}\right)_{\sigma, X'} dX + \left(\frac{\partial U}{\partial X'}\right)_{\sigma, X} dX'$$

$$dX = dX' = 0 \Rightarrow dQ = \left(\frac{\partial U}{\partial \sigma}\right)_{X, X'} d\sigma$$



$$\lambda = \left(\frac{\partial U}{\partial \sigma}\right)_{X, X'} \Rightarrow dQ = \lambda d\sigma$$

انتگرال غیر کامل

عامل انتگرالی: $\frac{1}{\lambda}$

انتگرال کامل

مفهوم فیزیکی 1/●

برای پیدا کردن وابستگی عامل انتگرال گیری به دما به مفهوم اساسی دما به عنوان خاصیتی از سیستم که تعادل بین سیستمها را بیان می کند، بر می گردیم.

$$dQ = \phi(t) \underbrace{f(\sigma)}_{\text{انتگرال کامل}} d\sigma$$

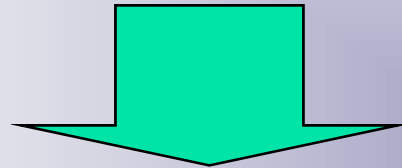
انتگرال غیر کامل \rightarrow $\frac{1}{\phi(t)}$ عامل انتگرالی

عامل انتگرال گیری فقط تابعی از دماست و برای همه سیستمها یکسان تعریف می شود

می تواند دمای مطلق را تعریف کند $\phi(t)$

تساوی دمای گاز کامل و دمای کلوین

توضیح این قسمت را تحت عنوان یک مساله با راه حل در آخر همین بخش می آوریم



مثال ۱

کدام یک گزینه‌های زیر در مورد اصل موضوع کاراتئودوری صحیح نیست؟

(الف) پیامدی از قانون دوم ترمودینامیک است.

(ب) تمام فرایندهای بی درروی برگشت پذیری، الزاما بر روی یک سطح قرار نمی گیرند.

(ج) دسترسی به حالت‌های موجود در مجاورت حالت تعادل یک سیستم با فرایندهای بی دررو امکان پذیر نیست.

(د) اکثر فرایندهای طبیعی خودبخودی و برگشت پذیرند.

حل مثال ۱

کدام یک گزینه‌های زیر در مورد اصل موضوع کاراتئودوری صحیح نیست؟

(الف) پیامدی از قانون دوم ترمودینامیک است.

(ب) تمام فرایندهای بی درروی برگشت پذیری، الزاما بر روی یک سطح قرار نمی گیرند.

(ج) دسترسی به حالت‌های موجود در مجاورت حالت تعادل یک سیستم با فرایندهای بی دررو امکان پذیر نیست.

(د) اکثر فرایندهای طبیعی خودبخودی و برگشت پذیرند.

به متن درس و همچنین صفحات ۲۱۳ و ۲۱۴ کتاب مرجع مراجعه کنید

مثال ۲

چرخه کارنوی گازهای کامل شامل کدام یک از فرایندهای زیر می باشد؟

(الف) همدمای و هم حجم.

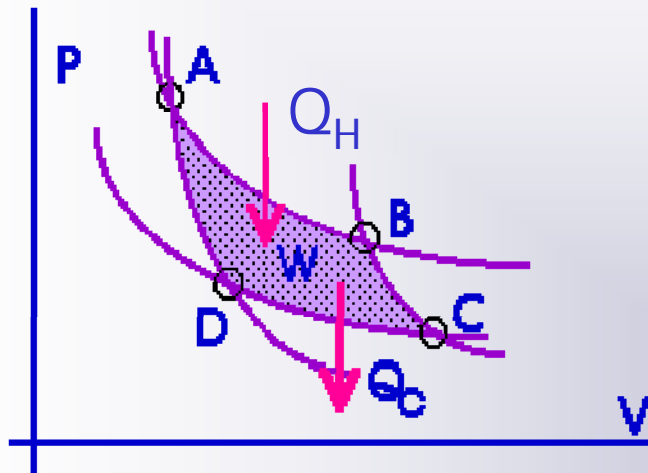
(ب) همدمای و بی درروی برگشت پذیر.

(ج) همدمای و بی درروی برگشت ناپذیر.

(د) بی درروی برگشت پذیر و هم حجم.

حل مثال ۲

چرخه کارنوی گازهای کامل شامل کدام یک از فرایندهای زیر می باشد؟

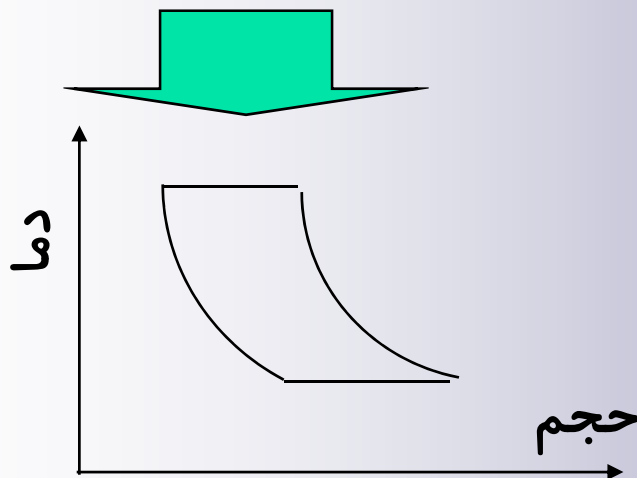


(الف) همدمای و هم حجم.

(ب) همدمای و بی درروی برگشت پذیر.

(ج) همدمای و بی درروی برگشت ناپذیر.

(د) بی درروی برگشت پذیر و هم حجم.



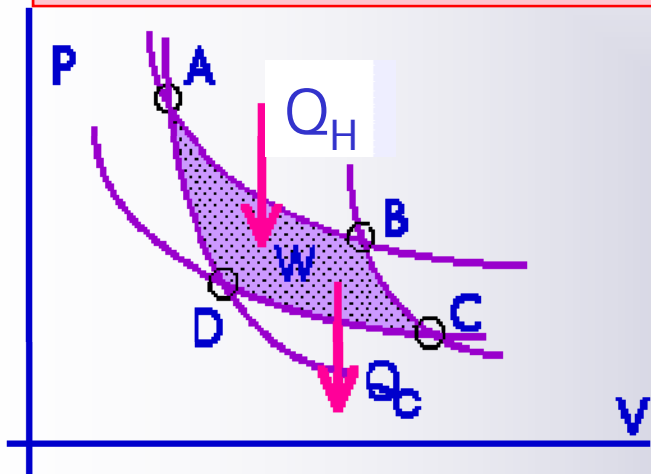
صفحه ۲۲۶ کتاب مرجع مراجعه کنید

مساله (تساوی دمای گاز کامل و دمای کلوین)

تعریف مقیاس کلوین را در مورد هر چرخه کارنوی دلخواه به کار ببرید و مقادیر زیر را حساب کنید.

(الف) - بازده یک ماشین کارنو

(ب) - ضریب عمل یک یخچال کارنو



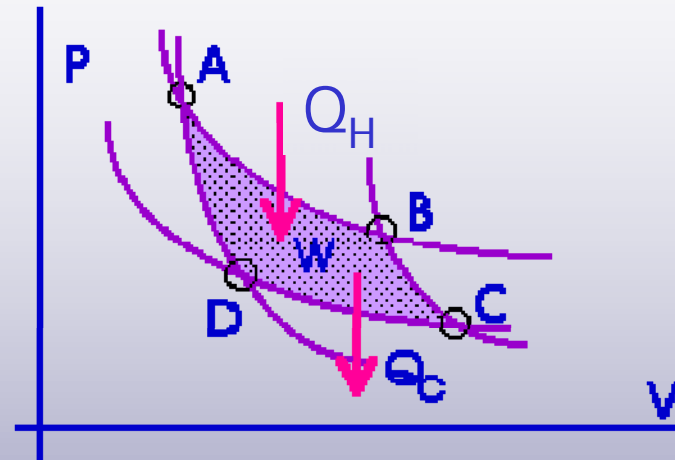
چرخه کارنوی

حل مساله (تساوی دمای گاز کامل و دمای کلویین)

جواب قسمت (الف)

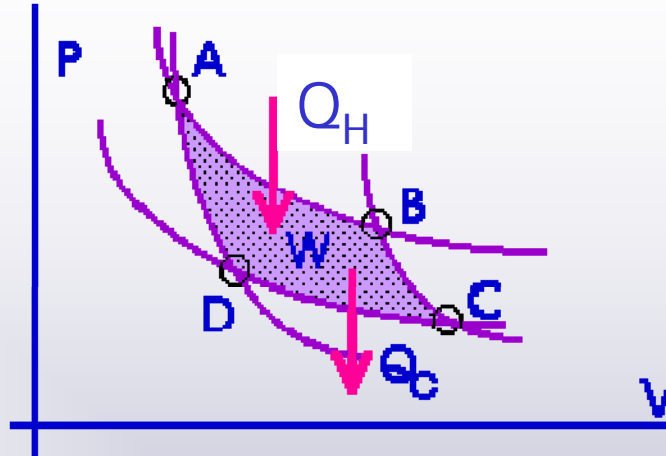
$$dQ = C_V d\theta + PdV$$

در فرایند همدمای: $d\theta = 0$



$$\left. \begin{aligned} Q_H &= \int_{V_A}^{V_B} PV \frac{dV}{V} = nRT_H \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) \\ Q_C &= \int_{V_D}^{V_C} PV \frac{dV}{V} = nRT_C \ln\left(\frac{V_C}{V_D}\right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{Q_C}{Q_H} = \frac{T_C}{T_H} \frac{\ln\left(\frac{V_C}{V_D}\right)}{\ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)}$$

حل مساله (تساوی دمای گاز کامل و دمای کلویین)



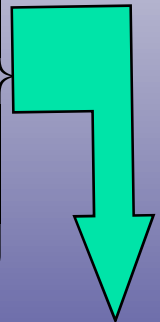
در فرایند بی درروی B → C

$$dQ = 0$$

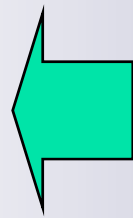
$$C_V d\theta = -PV \frac{dV}{V} = -nR\theta \frac{dV}{V} \Rightarrow \frac{C_V}{nR} \int_{T_C}^{T_H} \frac{d\theta}{\theta} = - \int_{V_C}^{V_B} \frac{dV}{V}$$

در فرایند بی درروی D → A

$$\Rightarrow \frac{C_V}{nR} \int_{T_C}^{T_H} \frac{d\theta}{\theta} = - \int_{V_D}^{V_A} \frac{dV}{V}$$



$$\eta = 1 - \left| \frac{Q_C}{Q_H} \right| = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$



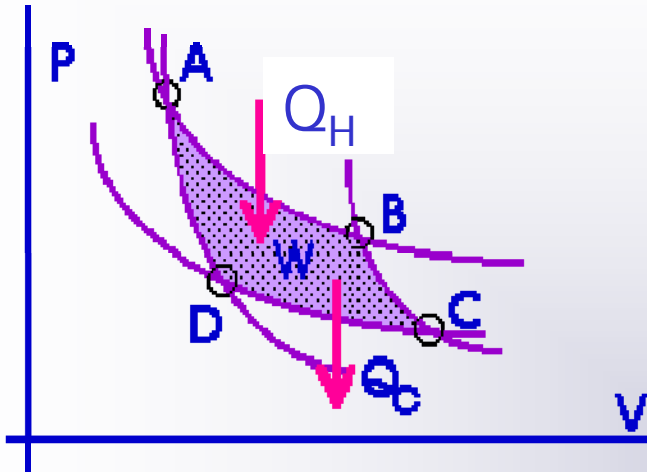
$$\frac{Q_C}{Q_H} = \frac{T_C}{T_H}$$

با استفاده از نتیجه صفح قبل

$$\frac{V_C}{V_B} = \frac{V_D}{V_A}$$

ادامه حل مساله (تساوی دمای گاز کامل و دمای کلین)

جواب قسمت (ب)



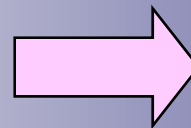
تعریف ضریب عملکرد یخچال

$$e = \omega = \left| \frac{Q_C}{W} \right|$$

$$\left. \begin{aligned} Q_C &= \int_{V_D}^{V_C} PV \frac{dV}{V} = nRT_C \ln\left(\frac{V_C}{V_D}\right) \\ W &= Q_H - Q_C = nRT_H \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) - nRT_C \ln\left(\frac{V_C}{V_D}\right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega = \frac{T_C \ln\left(\frac{V_C}{V_D}\right)}{T_H \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) - T_C \ln\left(\frac{V_C}{V_D}\right)}$$

با استفاده از نتیجه صفح قبل :

$$\frac{V_C}{V_B} = \frac{V_D}{V_A}$$



$$e = \omega = \frac{T_C}{T_H - T_C}$$

فصل هشتم

آنتروپی

■ فصل ۸ (آنتروپی)

- مفهوم آنتروپی
- آنتروپی یک گاز کامل
- نمودار TS
- چرخه کارنو
- آنتروپی و برگشت پذیری و برگشت ناپذیری
- اصل افزایش آنتروپی
- آنتروپی و بی نظمی
- جریان آنتروپی و تولید آنتروپی

مفهوم آنالیز

- خاصیتی است که جهتگیری یک فرایند را نشان می دهد.
- آنالیز معیاری از بی نظمی در سیستم می باشد.
- آنالیز معیاری از توانایی سیستم برای انجام کار مفید است.
- آنالیز جهتگیری زمانی را تعیین می کند.
- آنالیز یک سیستم ایزوله افزایش می یابد.

$$dQ = \phi(t) \underbrace{f(\sigma) d\sigma}_{\text{انتگرال کامل}} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\phi(t)} \quad \text{عامل انتگرالی}$$

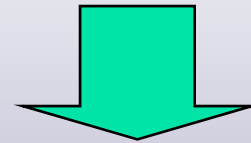
انتگرال غیر کامل

عامل انتگرال گیری فقط تابعی از دماست و برای همه سیستمها یکسان تعریف می شود

مفهوم آنتروپی

$$T = k\phi(t) \quad (k = \text{constant})$$

$$\frac{dQ}{T} = \frac{1}{k} f(\sigma) d\sigma \Rightarrow dS = \frac{dQ_R}{T}$$



: تغییرات آنتروپی در دمای ثابت

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$$

: قضیه کلاسیوس

$$S_f - S_i = \int_i^f \frac{dQ}{T} \Rightarrow \oint \frac{dQ}{T} = 0$$

آنتروپی

آنتروپی S

کمیتی برای سنجش بی نظمی در یک سیستم.

برای فرایندهای برگشت پذیر همواره $(\Delta S_{\text{cyclic}} = 0)$.

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

$$\Delta S = \int_i^f \frac{dQ}{T}$$

(دما T ممکن است ثابت نباشد)

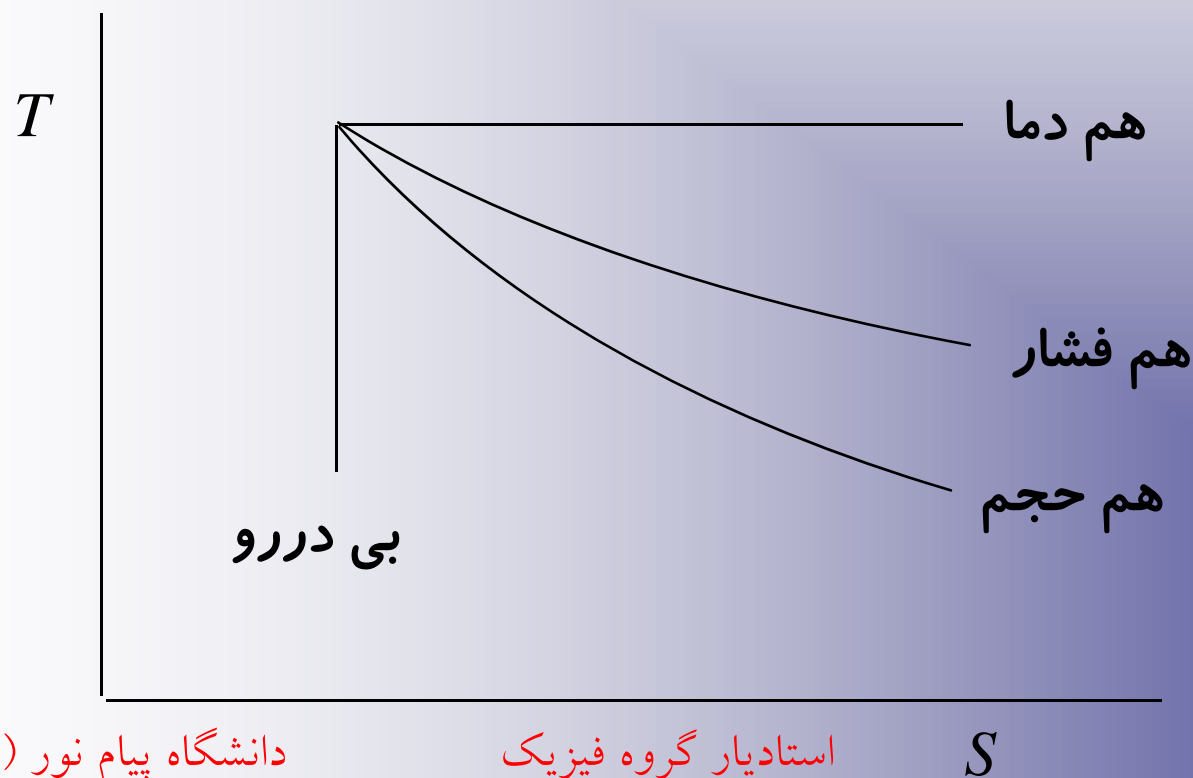
برای فرایندهای آدیاباتیکی یا بی دررو $dS = 0 \leftarrow$

نمودارهای T-S در فرایند برگشت پذیر

نمودار T-S:

مشابه نمودارهای P-V

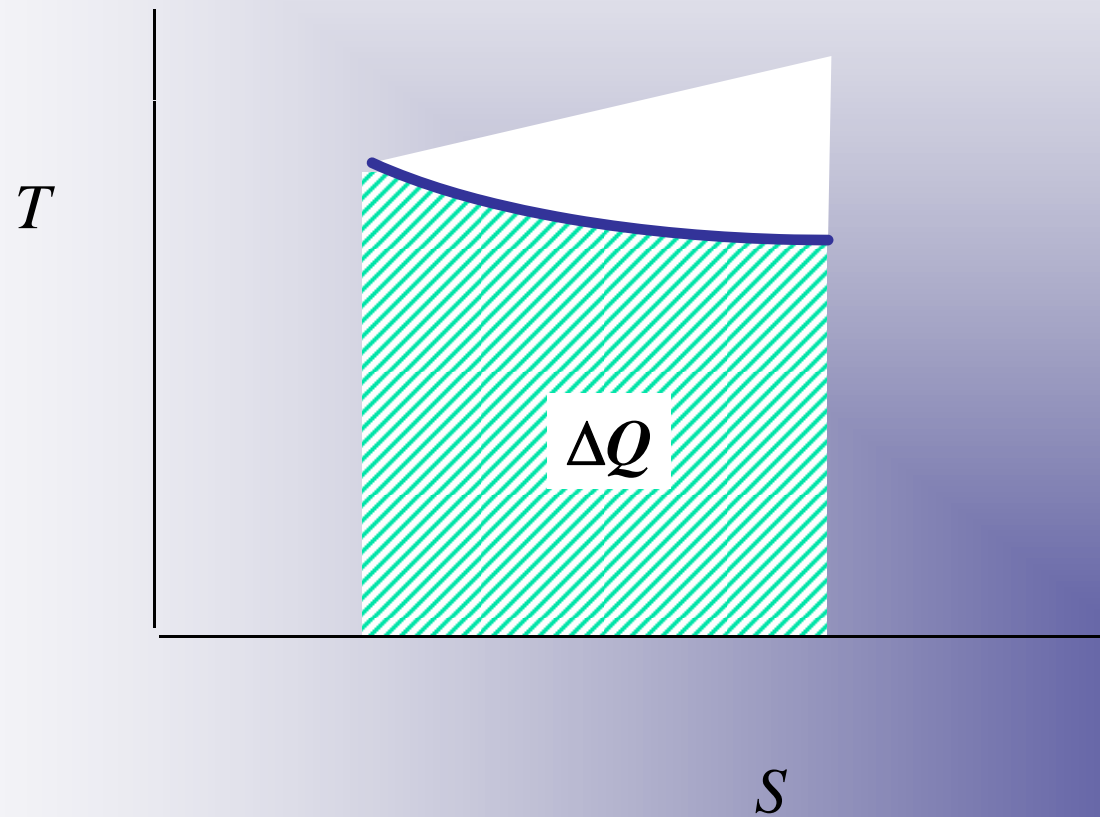
$$dQ = T dS$$



سطح زیر منحنی T-S

$$dQ = T dS$$

سطح زیر منحنی در نمودار $T-S$ بیانگر میزان گرما خارج شده و یا وارد شده به سیستم می باشد

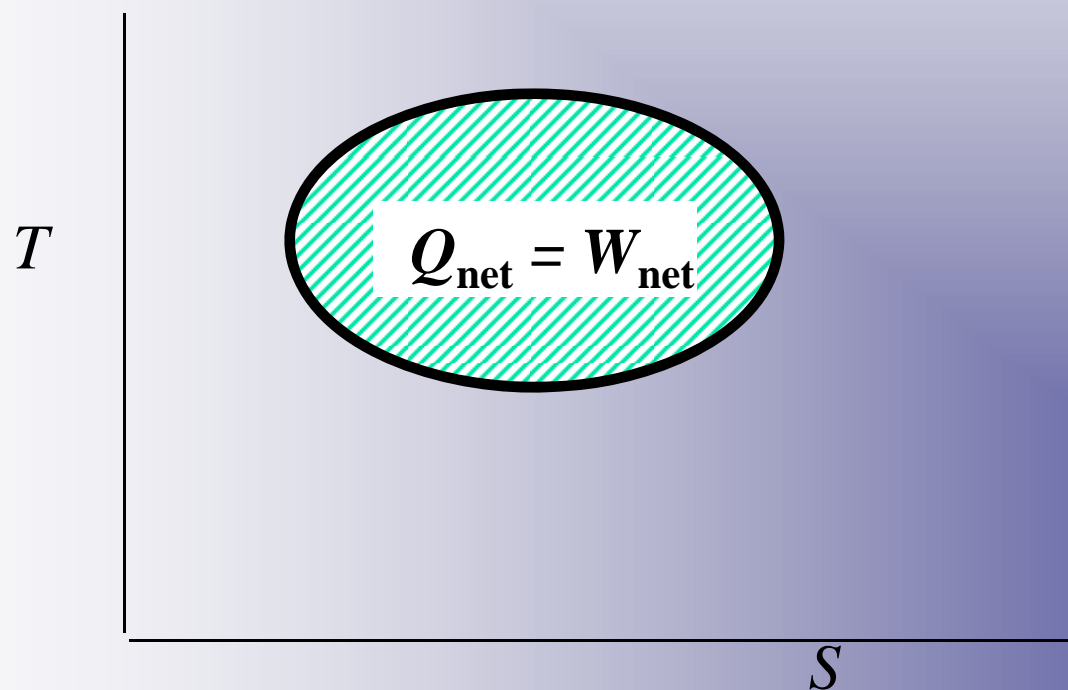


فرایندهای چرخه ای

فرایندهای چرخه ای:

سطح محبوس شده در نمودار $T-S$ گرمای خالص Q_{net} را بیان می کند.

مطابق قانون اول این برابر با میزان کار انجام گرفته و یا انجام شده W_{net} می باشد.

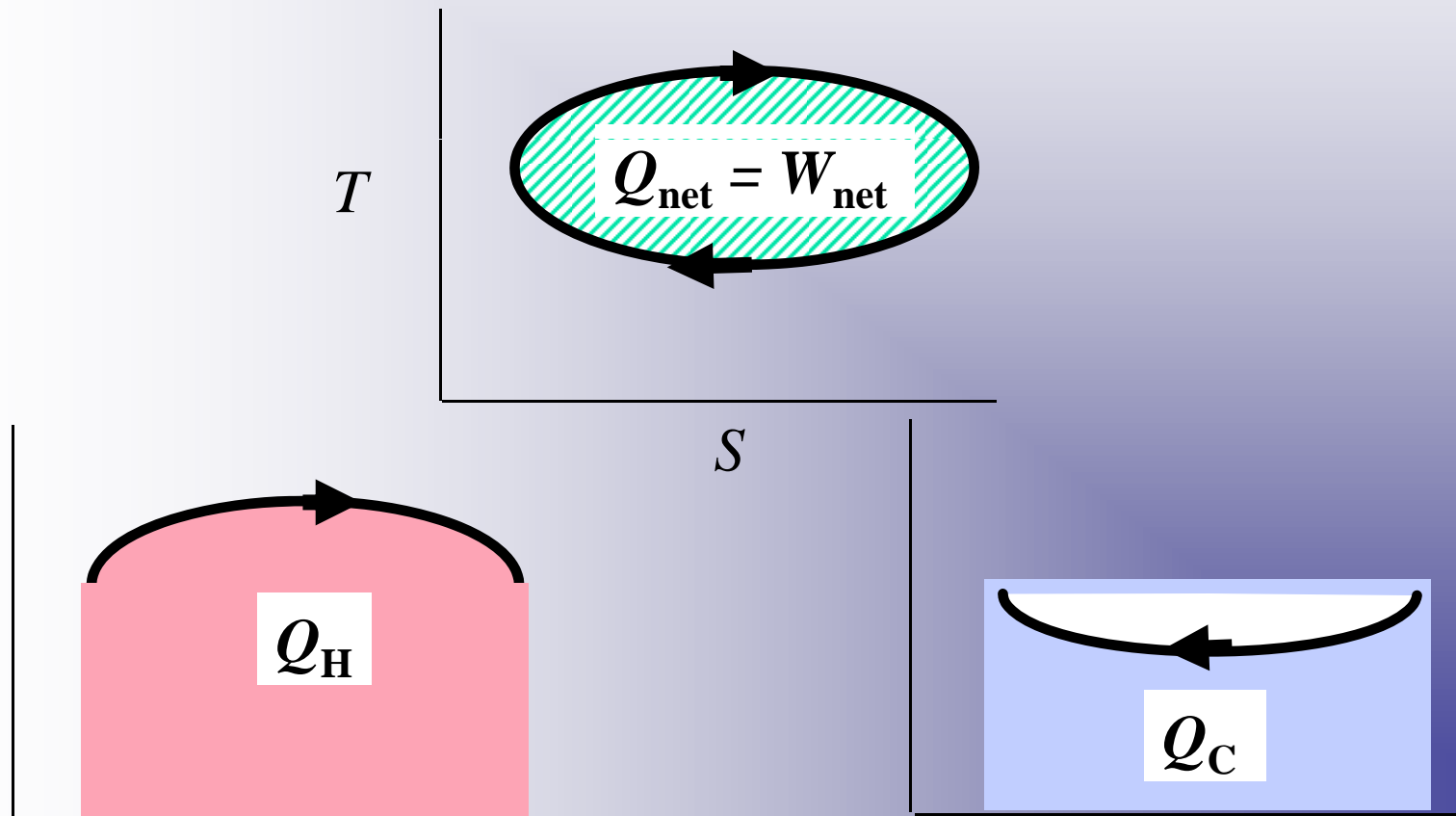


فرایندهای چرخه ای

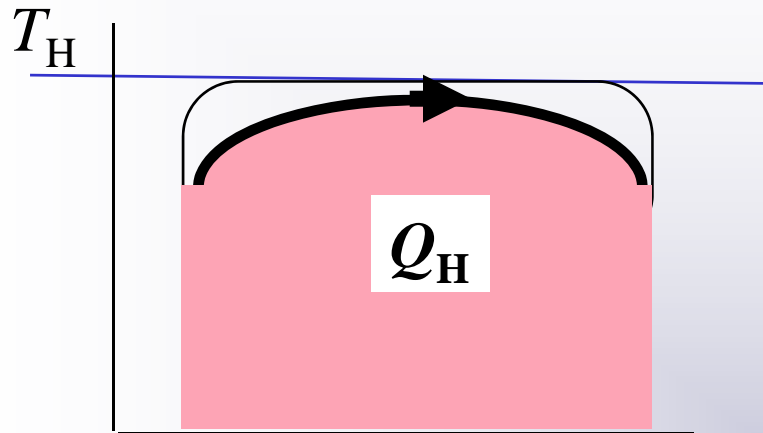
کارایی نمودارهای $T-S$

سطح محبوس شده در نمودار $T-S$ گرمای خالص Q_{net} را بیان می کند.

مطابق قانون اول این برابر با میزان کار مفید W_{net} می باشد.



کارایی نمودارهای T-S



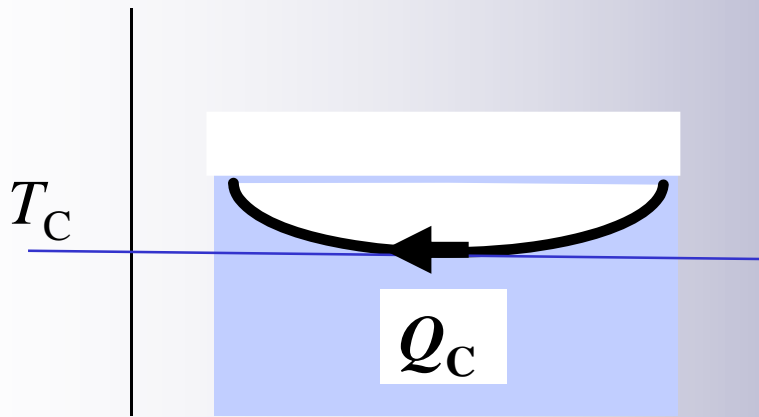
موتورهای گرمایی را در نظر بگیرید که بین دو دمای مختلف کار می کند:

$$T_H \text{ و } T_C$$

می توان بازده را به دو صورت زیر زیاد کرد:

افزایش دادن Q_H .

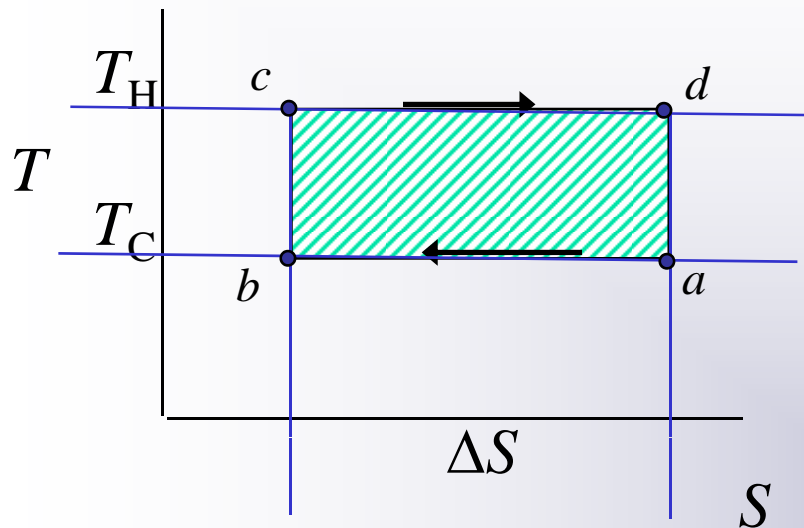
کاهش دادن Q_C .



$$e = \frac{W_{net}}{Q_H} = 1 - \left| \frac{Q_C}{Q_H} \right|$$

بازده گرمایی چرخه کارنو

به چرخه موتوری که بیشترین بازده را بین دو دمای مشخص عمل می کند، چرخه کارنو گویند.



a-b: فرایند همدمای در دمای T_C

$$|Q_C| = T_C \Delta S$$

b-c: فرایند بی دررو به دمای T_H

c-d: فرایند همدمای در دمای T_H

$$|Q_H| = T_H \Delta S$$

d-a: فرایند بی دررو به دمای T_C

$$e_{Carnot} = 1 - \left| \frac{Q_C}{Q_H} \right| = 1 - \left| \frac{\Delta S Q_C}{\Delta S Q_H} \right|$$

$$= 1 - \left| \frac{T_C}{T_H} \right|$$

بهترین (بیشترین عملکرد) یخچالهایی که بین دو دمای مشخص کار می کنند، یخچالی است که فرایند چرخه آن، چرخه کارنو باشد.

اصل افزایش آنتروپی

آنتروپی جهان در هر فرایند خودبخودی زیاد می شود.

$$\Delta S_{\text{universe}} = \Delta S_{\text{system}} + \Delta S_{\text{surroundings}}$$

فرایندهای خودبخودی (برگشت ناپذیر)

$$\Delta S_{\text{universe}} > 0$$

فرایند در حال تعادل (برگشت پذیر)

$$\Delta S_{\text{universe}} = 0$$

بنابر این:

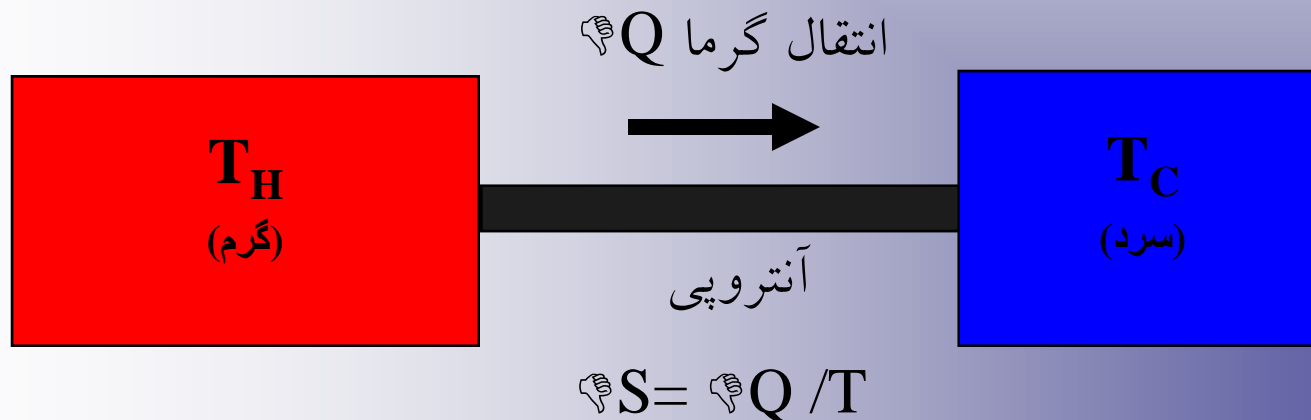
✓ تغییرات آنتروپی جهان ΔS_{univ} همواره در حال افزایش است!

✓ ΔS_{univ} باید در بین یک فرایند خودبخودی و برگشت ناپذیر زیاد شود، حتی اگر ΔS_{syst} کاهش یابد.

قانون دوم ترمودینامیک

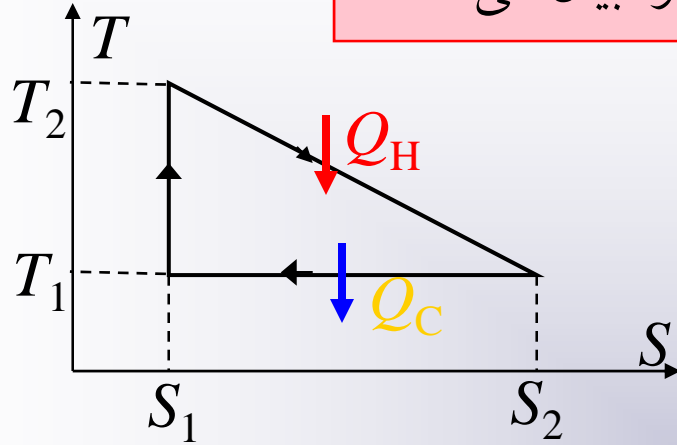
همان طوری که گفته شد

در ترمودینامیک، کمیت مفیدی به نام آنتروپی وجود دارد. یک فرایند طبیعی که در از یک حالت تعادلی شروع و به حالت دیگر می رود باید در جهتی باشد که آنتروپی سیستم و محیط (آنتروپی جهان) برای یک فرایند برگشت ناپذیر زیاد می شود و برای یک فرایند برگشت پذیر ثابت باقی می ماند.



مثال ۱

کدام یک گزینه‌های زیر بازده چرخه شکل مقابل را بیان می‌کند؟



$$\frac{T_2 - T_1}{T_2 + T_1} \quad (\text{الف})$$

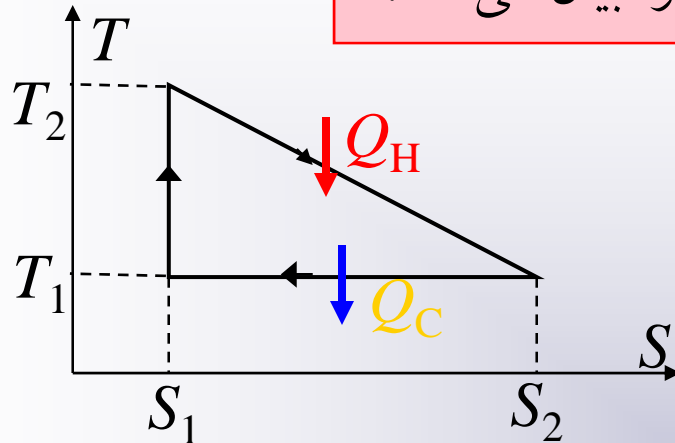
$$\frac{T_1 - T_2}{T_2 + T_1} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{T_2 - T_1}{2T_1} \quad (\text{ج})$$

$$\frac{T_1 - T_2}{2T_2} \quad (\text{د})$$

حل مثال ۱

کدام یک گزینه‌های زیر بازده چرخه شکل مقابل را بیان می‌کند؟



$$Q_C = T_1(S_2 - S_1)$$

$$Q_H = \frac{(T_2 + T_1)(S_2 - S_1)}{2}$$



تعریف بازده موتور
گرمایی

$$\eta = 1 - \left| \frac{Q_C}{Q_H} \right| = 1 - \frac{2T_1}{T_2 + T_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_2 + T_1}$$

$$\frac{T_2 - T_1}{T_2 + T_1}$$

(الف)

$$\frac{T_1 - T_2}{T_2 + T_1}$$

(ب)

$$\frac{T_2 - T_1}{2T_1}$$

(ج)

$$\frac{T_1 - T_2}{2T_2}$$

(د)

مساله ۱

۱۰ گرم آب ۲۰ درجه سانتیگراد در فشار اتمسفر به یخ ۱۰- درجه سانتیگراد تبدیل می‌شود. با فرض اینکه ظرفیت گرمایی بر گرم آب (در حالت مایع) عملاً در $4/2 \text{ J/gK}$ ثابت بماند، ظرفیت گرمایی بر گرم یخ نصف این مقدار و همچنین گرمای ذوب یخ در دمای صفر مطلق برابر با 335 J/g باشد، تغییر آنتروپی کل سیستم را محاسبه کنید.

حل مساله ۱

۱۰ گرم آب ۲۰ درجه سانتیگراد در فشار اتمسفر به یخ ۱۰- درجه سانتیگراد تبدیل می‌شود. با فرض اینکه ظرفیت گرمایی بر گرم آب (در حالت مایع) عملاً در $4/2 \text{ J/gK}$ ثابت بماند، ظرفیت گرمایی بر گرم یخ نصف این مقدار و همچنین گرمای ذوب یخ در دمای صفر مطلق برابر با 335 J/g باشد، تغییر آنتروپی کل سیستم را محاسبه کنید.

$$dQ = mc_{\text{Liquid}} dT \quad \text{تبدیل آب ۲۰ به آب صفر} \quad \rightarrow \Delta S_1 = \int_{293}^{273} mc_{\text{Liquid}} \frac{dT}{T}$$

$$dQ = ml_f \quad \text{تبدیل آب صفر به یخ صفر} \quad \rightarrow \Delta S_2 = -\frac{ml_f}{273}$$

$$dQ = mc_{\text{Ice}} dT \quad \text{تبدیل یخ صفر به یخ ۱۰-} \quad \rightarrow \Delta S_3 = \int_{273}^{263} mc_{\text{Ice}} \frac{dT}{T}$$

$$\left. \begin{aligned} \rightarrow \Delta S_1 &= -2.97 \text{ J / K} \\ \rightarrow \Delta S_2 &= -12.27 \text{ J / K} \\ \rightarrow \Delta S_3 &= -0.78 \text{ J / K} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sum \Delta S = -16.02 \text{ J / K}$$

مساله ۲

دمای اولیه T_i یک میله رسانای یکنواختی به چگالی \square ، طول L و سطح مقطع ثابت طوری تغییر می‌کند که در ابتدا دو انتهایش با منبعهای گرم و سرد که به ترتیب در دمای T_0 در $x=0$ و T_L در $x=L$ در تماس است. سپس در فشار ثابت، میله از منبعها جدا و از نظر گرمایی عایق‌بندی می‌شود و به یک دمای نهایی تعادلی T_f می‌رسد (ظرفیت گرمایی مولی را فرض نمایید).

(الف) - آیا فرایند مذکور برگشت پذیر است؟

(ب) - دمای غیریکنواخت اولیه چقدر است؟

(ج) - دمای نهایی تعادل چقدر می‌شود؟

(د) - تغییر آنتروپی میله را حساب کنید.

(ه) - اگر $T_0 = 400 \text{ K}$ و $T_L = 200 \text{ K}$ شود، تغییر آنتروپی جهان چقدر می‌شود؟

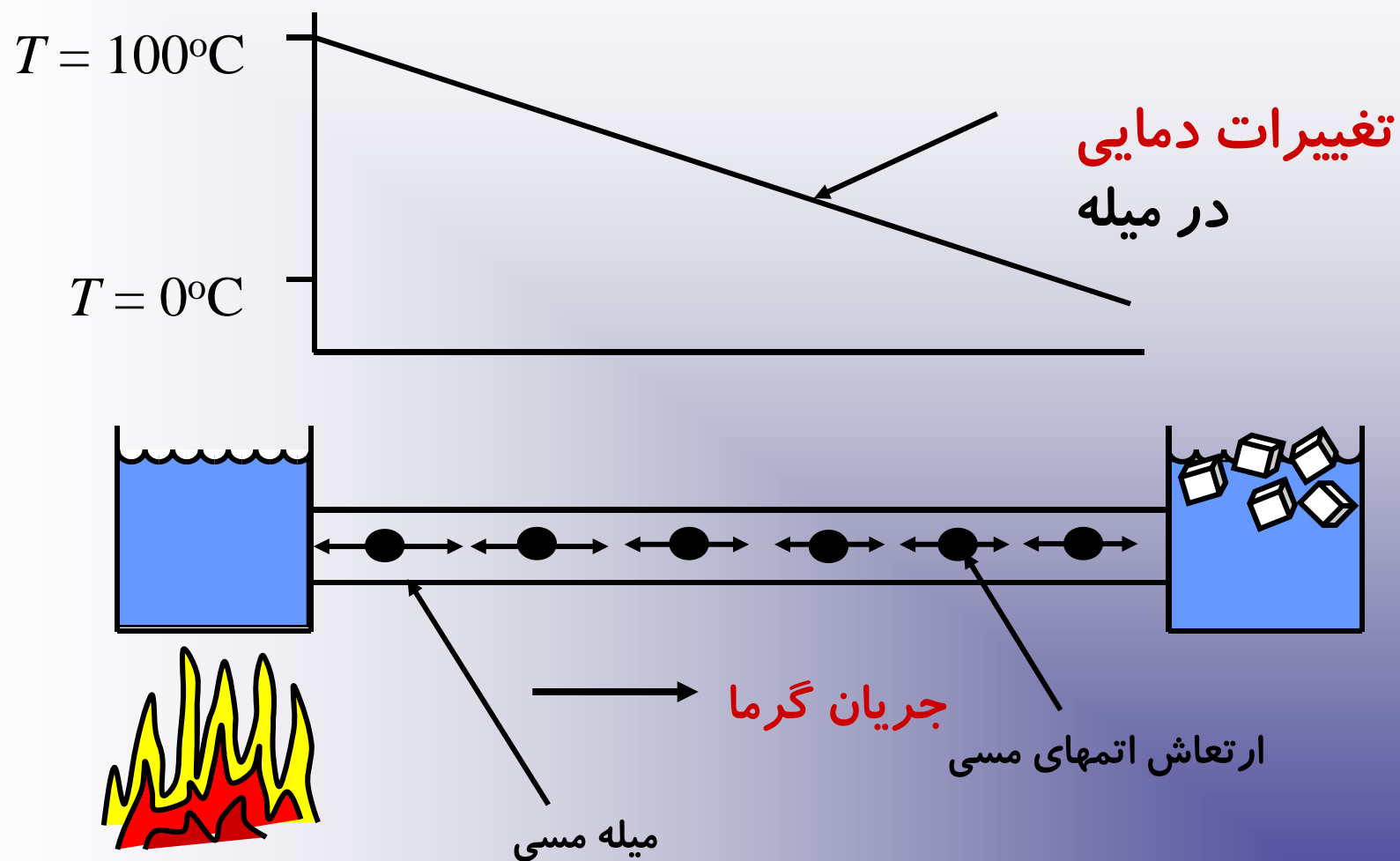
راهنمایی :

$$\int \ln(a + bx) dx = \frac{1}{b} (a + bx) \ln(a + bx) - x$$

لطفا خودتان حل کنید

صفحه ۲۵۰ کتاب مرجع را ببینید

شکل مساله ۲



فصل نهم

مواد خالص

■ فصل ۹ (مواد خالص)

- آنتالپی
- توابه هلمولتز و گیبس
- روابط ماکسول
- معادلات TS
- معادلات انرژی
- معادلات ظرفیت گرمایی
- انبساط گرمایی
- ضریب تراکم

آنتالپی *Enthalpy*

سطوح هم آنتروپی معادل است با سطوح برگشت پذیر بی دررو

تعریف آنتالپی $H(S,p)$

$$H \equiv E + pV = U - V \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_\sigma \quad \text{اکنون}$$

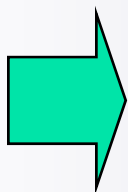
$$dH = dU + pdV + Vdp = TdS + Vdp$$

تغییر آنتالپی در طول یک فرایند همفشار برابر با گرمایی است که منتقل می شود

آنتالپی

آنتالپی $H(S,p)$

$$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial S} \right)_p dS + \left(\frac{\partial H}{\partial p} \right)_S dp$$



دما

$$T = \left(\frac{\partial H}{\partial S} \right)_p$$

حجم

$$V = \left(\frac{\partial H}{\partial p} \right)_S$$

در یک فرایند خفانشی $Q=0$ ، آنتالپی های اولیه و نهایی مساوی اند

انرژی آزاد گیبس Gibbs

انرژی آزاد گیبس معیاری از اندازه گیری انرژی شیمیایی است. تمام سیستمهای شیمیایی به طور طبیعی میل به حالت کمترین انرژی آزاد گیبس دارند.

تعریف گیبس $G(T,p)$

$$G \equiv U - TS + pV = U - S \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_V - V \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)$$

اکنون

$$\begin{aligned} dG &= dU - TdS - SdT + pdV + Vdp = -TdS + Vdp = \\ &= \left(\frac{\partial G}{\partial T} \right)_p dT + \left(\frac{\partial G}{\partial p} \right)_T dp \end{aligned}$$

انرژی آزاد گیبس یک سیستم در طول یک فرایند همفشار و همدمای برگشت پذیر ثابت است

انرژی آزاد گیبس

گیبس $G(T,p)$

$$dG = dU - TdS - SdT + pdV + Vdp = -TdS + Vdp =$$

$$= \left(\frac{\partial G}{\partial T} \right)_p dT + \left(\frac{\partial G}{\partial p} \right)_T dp$$

آنتروپی

$$S = - \left(\frac{\partial G}{\partial T} \right)_p$$

حجم

$$V = \left(\frac{\partial G}{\partial p} \right)_T$$

انرژی آزاد هلمهولتز

تعریف انرژی آزاد هلمهولتز $F(T, V)$

$$F \equiv U - TS = U - S \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_V$$

$$dF = dU - TdS - SdT = -SdT - PdV =$$

اکنون

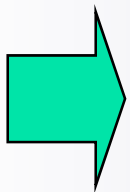
$$= \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_T dV$$

انرژی آزاد هلمهولتز یک سیستم در طول یک فرایند هم حجم و همدمای برگشت پذیر ثابت است

انرژی آزاد هلمهولتز

انرژی آزاد هلمهولتز $F(T, V)$

$$dF = dU - TdS - SdT = -SdT - PdV = \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_T dV$$



آنتروپی

$$S = - \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V$$

فشار

$$P = - \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_T$$

پتانسیلهای ترمودینامیکی

انرژی داخلی	$U(S, V)$	$dU = TdS - pdV$
آنترپی	$S(U, V)$	$TdS = dU + pdV$
آنتالپی	$H(S, p) = U + pV$	$dH = TdS + Vdp$
انرژی آزاد هلمهولتز	$F(T, V) = U - TS$	$dF = -SdT - pdV$
پتانسیل ترمودینامیکی گیبس	$G(T, p) = F + pV = \mu N$	$dG = -SdT + Vdp$

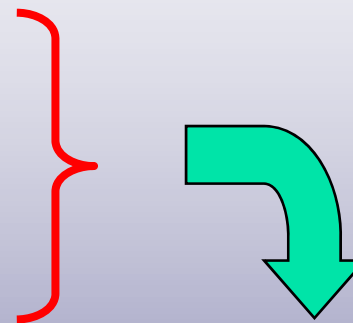
روابط ماکسول

ابتدا دو قضیه ریاضی:

قضیه اول

$$z = z(x, y) \Rightarrow dz = Mdx + Ndy$$

$$M = \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y ; \quad N = \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_x$$



$$\left(\frac{\partial M}{\partial y} \right)_x = \left(\frac{\partial N}{\partial x} \right)_y$$

شرط یک دیفرانسیل کامل

روابط ماکسول

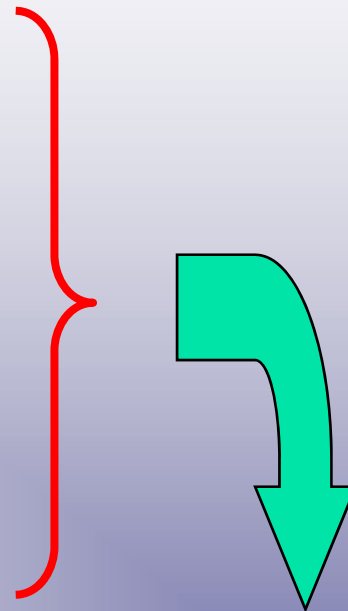
قضیه دوم

$$f = f(x, y, z)$$

$$x = x(f, y) \rightarrow dx = \left(\frac{\partial x}{\partial f} \right)_y df + \left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_f dy$$

$$y = y(f, x) \rightarrow dy = \left(\frac{\partial y}{\partial f} \right)_x df + \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_f dx$$

$$x = x(f, z) \rightarrow dx = \left(\frac{\partial x}{\partial f} \right)_z df + \left(\frac{\partial x}{\partial z} \right)_f dz$$



$$\left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_f \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_f \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_f = 1$$

روابط ماکسول

انرژی داخلی

$$dU = TdS - PdV$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V$$

آنتالپی

$$dH = TdS + VdP$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_P$$

شرط یک دیفرانسیل کامل

روابط ماکسول در همه حالات تعادل یک سیستم هیدرواستاتیکی برقرار است

روابط ماکسول

انرژی آزاد هلمهولتز

$$dF = -SdT - PdV$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$$

پتانسیل ترمودینامیکی گیبس

$$dG = -TdS + VdP$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

شرط یک دیفرانسیل کامل

روابط ماکسول در همه حالات تعادل یک سیستم هیدرواستاتیکی برقرار است

معادلات TdS

آنتروپی: $S = S(T, V) \rightarrow TdS = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V dT + T \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T dV$

$$TdS = C_V dT + T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V dV$$

اولین معادله TdS

مثال ۱: مقدار گرمایی که یک مول از یک گاز واندروالس در فرایند انبساط همدمای برگشت پذیر از حجم v_i تا حجم v_f طی می کند، چقدر است؟

معادله گاز واندروالس: $(P - \frac{a}{v^2})(v - b) = RT \rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \frac{R}{v - b}$

$$TdS = C_V dT + RT \frac{dv}{v - b}$$

فرایند همدمای: $(dT = 0); \quad q = \int TdS = RT \ln \left(\frac{v_f - b}{v_i - b} \right)$

معادلات TdS

آنتروپی: $S = S(T, P) \rightarrow TdS = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_P dT + T \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T dP$

$$TdS = C_p dT - T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dP$$

دومین معادله TdS

تمرین ۱: سومین معادله TdS را با در نظر گرفتن اینکه آنتروپی تابعیت حجم و فشار داشته باشد، استخراج نمایید.

مثال ۲: تغییر فشار همدمای برگشت پذیر؟

$$TdS = -T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dP \Rightarrow Q = -T \int V \beta dP = -T \bar{V} \bar{\beta} (P_f - P_i)$$

ضریب انبساط حجمی

$$\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

$$\beta > 0 \Rightarrow$$

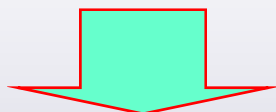
جریان گرما به خارج

تمرین ۲: تغییرات دمایی را در فرایند فشار بی درروی برگشت پذیر برای یک جامد یا مایع تعیین کنید

معادلات انرژی

$$dU = TdS - PdV$$

انرژی داخلی



وابستگی انرژی داخلی به
حجم را نشان می دهد

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P$$

اولین معادله انرژی :

مثال ۳: گاز کامل؟

معادله گاز کامل :

$$PV = nRT \rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{nR}{V}$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0 \quad \text{انرژی داخلی به حجم بستگی ندارد}$$

معادلات انرژی

مثال ۴: وابستگی به حجم را در یک گاز واندروالس تحقیق کنید.

معادله گاز واندروالس : $(P - \frac{a}{v^2})(v - b) = RT \rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v = \frac{R}{v - b}$

$$du = C_V dT + \frac{a}{v^2} dv$$

$$u = \int C_V dT - \frac{a}{v} = + const$$

$$dU = TdS - PdV$$

انرژی داخلی

وابستگی انرژی داخلی به فشار را نشان می دهد

$$\left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_T = T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P - P\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$$

دومین معادله انرژی :

معادلات ظرفیت گرمایی

اولین معادله TdS

$$TdS = C_V dT + T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V dV$$

دومین معادله TdS

$$TdS = C_P dT - T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dP$$

از طرفی

$$T = T(V, P) \rightarrow dT = \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_P dV + \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_V dP$$

$$C_P - C_V = -T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P^2 \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T$$

ضریب انبساط حجمی

$$\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

ضریب تراکم پذیری همدم (معمولی)

$$\kappa = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$$

$$C_P - C_V = \frac{TV\beta^2}{\kappa}$$

معادلات ظرفیت گرمایی

اولین معادله TdS

$$TdS = C_V dT + T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V dV$$

دومین معادله TdS

$$TdS = C_P dT - T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dP$$

در فرایند هم آنتروپی

$$\frac{C_P}{C_V} = \frac{(\partial P / \partial V)_S}{(\partial P / \partial V)_T}$$

ضریب تراکم پذیری همدم (معمولی)

$$\kappa = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$$

ضریب تراکم پذیری بی درروی

$$\kappa_S = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_S$$

$$\frac{C_P}{C_V} = \gamma = \frac{\kappa}{\kappa_S}$$

مثال ۱

گرمای نهانی که در حین یک انتقال فاز در فشار ثابت اندازه گیری می شود، چه نام دارد؟

$$U - TS \text{ (الف)}$$

$$U + TS \text{ (ب)}$$

$$U + PV \text{ (ج)}$$

$$U - PV \text{ (د)}$$

صفحه ۲۷۹ کتاب را ببینید

مثال ۲

گرمای نهانی که در حین یک انتقال فاز در فشار ثابت اندازه گیری می شود، چه نام دارد؟

(الف) تغییر انرژی داخلی

(ب) تغییر آنتالپی

(ج) تغییر انرژی آزاد هلمهولتز

(د) تغییر انرژی آزاد گیبس

صفحه ۲۷۶ کتاب را ببینید

مساله ۱

نشان دهید برای گازی که از معادله وان دروالس پیروی می کند و ظرفیت گرمایی c_V آن فقط تابعی از دما باشد، در آن معادله فرایند بی دررو به صورت زیر می شود:

$$T(v - b)^{R/c_v} = \text{constant}$$

معادله حالت
$$\left(P + \frac{a}{v^2} \right) (v - b) = RT$$

حل مساله ۱

نشان دهید برای گازی که از معادله وان دروالس پیروی می کند و ظرفیت گرمایی c_V آن فقط تابعی از دما باشد، در آن معادله فرایند بی دررو به صورت زیر می شود:

$$T(v - b)^{R/c_v} = \text{constant}$$

معادله حالت $\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT \Rightarrow P = \frac{RT}{v - b} - \frac{a}{v^2}$

قانون اول ترمودینامیک $du = dq - Pdv \rightarrow du = -Pdv$

فرایند بی دررو ($dq = 0$)

$$u = u(T, v) \rightarrow du = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T dv$$

$$du = c_v dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T dv$$

ادامه حل مساله ۱

نشان دهید برای گازی که از معادله وان دروالس پیروی می کند و ظرفیت گرمایی c_V آن فقط تابعی از دما باشد، در آن معادله فرایند بی دررو به صورت زیر می شود:

$$T(v - b)^{R/c_v} = \text{constant}$$

$$du = c_v dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T dv$$

$$du = Tds - Pdv \rightarrow \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T = T \left(\frac{\partial s}{\partial v} \right)_T - P$$

$$\left(\frac{\partial s}{\partial v} \right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_T = \frac{R}{v - b}$$

$$du = c_v dT + \frac{a}{v^2} dv$$

از قبل $du = -Pdv$

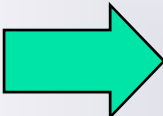
با جایگذاری فشار

$$c_v dT = - \left(\frac{RT}{v - b} \right) dv \Rightarrow$$

$$T(v - b)^{R/c_v} = \text{constant}$$

مساله ۲

میزان یک انبساط آزاد ژول بوسیله ضریب ژول $\eta = \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_V$ بیان می‌شود. نشان دهید که این ضریب برابر با عبارت پایین است که در آن β و κ به ترتیب ضریب انبساط حجمی و ضریب تراکم پذیری می‌باشد.


$$\eta = -\frac{1}{C_V} \left(\frac{\beta T}{\kappa} - P \right)$$



لطفا خودتان حل کنید

فصل دهم

(فصل یازدهم کتاب)

بخش دوم: مکانیک آماری

■ فصل ۱۰ (مکانیک آماری، فصل ۱۱ کتاب مرجع)

- اصول اساسی
- توزیع تعادلی
- تابع پارش یا افراز
- تقسیم مساوی انرژی
- توزیع تندیه‌های مولکولی
- تعبیر آماری کار و گرما
- بی‌نظمی، آنتروپی و اطلاعات

بررسی میکروسکوپی

بررسی میکروسکوپی یک سیستم ترمودینامیک

- نظریه جنبشی
- مکانیک آماری

مولکولهای گاز مستقل گونه نیستند

مولکولهای یک گاز مستقل گونه و تمیز ناپذیر هستند

برای رسیدن به توزیع سرعت متعادل

در نظریه جنبشی، مولکولها نه مکان مرجحی دارند و نه سرعت مرجحی برهمکنش ضعیف ذرات در برخورد به دیواره‌ها و سایر مولکولها موجب می شود تا مستقل گونه در نظر گرفته شوند

ذرات موجود در جایگاه شبکه یک بلور تمیز پذیرند (نوسان حول مکان خاصی)

انرژی گاز کامل تک اتمی

انرژی گاز کامل تک اتمی محبوس در یک محفظه مکعبی شکل به ضلع L شامل N ذره

یک حالت کوانتومی برای ذره

$$n = (n_x, n_y, n_z)$$

$$\varepsilon = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m} = \frac{h^2}{8mL^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$$

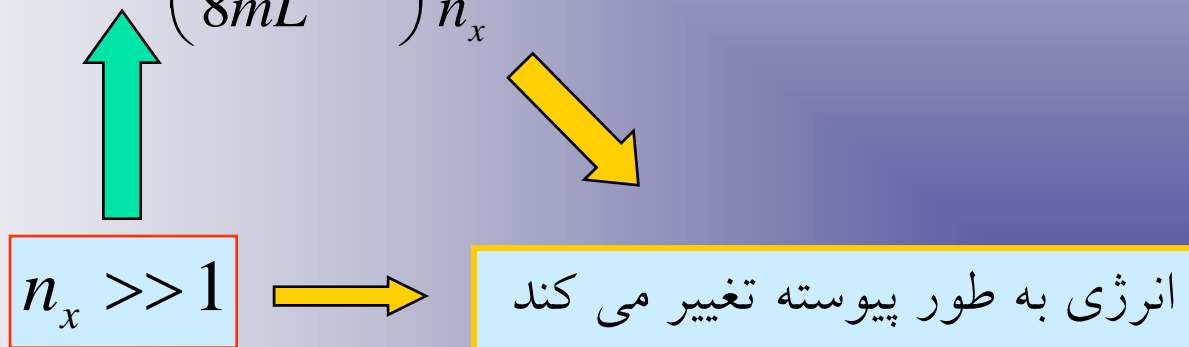
تمام حالات با مقادیری از n که وابسته به یک تراز انرژی هستند را واگنی (تبهگنی) آن تراز گویند

انرژی گاز کامل تک اتمی

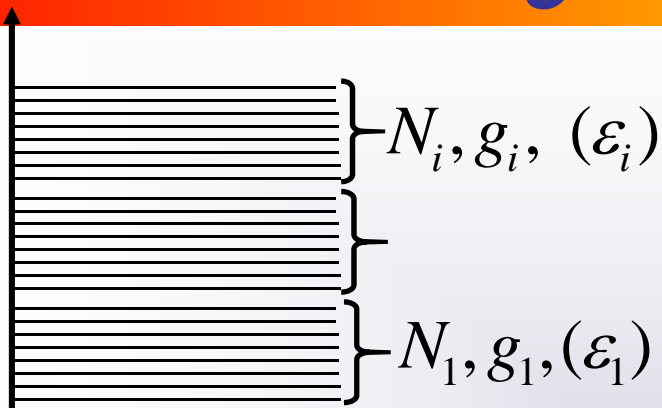
مثال:

---	1	2	3
n_x	1	1	2
n_y	1	2	1
n_z	2	1	1

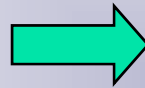
$$\Delta \varepsilon = \varepsilon_x(n_x + 1) - \varepsilon_x(n_x) \rightarrow \left(\frac{h^2}{8mL^2} n_x^2 \right) \frac{2}{n_x} \ll 1$$



انرژی گاز کامل تک اتمی



تراز (سلول) i ام



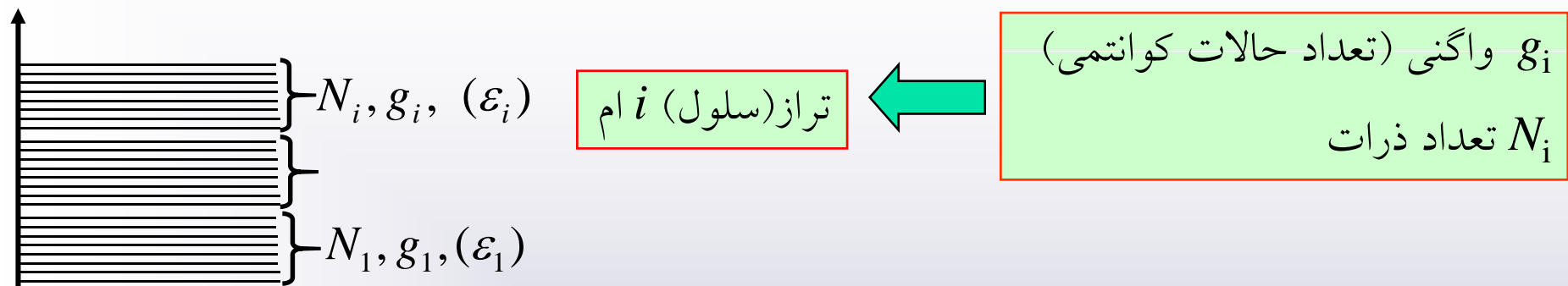
g_i واگنی (تعداد حالات کوانتمی)
 N_i تعداد ذرات

$$g_i \gg N_i$$

فرض اساسی مکانیک آماری

احتمال اشغال شدن تمام حالت‌های کوانتمی یکسان است

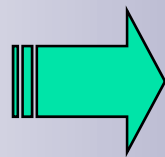
انرژی گاز کامل تک اتمی



تعداد جایگشتهای ذره تمیزپذیر $= N_i !$

جایگشتهای ذرات در ترازهای مذکور:

تعداد راههایی که می توان N_i ذره تمیزناپذیر را در بین g_i حالت کوانتومی توزیع کرد



$$\frac{g_i^{N_i}}{N_i}$$

ذرات کلاسیک (گاز بولتزمن)

شمارش حالتها

d
d

N_1 ذره در تراز انرژی m_i با واگنی g_1
 N_2 ذره در تراز انرژی m_2 با واگنی g_2

$$\Omega = \prod_{i=1} \frac{g_i^{N_i}}{N_i!} = \left(\frac{g_1^{N_1}}{N_1!} \right) \left(\frac{g_2^{N_2}}{N_2!} \right) \dots$$

احتمال ترمودینامیکی حالت ماکروسکوپی Φ

N_i ذره در تراز انرژی m_i با واگنی g_i

حالت تعادل گاز وقتی حاصل می شود که حالت ماکروسکوپی که در آن Φ یا $(\ln \Phi)$ بیشینه باشد

به N هایی که از بیشینه کردن Φ (یا $\ln \Phi$) بدست می آیند، جمعیت تعادلی ترازهای انرژی می گویند

تقریب استرلینگ: $\ln(x!) \approx x \ln(x) - x, \quad x \gg 1$

شمارش حالتها

$$\ln \Omega = \sum_i N_i \ln \frac{g_i}{N_i} + N \quad \leftarrow \quad N = \sum_i N_i$$

به N هایی که از پیشینه کردن Φ (یا $\text{Ln } \Phi$) بدست می آیند، **جمعیت تعادلی ترازهای انرژی** می گویند

قیود لاگرانژ

$$N = \sum_i N_i = \text{const}$$

$$U = \sum_i N_i \varepsilon_i = \text{const}$$

$$\frac{\partial}{\partial N_i} \left[\ln \Omega - \alpha \left(\sum_i N_i - N \right) - \beta \left(\sum_i N_i \varepsilon_i - U \right) \right]_{N_i^*} = 0$$

$$N_i^* = g_i e^{-(\beta \varepsilon_i + \alpha)}$$

با واگنی تراز متناسب است
با انرژی تراز به صورت نمایی تغییر می کند

جمعیت هر تراز انرژی به هنگام تعادل

تابع پارش (افراز)

$$N_i^* = g_i e^{-(\beta \varepsilon_i + \alpha)}$$

قید

$$N = \sum_i N_i$$

$$e^{-\alpha} \sum_i g_i e^{-\beta \varepsilon_i} = N$$

$$Z = \sum_i g_i e^{-\beta \varepsilon_i}$$

$$N_i^* = N \frac{g_i e^{-\beta \varepsilon_i}}{Z}$$

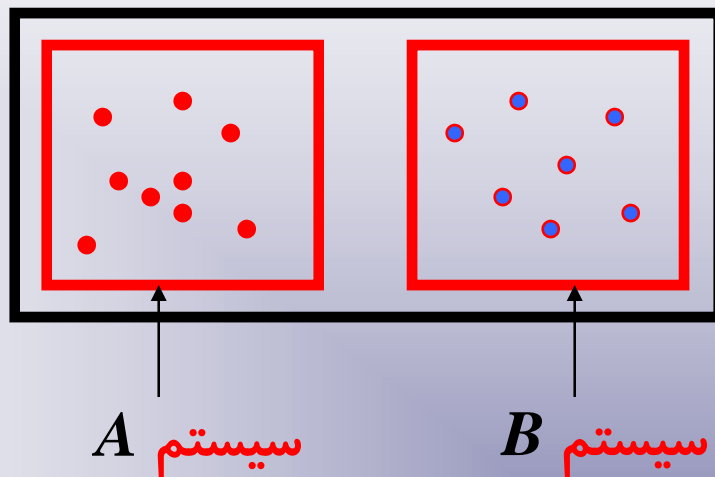
تابع پارش یا افراز (جمع بر روی حالتها)

Partition function

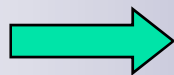
تابع افراز در برگیرنده مرکز اطلاعات آماری راجع به ذرات سیستم است

آنتروپی و دما

سیستم مرکب منزوی شامل دو نمونه گاز کامل جداشده با یک دیواره رسانای گرما بر (انرژی کل ثابت)

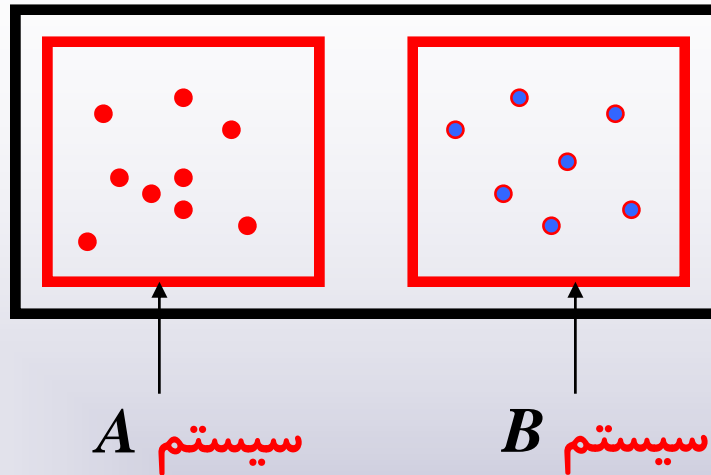


انرژی داخلی کل :



$$U = U_A + U_B$$

آنتروپی و دما

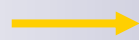


$$\Omega_A(U_A, N_A, \dots)$$



تعداد کل حالات مجاز در سیستم A

$$\Omega = \Omega_A \cdot \Omega_B$$



تعداد کل حالات مجاز (احتمال ترمودینامیکی کل)

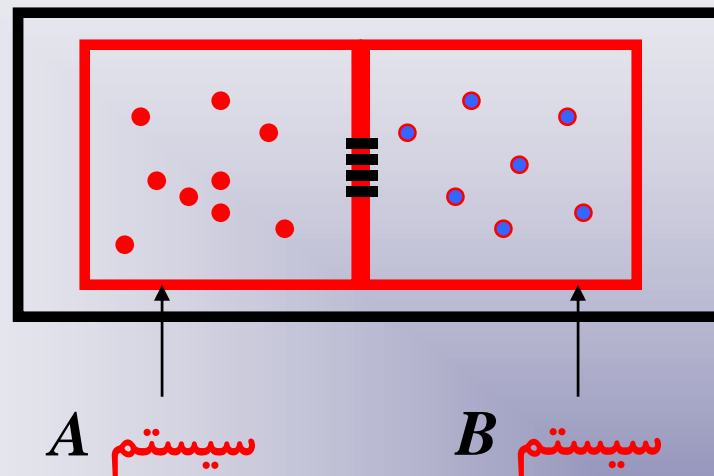
$$S = S_A(U_A) + S_B(U_B)$$



آنتروپی کل سیستم مرکب

ماکزیم آنتروپی و دما

سیستمهای A و B در تماس حرارتی هستند. سیستم مرکب $A+B$ منزوی می باشد.

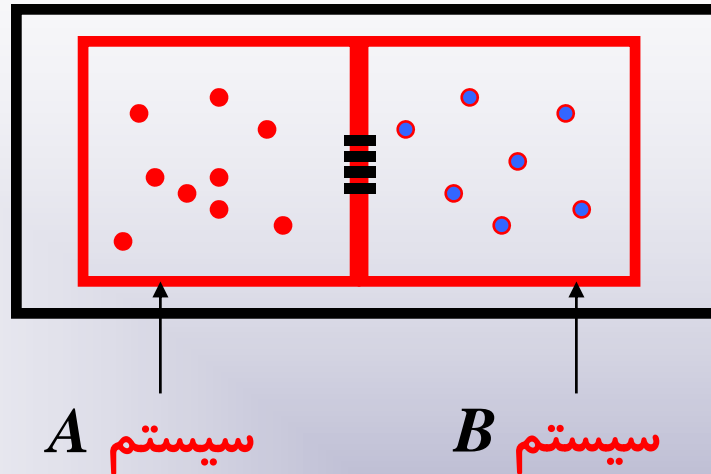


انرژی داخلی کل:



$$U = U_A + U_B$$

ماکزیمم آنتروپی و دما

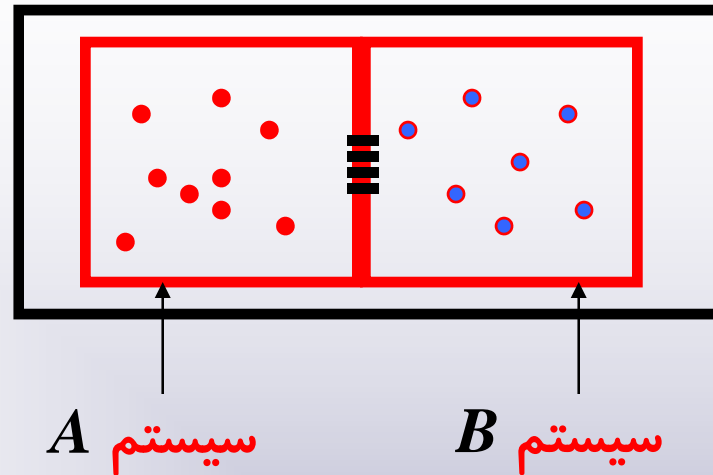


آنتروپی کل :



$$S = S_A (U_A) + S_B (U_B) = S_A (U_A) + S_B (U - U_A)$$

ماکزیمم آنتروپی و دما



برای یافتن ماکزیمم آنتروپی

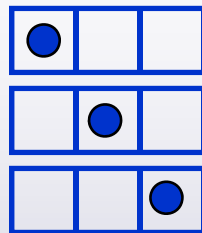
$$\frac{dS}{dU_A} = 0 \quad \longrightarrow \quad \frac{dS}{dU_A} = \frac{dS_A(U_A)}{dU_A} - \frac{dS_B(U - U_A)}{d(U - U_A)} = 0$$

$$\frac{dS_A(U_A)}{dU_A} = \frac{dS_B(U_B)}{d(U_B)} = \frac{1}{T} \quad \text{تعریف دما:}$$

ارتباط

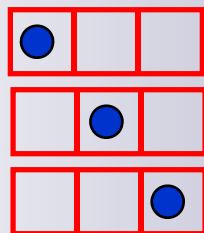
ترمودینامیک و مکانیک آماری

آنتروپی ملاک بی‌نظمی



$$\Omega_A = 3$$

A تعداد کل حالات مجاز در سیستم



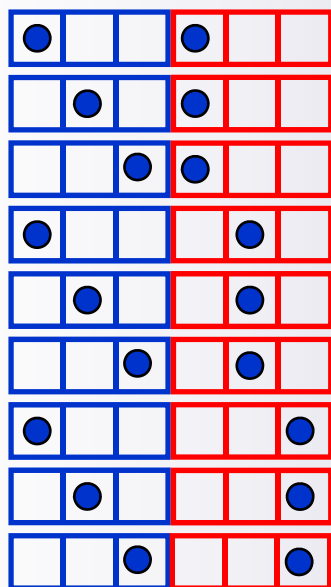
$$\Omega_B = 3$$

B تعداد کل حالات مجاز در سیستم

آنتروپی ملاک بی‌نظمی

تعداد کل حالات مجاز در سیستم مرکب $A+B$

$$\Omega = \Omega_A \cdot \Omega_B$$



$$S = f(\Omega)$$

آنتروپی کل

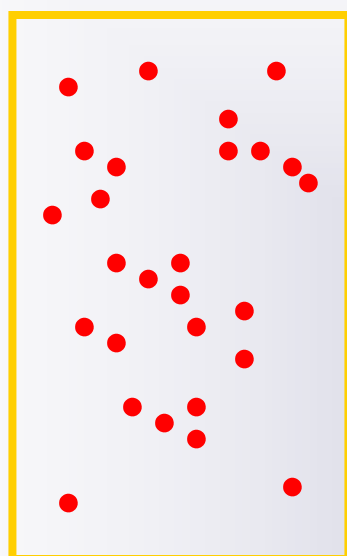
$$S = S_A + S_B$$

آنتروپی

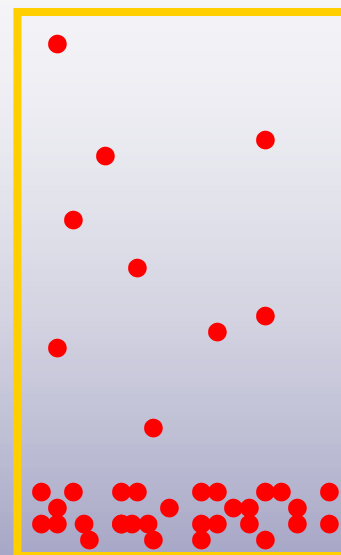
$$S = k_B \ln \Omega$$

نظم و قانون دوم ترمودینامیک

سیستم در تماس گرمایی با محیط است



ترازندی

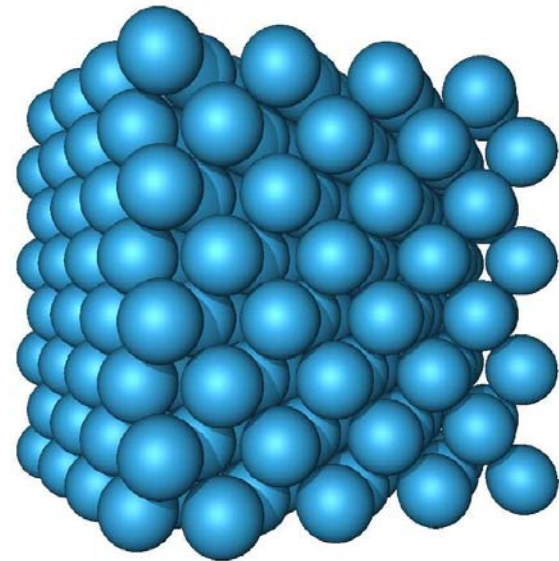
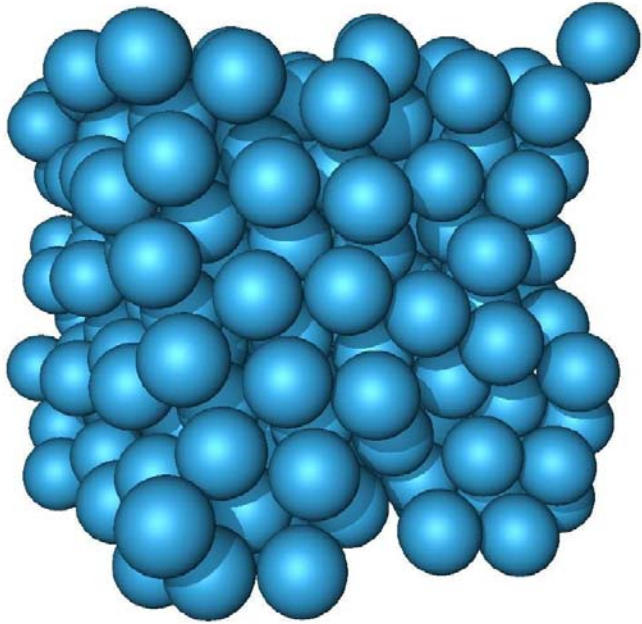


دمای اولیه بالا $T_1 > T$

در دمای اتاق T

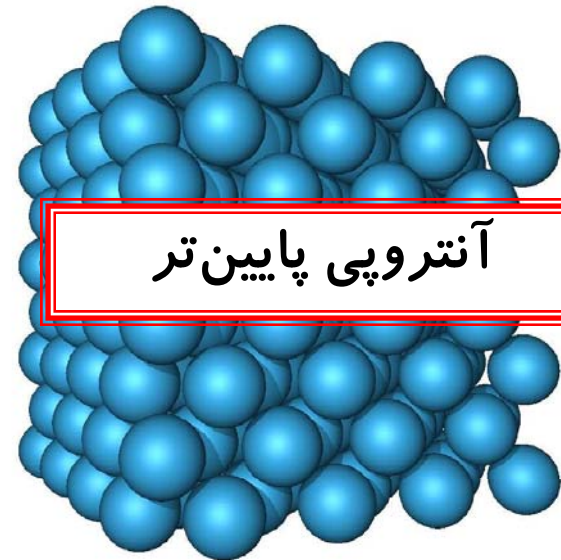
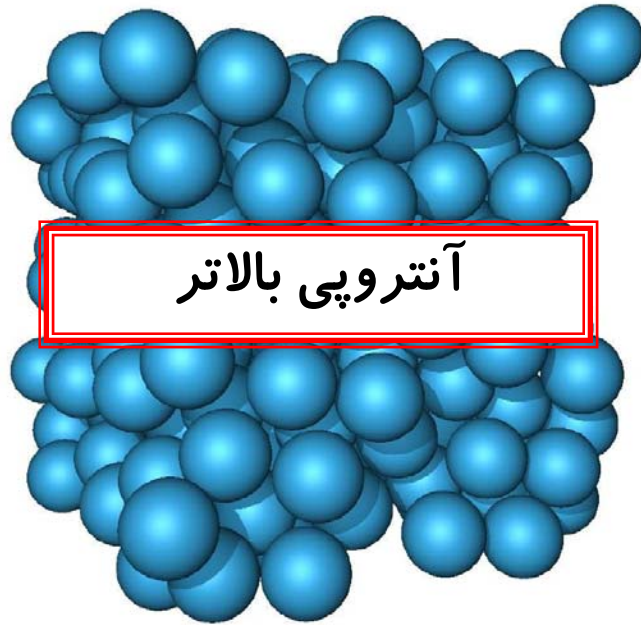
- چگالش به مایع (نظم بیشتر)
- آنتروپی زیر سیستم کاهش می یابد
- آنتروپی کل زیاد می شود گرما به بیرون می دهد

مایع بی نظم



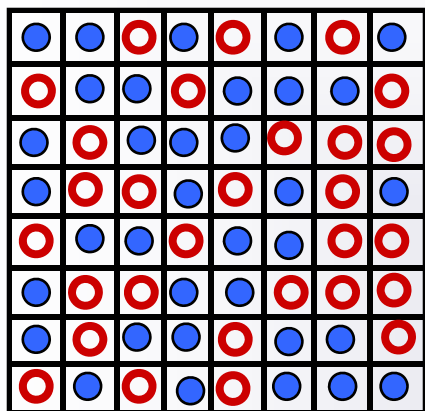
بلور کروی سخت

مایع کره سخت



بلور کروی سخت

شمارش حالتها



● N_A مولکول A

○ N_B مولکول B

$$N = N_A + N_B$$

تعداد حالات کل:

$$\Omega = \frac{(N_A + N_B)!}{N_A! N_B!}$$

آنترپی سیستم

$$S = k_B \ln \Omega = k_B \ln \left[\frac{(N_A + N_B)!}{N_A! N_B!} \right]$$

تقریب استرلینگ: $\ln(x!) \approx x \ln(x) - x, \quad x \gg 1$

شمارش حالتها

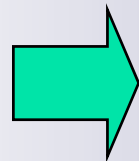
آنتروپی سیستم

$$S = k_B \ln \Omega = k_B \ln \left[\frac{(N_A + N_B)!}{N_A! N_B!} \right]$$

تقریب استرلینگ

$$S = -Nk_B (p_A \ln p_A + p_B \ln p_B)$$

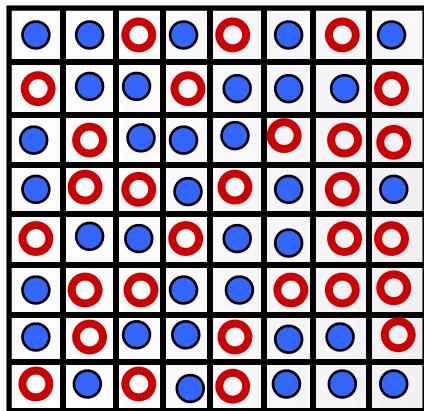
احتمال هر حالت



$$p_A = \frac{N_A}{N_A + N_B}$$

$$p_B = \frac{N_B}{N_A + N_B}$$

آنتروپی ...



● N_A مولکول A

○ N_B مولکول B

$$N = N_A + N_B$$

$$S = -Nk_B (p_A \ln p_A + p_B \ln p_B)$$

احتمال هر حالت

$$p_A = \frac{N_A}{N_A + N_B}$$

$$p_B = \frac{N_B}{N_A + N_B}$$

$$p_A + p_B = 1$$

آنتروپی اطلاعات

اطلاعات یک کمیت فیزیکی نیست، بنابراین ما می‌توانیم آن را به یک شکل دلخواهی تعریف کنیم. معادله شانون خیلی مشابهت با آنتروپی ترمودینامیک دارد، بطوری که لگاریتم اندازه‌ای از تعداد حالات ممکنه می‌باشد.

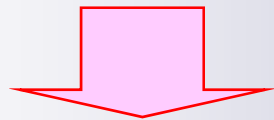
$$H = -\sum_i p_i \log_2 p_i$$

معادله شانون عدم قطعیت (آنتروپی اطلاعات)

$$I = -H$$

اطلاعات کاهش عدم قطعیت (آنتروپی) است

ارتباط بین آنتروپی و اطلاعات را می‌توان درباره مساله شیطانک ماکسول به کار برد.



نقض قانون دوم ترمودینامیک

کمیات ترمودینامیکی

تابع افراز :

$$Z = \sum_i g_i e^{-\beta \varepsilon_i}$$

$$S = k_B \ln \Omega$$

$$\ln \Omega = \sum_i N_i \ln \left(\frac{g_i}{N_i} \right) + N$$

$$U = - \left(\frac{\partial \ln Z}{\partial \beta} \right)_V = Nk_B T^2 \left(\frac{\partial \ln Z}{\partial T} \right)_V$$

$$S = Nk_B \ln \left(\frac{Z}{N} \right) + \frac{U}{T} + Nk_B$$

کمیات ترمودینامیکی

$$U = - \left(\frac{\partial \ln Z}{\partial \beta} \right)_V = Nk_B T^2 \left(\frac{\partial \ln Z}{\partial T} \right)_V$$

$$S = Nk_B \ln \left(\frac{Z}{N} \right) + \frac{U}{T} + Nk_B$$

گرمای ویژه در حجم ثابت C_V ، و در فشار ثابت C_P ، بصورت زیر داده می شوند:

$$C_V \equiv T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{N,V} = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{N,V}$$

$$C_P \equiv T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{N,P} = \left(\frac{\partial (U + PV)}{\partial T} \right)_{N,P}$$

کمیات ترمودینامیکی

انرژی آزاد هلمهولتز $F(V, T)$ بر حسب تابع افراز

$$F \equiv U - TS = U - S \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_V$$

$$F = -k_B T (N \ln Z + \ln N!)$$

$$F = -k_B T \ln Z$$

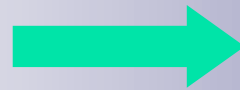
کمیات ترمودینامیکی

انرژی آزاد هلمهولتز $F(V, T)$ بر حسب تابع افراز

$$dF = dU - TdS - SdT = -pdV - TdS = \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_T dV + \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V dT$$

$$p = - \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_T$$

فشار



$$P = nk_B T \left(\frac{\partial \ln Z}{\partial V} \right)_T$$

بنابر این اگر (V, θ) متغیرهای مستقل باشند، بهتر است با معرفی تابع هلمهولتز بقیه کمیات ترمودینامیکی استخراج شوند

قواعد ساده برای کمیات ترمودینامیکی

قواعد ساده برای بدست آوردن ویژگیهای سیستم ذرات با برهمکنش ضعیف:

❖ تعیین مقادیر انرژی حالت‌های کوانتومی با استفاده از مکانیک کوانتومی

❖ محاسبه تابع افراز بر حسب دما T و حجم V

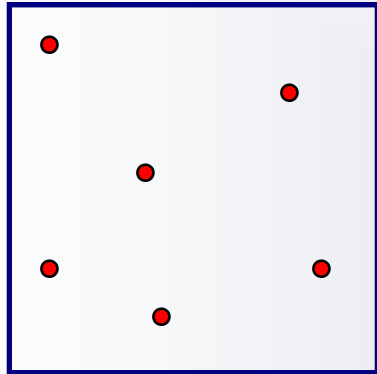
❖ تعیین انرژی U با مشتق از $\ln Z$ نسبت به دما T

❖ تعیین فشار P با مشتق از $\ln Z$ نسبت به حجم V

❖ محاسبه آنترپی S از کمیات U و Z

❖ محاسبه تابع آزاد هلمهولتز از $\ln Z$

آنتروپی گاز ایده‌ال



آنتروپی

$$S = k_B \ln \Omega$$

برای یک مولکول

$$\Omega_1 = V / v$$

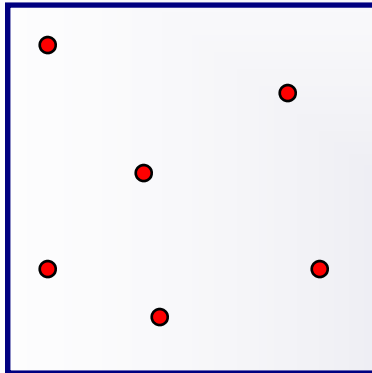
V - حجم کل
 v - حجم (عدم قطعیت) "سلول"

برای N مولکول

$$\Omega = \frac{\Omega_1 \cdot \Omega_2 \cdots \Omega_N}{N!} = \frac{(V/v)^N}{N!}$$

تمیزناپذیری ←

آنتروپی گاز ایده‌ال



آنتروپی

$$S = k_B \ln \Omega$$

برای یک مولکول

$$\Omega_1 = V / v$$

V - حجم کل
 v - حجم (عدم قطعیت) "سلول" -

$$S = Nk_B [\ln(V / Nv) + 1]$$

انرژی آزاد گاز ایده‌ال

$$F = -TS = Nk_B T [\ln(\rho v) - 1]$$

چگالی

$$\rho = N / V$$

متوسط یک کمیت فیزیکی

(کلاسیکی)

$$Z \equiv \int e^{-E(p,q)/kT} d\Gamma$$

(کوانتومی)

$$Z \equiv \sum_i e^{-E_i/kT}$$

تابع افراز

$$Z(V, T) = \sum_r g_r e^{-E_r/kT}$$

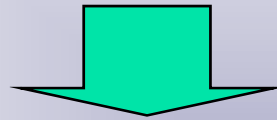
احتمال P_r اینکه سیستم در هر حالتی با انرژی E_r باشد

$$P_r = \frac{g_r \exp(-\beta E_r)}{\sum_r g_r \exp(-\beta E_r)}$$

متوسط یک کمیت فیزیکی

احتمال P_r اینکه سیستم در هر حالتی با انرژی E_r باشد

$$P_r = \frac{g_r \exp(-\beta E_r)}{\sum_r g_r \exp(-\beta E_r)}$$



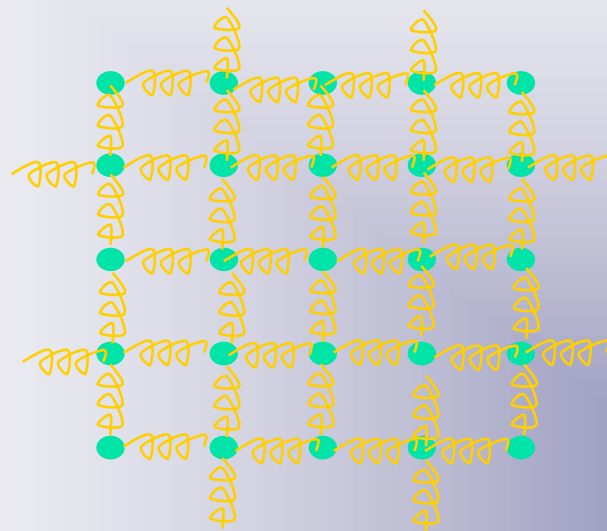
متوسط کمیت فیزیکی $\langle f \rangle$

$$\langle f \rangle = \frac{\sum_r f(E_r) g_r e^{-E_r/kT}}{\sum_r g_r e^{-E_r/kT}} \rightarrow \frac{\int_0^\infty f(E) e^{-E/kT} g(E) dE}{\int_0^\infty e^{-E/kT} g(E) dE}$$

تصویر ساده ای از یک جامد

سه بعدی تصور کنید:

حرکت یک اتم روی بقیه
اتمها تاثیر می گذارد!



فنها نیروهای الکترواستاتیکی بین اتمها را نشان می دهند.

تصویر ساده ای از یک جامد

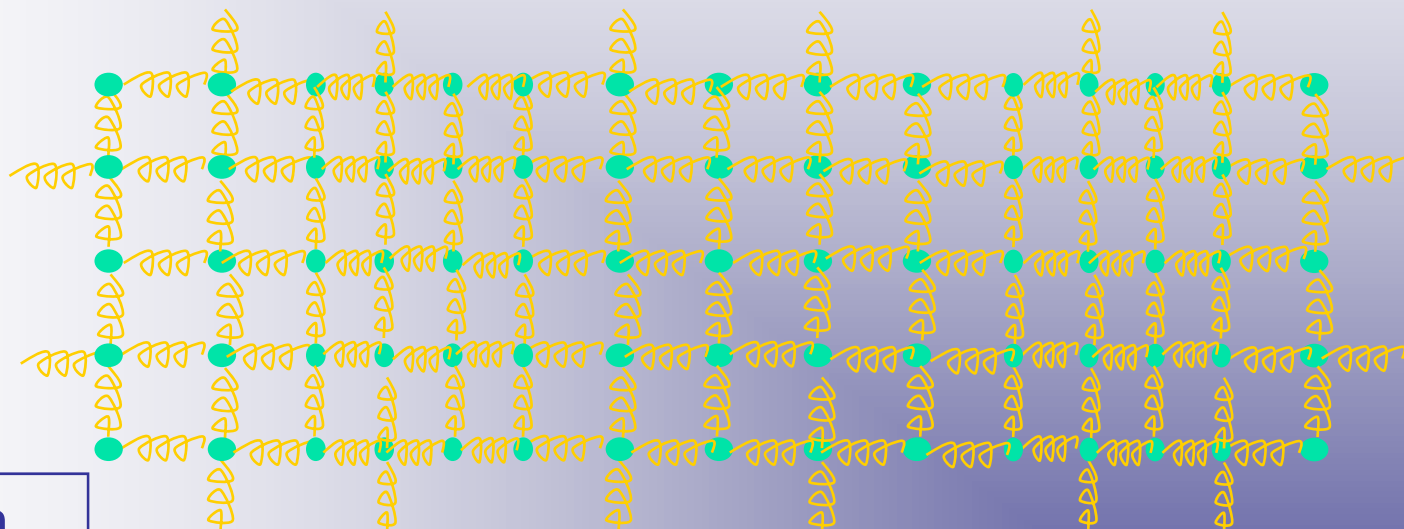
سه بعدی تصور کنید:

فناوری نیروهای الکترواستاتیکی بین اتمها را نشان می دهند.

طول موجهای ممکنه:

“مد نرمال” = موج ایستا

برنامه مد نرمال



$$\lambda_n = 2L / n$$

$$n = 1, 2, 3, \dots, N$$

$$N = \# \text{ atoms}$$

در سه بعد:

$$3N = \# \text{ مد نرمال}$$

مثال: سیستم نوسانگر هارمونیک

روش اول:

یک سیستم شامل N نوسانگر هارمونیک مستقل یک بعدی را در نظر بگیرید. فرض کنید فرکانس تمامی یکسان باشد (رفتار کلاسیکی). اگر هامیلتونین چنین سیستمی به صورت زیر باشد، تابع پارش یا افراز آن را تعیین کرده و از روی آن کمیات فیزیکی مربوط به این سیستم را محاسبه کنید:

$$H(q_i, p_i) = \frac{1}{2} M \omega^2 q_i^2 + \frac{1}{2M} p_i^2$$

اندیس i از 1 تا N می رود.

مثال: سیستم نوسانگر هارمونیک

روش اول:

یک سیستم شامل N نوسانگر هارمونیک مستقل یک بعدی را در نظر بگیرید. فرض کنید فرکانس تمامی یکسان باشد (رفتار کلاسیکی). هامیلتونین یکی از آنها برابر است با:

$$H(q_i, p_i) = \frac{1}{2} M \omega^2 q_i^2 + \frac{1}{2M} p_i^2$$

البته اندیس i از 1 تا N می رود. تابع افراز برای یکی از آنها

$$\begin{aligned} Z_1 &= \frac{1}{h} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ -\beta \left(\frac{1}{2} M \omega^2 q^2 + \frac{1}{2M} p^2 \right) \right\} dq dp = \\ &= \frac{1}{h} \left(\frac{2\pi}{\beta M \omega^2} \right)^{1/2} \left(\frac{2\pi M}{\beta} \right)^{1/2} = \frac{1}{\beta \hbar \omega} \end{aligned}$$

$$\hbar = h / 2\pi$$

مثال: سیستم نوسانگر هارمونیک

تابع افراز سیستم N -نوسانگر:

$$Z_N = Z_1^N = (\beta \hbar \omega)^{-N}$$

انرژی آزاد هلمهولتز:

$$F \equiv -kT \ln Z_N = NkT \ln \left(\frac{\hbar \omega}{kT} \right)$$

بقیه کمیات ترمودینامیک عبارتند از:

$$\mu = kT \ln \left(\frac{\hbar \omega}{kT} \right)$$

$$P = 0$$

$$S = Nk \left[\ln \left(\frac{\hbar \omega}{kT} \right) + 1 \right]$$

$$U = NkT$$

$$C_p = C_v = Nk$$

مثال: سیستم نوسانگر هارمونیک

مطابق قضیه همپاری انرژی (تقسیم مساوی انرژی) **equipartition theorem** انرژی متوسط هر نوسانگر برابر است با $2 \times \frac{1}{2} kT$ زیرا در اینجا دو جمله مرتبه دوم مستقل در هامیلتونین نوسانگرها وجود دارد.

روش دوم:

حل مکانیک کوانتومی مساله نوسانگرها، به طوری که ویژه مقادیر یک نوسانگر هارمونیک یک بعدی به صورت زیر داده می شود:

$$\varepsilon_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega \quad n=0,1,2,\dots$$

تابع افراز برای یکی از آنها

$$Z_1(\beta) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta(n+\frac{1}{2})\hbar\omega} = \frac{e^{-\frac{1}{2}\beta\hbar\omega}}{1 - e^{-\beta\hbar\omega}} = \left\{ 2 \sinh\left(\frac{1}{2} \beta\hbar\omega\right) \right\}^{-1}$$

مثال: سیستم نوسانگر هارمونیک

تابع افراز سیستم N -نوسانگر:

$$\begin{aligned} Z_N(\beta) &= [Z_1(\beta)]^N = \left[2 \sinh\left(\frac{1}{2} \beta \hbar \omega\right) \right]^{-N} \\ &= e^{-(N/2)\beta \hbar \omega} \left\{ 1 - e^{-\beta \hbar \omega} \right\}^{-N} \end{aligned}$$

انرژی آزاد هلمهولتز:

$$F = NkT \ln[2 \sinh(\frac{1}{2} \beta \hbar \omega)] = N[\frac{1}{2} \hbar \omega + kT \{1 - e^{-\beta \hbar \omega}\}]$$

بقیه کمیات ترمودینامیک عبارتند از:

$$\mu = F / N$$

$$P = 0$$

مثال: سیستم نوسانگر هارمونیک

آنتروپی:

$$S = Nk \left[\frac{1}{2} \beta \hbar \omega \coth\left(\frac{1}{2} \beta \hbar \omega\right) - \ln \left\{ 2 \sinh\left(\frac{1}{2} \beta \hbar \omega\right) \right\} \right]$$
$$= Nk \left[\frac{\beta \hbar \omega}{e^{\beta \hbar \omega} - 1} - \ln(1 - e^{-\beta \hbar \omega}) \right]$$

انرژی داخلی:

$$U = \frac{1}{2} N \hbar \omega \coth\left(\frac{1}{2} \beta \hbar \omega\right) = N \left[\frac{1}{2} \hbar \omega + \frac{\hbar \omega}{e^{\beta \hbar \omega} - 1} \right]$$

گرمای ویژه:

$$C_p = C_v = Nk \left(\frac{1}{2} \beta \hbar \omega\right)^2 \operatorname{cosech}^2\left(\frac{1}{2} \beta \hbar \omega\right)$$
$$= Nk (\beta \hbar \omega)^2 \frac{e^{\beta \hbar \omega}}{(e^{\beta \hbar \omega} - 1)^2}$$

مثال ۱

برای یک گاز دو اتمی دمبلی شکل، علاوه بر سه درجه آزادی انتقالی در نزدیکی دمای اتاق، چرخش نیز رخ می دهد. اگر از ارتعاش آن صرف نظر شود، C_V و C_P به ترتیب از راست به چپ برابرند با:

(الف) $5/1$ و $5/2$

(ب) $5/2$ و $5/3$

(ج) $5/2$ و $5/1$

(د) $5/3$ و $5/2$

حل مثال ۱

برای یک گاز دو اتمی دمبلی شکل، علاوه بر سه درجه آزادی انتقالی در نزدیکی دمای اتاق، چرخش نیز رخ می دهد. اگر از ارتعاش آن صرف نظر شود، C_V و C_P به ترتیب از راست به چپ برابرند با:

(الف) $5/1$ و $5/2$

یک گاز دو اتمی دارای سه درجه آزادی انتقالی و دو درجه آزادی چرخشی می باشد. بنابر این:

(ب) $5/2$ و $5/3$

$$u = \left(\frac{3+2}{2} \right) RT \rightarrow C_V = \frac{5}{2} R$$

(ج) $5/2$ و $5/1$

$$C_P - C_V = R \rightarrow C_P = \frac{7}{2} = 3.5$$

(د) $5/3$ و $5/2$

مثال ۲

تابع افراز یک سیستم ترمودینامیکی به صورت $Z=AT^{5/2}$ می باشد که در آن A مستقل از دماست. ظرفیت گرمای ویژه چنین سیستمی کدام است؟

$$\frac{2}{3}NK_B \quad (\text{الف})$$

$$\frac{3}{2}NK_B \quad (\text{ب})$$

$$\frac{2}{5}NK_B \quad (\text{ج})$$

$$\frac{5}{2}NK_B \quad (\text{د})$$

حل مثال ۲

تابع افراز یک سیستم ترمودینامیکی به صورت $Z=AT^{5/2}$ می باشد که در آن A مستقل از دماست. ظرفیت گرمای ویژه چنین سیستمی کدام است؟

$$\left. \begin{aligned} U &= -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln Z \\ \beta &= \frac{1}{K_B T} \end{aligned} \right\} \rightarrow U = NK_B T^2 \left(\frac{\partial}{\partial T} \ln Z \right) = \frac{5}{2} NK_B T$$

(الف) $\frac{2}{3} NK_B$

(ب) $\frac{3}{2} NK_B$

(ج) $\frac{2}{5} NK_B$

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = \frac{5}{2} NK_B$$

(د) $\frac{5}{2} NK_B$

مثال ۳

تعداد راههایی که می‌توان پنج ذره تمیزپذیر را بین دو حالت کوانتمی و یک ذره را بین پنج حالت کوانتمی قرار داد، کدام است؟

(الف) ۱۲۰

(ب) ۴۸۰

(ج) ۵۴۰

(د) ۹۶۰

حل مثال ۳

تعداد راههایی که می توان پنج ذره تمیزپذیر را بین دو حالت کوانتومی و یک ذره را بین پنج حالت کوانتومی قرار داد، کدام است؟

(الف) ۱۲۰

$$\Omega = N! \left(\frac{g_1^{N_1}}{N_1!} \right) \left(\frac{g_2^{N_2}}{N_2!} \right) =$$

(ب) ۴۸۰

$$= 6! \times \frac{2^5}{5!} \times \frac{5^1}{1!} = 6 \times 32 \times 5 = 960$$

(ج) ۵۴۰

(د) ۹۶۰

مثال ۴

در توزیع تندی ماکسول، کمیت dN/dW در حد سرعت‌های پایین چگونه به تندی مولکولها W رابطه دارد؟

(الف) W

(ب) $\frac{1}{W}$

(ج) W^2

(د) $\frac{1}{W^2}$

حل مثال ۴

در توزیع تندی ماکسول، کمیت dN/dW در حد سرعت‌های پایین چگونه به تندی مولکولها W رابطه دارد؟

(الف) W

(ب) $\frac{1}{W}$

(ج) W^2

(د) $\frac{1}{W^2}$



لطفا خودتان حل کنید

پایان

درس

ترمودینامیک و مکانیک آماری



www.salampnu.com

سایت مرجع دانشجوی پیام نور

- ✓ نمونه سوالات پیام نور : بیش از ۱۱۰ هزار نمونه سوال همراه با پاسخنامه
- تستی و تشریحی
- ✓ کتاب ، جزوه و خلاصه دروس
- ✓ برنامه امتحانات
- ✓ منابع و لیست دروس هر ترم
- ✓ دانلود کاملاً رایگان بیش از ۱۴۰ هزار فایل مختص دانشجویان پیام نور

www.salampnu.com